

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS – UFGD  
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – FACET**

**RONY ROJER ORTIZ GARCIA**

**PROGRESSÃO ARITMÉTICA APLICADA NO  
FINANCIAMENTO DE IMÓVEIS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

**DOURADOS – MS**

**ABRIL – 2013**

**RONY ROJER ORTIZ GARCIA**

**PROGRESSÃO ARITMÉTICA APLICADA NO  
FINANCIAMENTO DE IMÓVEIS**

**ORIENTADOR: PROF. DR. SÉRGIO RODRIGUES**

Dissertação apresentada ao final do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD) como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

**DOURADOS – MS**

**ABRIL – 2013**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central - UFGD**

513  
G216p Garcia, Roney Rojer Ortiz.  
Progressão aritmética aplicada no financiamento  
de imóveis / Roney Rojer Ortiz Garcia – Dourados,  
MS : UFGD, 2013.  
59 f.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Rodrigues.  
Dissertação (Dissertação de Mestrado Profissional  
em Matemática) – Universidade Federal da Grande  
Dourados.

1. Progressão aritmética. 2. Matemática financeira.  
3. Amortização. I. Título.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS  
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL - PROFMAT

---

### Termo de Aprovação

Após a apresentação, arguição e apreciação pela banca examinadora foi emitido o parecer APROVADO, para a dissertação intitulada: "**Progressão Aritmética Aplicada no Financiamento de Imóveis**", de autoria de Roney Rojer Ortiz Garcia, apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática da Universidade Federal da Grande Dourados.

Prof. Dr. Sérgio Rodrigues (Orientador-UFGD)  
Presidente da Banca Examinadora

Prof<sup>a</sup> Dra. Maristela Missio  
Membro Examinador (UEMS)

Prof. Dr. Lino Sanabria  
Membro Examinador (UFGD)

Dourados/MS, 15 de abril de 2013

Dedico este trabalho a Deus, a minha família, minha namorada Carla que carrega consigo um filho(a) meu e ao amigo e professor Sérgio Rodrigues.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao final desta caminhada, gostaria de agradecer às pessoas que fazem parte da minha história e que de alguma forma contribuíram para a concretização deste trabalho; assim, agradeço tanto àquelas que me proporcionaram contribuições acadêmicas como também àquelas sem as quais a vida não teria sentido.

Agradeço primeiramente a Deus que tem guiado meus caminhos dando-me condições e perseverança para concluir o curso.

Agradeço aos professores que são exemplos de profissionais a serem seguidos, em especial a Lino Sanábria e a Irene Magalhães Craveiro cuja preparação para as aulas era visível e muito me inspiram à carreira docente.

Agradeço a minha família que acredita, incentiva e torce por mim: meu pai Roudemar Lino Garcia, minha mãe Maria Clotilde Ortiz de Garcia, minha irmã Márcia Meire Ortiz Dersotti, minha sobrinha Giovanna Dersotti e minha namorada Carla Cinthya Pereira.

Agradeço aos meus amigos, que muito me apoiam, incentivam e com os quais compartilho meus medos, tristezas e alegrias. Sem eles, esta conquista não teria a mesma importância.

Agradeço também ao professor e amigo Sérgio Rodrigues pela orientação e paciência.

*“Defenda aquilo em que você acredita. Não aceite um não como resposta se o seu coração e a sua mente o estiverem conduzindo em uma direção com a qual você se identifica muito”.*

*(Ron Clark)*

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CDC	Crédito Direto ao Consumidor
CESH	Custo Efetivo do Seguro Habitacional
CET	Custo Efetivo Total
CLT	Consolidação das Leis do Trabalho
DFI	Danos Físicos ao Imóvel
EM	Ensino Médio
FAR	Fundo de Arrendamento Residencial
FGHAB	Fundo Garantidor de Habitação Popular
FGTS	Fundo de Garantia do Tempo de Serviço
INSS	Instituto Nacional do Serviço Social
MIP	Morte e Invalidez Permanente
PA	Progressão Aritmética
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PMCMV	Programa Minha Casa, Minha Vida
SAC	Sistema de Amortização Constante
UF	Unidade Federativa



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Movimentações para exemplificar amortização .....	31
Tabela 2 - Movimentações SAC do exemplo 3.14 .....	33
Tabela 3 - Movimentações SAC do exemplo 3.15 .....	34
Tabela 4 - Movimentações SAC do exemplo 3.16 .....	34
Tabela 5 - Parcelas do exemplo 3.21 .....	38
Tabela 6 - Resolução do exemplo 3.21 .....	38
Tabela 7 - Atividade 1 .....	39
Tabela 8 - Atividade 2 .....	39
Tabela 9 - Parcelas da atividade 3 .....	40
Tabela 10 - Atividade 3 .....	40
Tabela 11 - Questionário de avaliação da primeira aula .....	51
Tabela 12 - Movimentações do exemplo 3 da segunda aula .....	56
Tabela 13 - Tabela do exemplo 4 da terceira e quarta aula .....	56
Tabela 14 - Tabela da atividade 1 da terceira e quarta aula .....	57
Tabela 15 – Tabela das prestações mensais da atividade 2, 3ª e 4ª aula .....	57

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Explicação dos itens da página inicial.....	44
Figura 2 – Explicação sobre as opções de financiamento .....	45
Figura 3 – Proposta de modelo da página inicial.....	46
Figura 4 - Modelo de proposta para opções de financiamento.....	47
Figura 5 – Página principal do simulador de habitação.....	48
Figura 6 - Tabela da 1 <sup>a</sup> a 15 <sup>a</sup> prestação.....	49
Figura 7 – Tabela da 405 <sup>a</sup> a 420 <sup>a</sup> .....	50

## LISTA DE SÍMBOLOS

$C$	Capital Inicial ou Principal
$J$	Juros
$i$	Taxa de juros por período de tempo
$M$	Montante ou Valor Futuro
$A$	Amortização
$P$	Prestação ou parcela
$a_n$	Enésimo termo de uma progressão aritmética
$n$	Número de termos
$S_n$	Soma dos $n$ primeiros termos de uma PA
$k$	Período
$A_k$	Amortização no período $k$
$J_k$	Juros no período $k$
$P_k$	Prestação no período $k$
$D_k$	Dívida no período $k$

## RESUMO

Este trabalho trata da aplicação da progressão aritmética - P.A. na matemática financeira envolvendo uma simulação de financiamento de imóvel. Essa simulação será feita no site disponibilizado pela Caixa Econômica Federal onde os alunos terão contato com termos técnicos, adiantando um conhecimento que adquiririam apenas na vida adulta quando iniciassem suas transações bancárias. Também conhecerão o sistema de amortização constante – SAC e relembarão os significados de juro e taxa de juro. Aprenderão os conceitos de amortização e prestação e, ao final, concluirão por que a disposição das prestações da tabela SAC determinam uma progressão aritmética e verão que para determinar prestações futuras ou a soma de todas as prestações há a necessidade de dominar o conhecimento sobre P.A.

## **ABSTRACT**

This work approaches the application of the arithmetical progression – AP in financial mathematics involving a home mortgage simulation. This simulation will be done through the Caixa Econômica Federal website where the students will have their first contact with technical terms, having in advance a knowledge they would acquire only in the adult life when starting bank transactions. They will also know the constant amortization system – CAS and will remember the meanings of interest and interest rate. They will learn the concepts of amortization and installment and in the end, they will conclude why the disposition of installments, showed by the CAS chart determine a arithmetic progression and see that to determine future installments or the sum of all installments there is a need of dominating the knowledge about AP.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	12
2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS .....	15
2.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA .....	15
2.2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE PROGRESSÃO ARITMÉTICA .....	17
2.3 PESSOA FÍSICA.....	18
2.4 PESSOA JURÍDICA.....	18
2.5 CRÉDITO APORTE CAIXA .....	18
2.6 O CONCEITO DE FGTS.....	19
2.7 O CONCEITO DE UNIÃO .....	19
2.8 SUBSÍDIO CONCEDIDO PELA UNIÃO .....	20
2.9 CONTA SALÁRIO .....	21
2.10 INFORMAÇÕES SOBRE O CRÉDITO IMOBILIÁRIO .....	21
2.11 SEGURO/FGHAB .....	21
3 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE .....	23
3.1 A MATEMÁTICA FINANCEIRA DO SAC.....	23
3.1.1 Compra a prazo sem entrada e com prestações iguais .....	28
3.1.2 Compra a prazo com entrada e com prestações iguais .....	29
3.1.3 Compra a prazo com parcelas e períodos não constantes .....	30
3.2 INTRODUÇÃO AO SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (SAC) .....	32
3.2.1 Determinação de uma prestação qualquer no SAC .....	35
3.2.2 Determinação da soma dos valores dos juros e soma dos valores das prestações no SAC .....	36
3.2.3 Determinação da amortização, do valor dos juros e da taxa de juros de cada período no SAC.....	37
3.2.4 Atividades.....	39
4 PROPOSTA METODOLÓGICA .....	41
4.1 SOBRE A PROPOSTA .....	41
4.2 PLANO DE AULA.....	42
4.2.1 PRIMEIRA AULA .....	42
4.2.2 SEGUNDA AULA.....	52
4.2.3 TERCEIRA E QUARTA AULA.....	54
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	58

REFERÊNCIAS .....	59
-------------------	----

## INTRODUÇÃO

Certamente, a maioria de nós precisará fazer um financiamento para comprar o primeiro carro ou o primeiro imóvel, pois, o valor destes bens é alto em comparação com a renda per capita da população brasileira, que no ano de 2012 foi de R\$ 22.400,00, ou seja, aproximadamente R\$ 1866,65 por mês, segundo dados do jornal O Globo.

Para se candidatar a um financiamento de imóvel em um banco a pessoa deve conhecer as condições e prazos de pagamento para saber se ela tem condições de arcar com as prestações do financiamento. Antes de ir ao banco para fazer uma consulta o candidato pode fazer simulações em sites do próprio banco que estão disponíveis na internet, fornecendo informações sobre os valores a serem financiados, os prazos para quitar a dívida, além de outros detalhes.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) estabelecem que

[...] para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, a proposta dos PCNEM privilegia o tratamento de situações-problema, preferencialmente tomadas em contexto real. A resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado (BRASIL, 2002, p. 129).

Ao fazer uma simulação de financiamento, as pessoas ficam, em geral, confusas com certos termos que são utilizados, siglas, com a cobrança de algumas taxas e, principalmente, questionam sobre a maneira como são dispostas as prestações.

Segundo o PCN+,

[...] no ensino médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional (BRASIL, 2002, p.111).

O sistema de financiamento de imóveis utilizados pelos bancos brasileiros é um exemplo perfeito para esta situação, pois grande parte da população irá financiar os seus imóveis. Isto não é ainda um fato para a maioria dos jovens alunos do EM,



mas, certamente, suas famílias estarão envolvidas em situações desses financiamentos.

É de se esperar que estes jovens que ainda não ingressaram no mercado de trabalho desconheçam muitos conceitos e termos utilizados nos simuladores de financiamento e, provavelmente, suas famílias não saibam justificar as formas, as vantagens e as desvantagens desses serviços. Estes alunos do EM terão a oportunidade de perguntar, por exemplo, “O que significa FGTS?”, “Por que as parcelas diminuem?”, “Quanto eu pagarei no total pelo financiamento?”, entre outras indagações, tornando-os críticos para questionar abusos e analisar, dentre muitas, a proposta mais vantajosa.

## 1 A PROPOSTA DESTE TRABALHO

Neste trabalho, faremos uma proposta de ensino, destacando e utilizando tabelas do sistema de amortização constante, para ser aplicada no EM, na qual o estudante deverá ser capaz de fazer simulações de financiamentos, em um sítio de um banco nacional da internet e, ser, ainda, capaz de justificar os procedimentos utilizados pelo banco com os conceitos de Progressão Aritmética - PA.

O aluno aplicará os conceitos de PA, para fazer cálculos da soma das prestações e cálculo da soma dos juros, pelo sistema financeiro mais usado para financiar um imóvel no Brasil, ou seja, saber operar com o SAC.

Ao final da aplicação desta proposta, os alunos deverão compreender o sistema de amortização constante e:

- justificar a razão das prestações estarem dispostas numa progressão aritmética;
- aprender a montar tabelas SAC, através de problemas propostos;
- determinar o valor da prestação, em qualquer período;
- determinar o valor total dos juros e soma de todas as prestações.

Para chegarem a este resultado os alunos passarão por três etapas:

- Primeiramente eles terão a oportunidade de conhecer, trabalhar e tirar suas dúvidas sobre siglas, palavras e termos técnicos, que aparecem na simulação, adiantando um conhecimento que seria adquirido apenas pela vivência de sua vida adulta, depois de iniciarem transações bancárias.
- Em seguida, eles serão induzidos a constatar por si que as parcelas no sistema de amortização constante além de decrescente, seguem um padrão de sequência e poderão operar entre elas, utilizando os conceitos de progressão aritméticas já adquiridos;
- No final, serão fornecidos e formalizados os conceitos de amortização, prestação e eles poderão entender por que no sistema de amortização constante as parcelas ficam dispostas numa progressão aritmética decrescente e poderão transpor este conhecimento para situações gerais de financiamento.

## 2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Neste capítulo apresentaremos alguns conceitos fundamentais de matemática financeira e de progressão aritmética que serão utilizados neste trabalho para o entendimento sobre o sistema de amortização constante e também significados e informações sobre termos que possivelmente serão dúvidas dos alunos. Informações sobre as fontes para possíveis aprofundamentos encontram-se no capítulo sobre referências.

### 2.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA

**Capital inicial ou principal (C)** é a quantia em espécie (dinheiro) envolvida em uma operação financeira ou o valor emprestado ou financiado ou aplicado ou investido.

Exemplo 2.1: Jonas investiu R\$1000,00 na poupança a uma taxa de juros de 0,5% ao mês. Neste caso, o valor investido faz o papel de *principal*.

**Juros (J)** é o custo do capital emprestado ou financiado sob o aspecto de remuneração, retorno ou restituição do capital investido sob o aspecto de aplicação financeira. Resumidamente, juros é a remuneração atribuída ao capital emprestado, financiado, aplicado ou investido.

Exemplo 2.2: Roger pegou emprestado R\$ 2000,00 do banco e devolveu após um mês o valor de R\$ 2200,00. Neste caso, a remuneração excedente de R\$ 200,00 são os juros cobrados.

**Taxa de juros (i)** é a razão  $i = \frac{J}{C}$  cobrada em um período de tempo determinado.

Consideremos o exemplo 2.2, a taxa de juros é  $i = \frac{200}{2000} = 0,1 = 10\%$  mensal.

**Taxa nominal de juros** é aquela que é expressa em uma unidade de tempo diferente daquela em que os juros são capitalizados, ou seja, a taxa é expressa em uma unidade de tempo e a forma de acumulação dos juros (seja em regime simples

ou composto) é feita em outra unidade de tempo. Por exemplo: um financiamento em que a taxa nominal é expressa em bases anuais, mas a capitalização é feita em bases mensais.

**Taxa efetiva de juros** é aquela que realmente é apurada (paga), isto é, é a capitalização da taxa em determinado número de período.

Exemplo 2.3: Considere um investimento de R\$ 10.000,00 a juros de 5% ao mês aplicado durante um ano no regime de juros compostos. A *taxa nominal de juros* é a soma da taxa a cada período, neste caso, de 60% enquanto que a *taxa efetiva de juros* é de  $(1,05)^{12} = 1,796$ , ou seja, a taxa efetiva é um acréscimo de 79,6%.

**Montante (M)** é o capital produzido, através da aplicação da taxa de juros por determinado período de tempo, constituindo-se a soma do *principal* com os *juros* do período.

$$\text{MONTANTE} = \text{PRINCIPAL} + \text{JUROS}$$

Exemplo 2.4: Raphael emprestou R\$ 1.000,00 e irá pagar R\$ 200,00 de juros ao final de um mês. Neste caso o montante será de  $1.000,00 + 200,00 = 1.200,00$  reais.

**Fator Multiplicativo** é o número decimal multiplicado para determinar um acréscimo ou um desconto percentual. No caso de acréscimo percentual, o fator multiplicativo é de  $(1+i)$ . No caso de desconto percentual o fator é de  $(1-i)$ .

Veja os exemplos 3.4 e 3.5 respectivamente na página 25 do capítulo 3.

**Amortização (A)** é um processo de extinção de uma dívida, através de pagamentos periódicos, que são realizados em função de um planejamento, de modo que cada prestação corresponde à soma do reembolso do capital (quantia em espécie - dinheiro) ou do pagamento dos juros do Saldo Devedor, podendo ter o reembolso de ambos, sendo que juros são sempre calculados sobre o Saldo Devedor.

$$\text{AMORTIZAÇÃO} = \text{PRESTAÇÃO} - \text{JUROS}$$

De acordo com SANDRONI, amortização é a “redução gradual de uma dívida por meio de pagamentos periódicos combinados entre o credor e o devedor”. Assim, amortização é a devolução, restituição da quantia emprestada e/ou financiada.

Veja os exemplos 3.10, 3.11, 3.12 e 3.13 do respectivamente nas páginas 28, 29, 30 e 31.

**Prestação (P)** é parte do pagamento do empréstimo ou do financiamento, através da soma do valor da amortização acrescida (somada) aos juros do período relativo ao Saldo Devedor imediatamente anterior ao período referente à prestação.

$$\text{PRESTAÇÃO} = \text{AMORTIZAÇÃO} + \text{JUROS}$$

Veja os exemplos 3.14 na página 33, 3.15 e 3.16 na página 34.

**Sistema de amortização constante (SAC)**, como o próprio nome diz, é o sistema em que o valor é embolsado em valores de amortização iguais. É caracterizado pelo valor das prestações serem decrescentes, pois, a cada mês a quantidade de juros por parcela vai diminuindo.

**Sistema francês de amortização ou tabela price** é talvez o sistema mais conhecido entre a população brasileira e é caracterizada por parcelas constantes. Devido à delimitação do tema, não entraremos em detalhes sobre este sistema.

## 2.2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE PROGRESSÃO ARITMÉTICA

**Progressão aritmética (PA)** é toda sequência de números no qual a diferença entre cada termo (a partir do segundo) e o termo anterior é constante. Essa diferença constante é chamada de razão e é representada pela letra  $r$ .

**Termo geral de uma progressão aritmética:** Seja  $a_n$  e  $a_k$ , respectivamente, o  $n$ -ésimo e  $k$ -ésimo termo de uma progressão aritmética onde  $n \geq k$  e a razão  $r$ , temos

$$a_n = a_k + (n - k) \cdot r.$$

**Soma dos termos de uma progressão aritmética:** Considere a progressão aritmética  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ . A soma dos  $n$  primeiros termos da PA é dada por

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}.$$

## **2.3 PESSOA FÍSICA**

É todo e qualquer indivíduo, homem ou mulher, capaz de perceber o mundo através de seus sentidos e razão. Todo indivíduo é um ser humano, e está sujeito às leis físicas da natureza. Também é chamado de "pessoa natural", pois é a denominação do ser que possui personalidade, desde o seu nascimento até sua morte. Para exercer uma atividade econômica, a pessoa física pode atuar como autônoma ou como sócia de uma empresa ou sociedade simples.

## **2.4 PESSOA JURÍDICA**

A pessoa jurídica não se relaciona ao indivíduo em si, mas em entidades. Essas entidades possuem responsabilidades jurídicas perante a lei, conforme o artigo 40 do Código Civil, e estão divididas em três categorias:

- Pessoa jurídica de direito público interno: Está constituída no artigo 41 do Código Civil, e diz respeito às entidades como a União, os Estados, o Distrito Federal, os Territórios e municípios, as autarquias (como o INSS) e entidades públicas criadas por lei (universidades federais e estaduais e federações públicas);
- Pessoa jurídica de direito público externo: São os Estados nacionais e os órgãos internacionais, como a Organização das Nações Unidas, União Europeia, entre outras;
- Pessoa jurídica de direito privado: É constituída por associações, sociedades, fundações particulares, sociedades de economia mista (paraestatais), empresas privadas e públicas, partidos políticos e organizações não governamentais.

## **2.5 CRÉDITO APORTE CAIXA**

Este termo aparece quando o aluno deve selecionar o tipo de financiamento.

O Crédito Aporte CAIXA é uma linha de crédito destinada ao cliente, pessoa física, que possui imóvel próprio. O dinheiro do empréstimo não tem destinação específica, ou seja, você pode usar para o que quiser.

Para adquirir o Crédito Aporte, você deve ter conta corrente na CAIXA e apresentar como garantia um bem imóvel.

**Garantia:** A garantia pode ser um imóvel urbano comercial, urbano residencial, terreno urbano, terreno rural ou imóvel rural, desde que ele esteja em seu nome e tenha o valor mínimo de R\$ 30.000,00.

**Limite:** O valor mínimo do empréstimo é de R\$20.000,00 e não possui limite máximo, podendo chegar a até 70% do valor do seu imóvel, limitado a sua capacidade de pagamento.

## **2.6 O CONCEITO DE FGTS**

Na simulação esta sigla aparece em “possui 3 anos de trabalho sob regime de FGTS, somando-se todos os períodos trabalhados”.

Todo trabalhador brasileiro com contrato de trabalho formal, regido pela CLT (Consolidação das Leis do Trabalho) e, também, trabalhadores rurais, temporários, avulsos, safreiros e atletas profissionais têm direito ao FGTS. O diretor não empregado e o empregado doméstico podem ser incluídos no sistema FGTS a critério do empregador, já considerando os novos direitos do empregado doméstico.

O Fundo de Garantia do Tempo de Serviço – FGTS foi criado em 1967 pelo Governo Federal para proteger o trabalhador demitido sem justa causa. O FGTS é constituído de contas vinculadas, abertas em nome de cada trabalhador, quando o empregador efetua o primeiro depósito. O saldo da conta vinculada é formado pelos depósitos mensais efetivados pelo empregador, equivalente a 8,0% do salário pago ao empregado, acrescido de atualização monetária e juros.

## **2.7 O CONCEITO DE UNIÃO**

Este termo aparece na tela inicial onde o aluno deve marcar a caixa “marque se você ou o imóvel, objeto do financiamento, já foi beneficiado com subsídio concedido pelo FGTS/União”.

Ela é a entidade federal formada pela reunião das partes componentes, pessoa jurídica de direito público interno, autônoma em relação às unidades federadas, a quem cabe exercer as prerrogativas da soberania do Estado brasileiro. A República Federativa do Brasil é assim o complexo constituído da União, estados, distrito federal e municípios, dotado de personalidade jurídica de direito público internacional.

## 2.8 SUBSÍDIO CONCEDIDO PELA UNIÃO

Este termo aparece quando o aluno deve ou não marcar uma caixa “Marque se você ou o imóvel, objeto do financiamento, já foi beneficiado com subsídio concedido pelo FGTS/União”.

Segundo o dicionário Aurélio, subsídio apresenta relação direta com os termos ‘ajuda de custo’, ‘auxílio econômico’ e ‘suporte financeiro’. O subsídio é uma forma de apoio monetário, concedida por uma instituição/entidade/pessoa a outra individual ou coletiva, no sentido de fomentar o desenvolvimento de uma determinada atividade desta ou o desenvolvimento da própria. Neste caso, é uma ajuda da União para pagar o imóvel.

Requisitos para contratação:

- Ser brasileiro nato ou naturalizado ou, se estrangeiro, detentor de visto permanente no país;
- Ser maior de 18 anos ou emancipado;
- Possuir capacidade civil;
- Possuir idoneidade cadastral;
- Possuir capacidade de pagamento;
- Não ser proprietário ou comprador de outro imóvel residencial no atual local de domicílio/residência, nem na localidade onde se situa o imóvel objeto da operação;

Requisitos de desconto

- Limite de renda familiar até R\$ 3.275,00;
- Não ter recebido, a partir de 2/5/2005, desconto concedido pelo FGTS na concessão de financiamento habitacional.

Para o Programa Minha Casa, Minha Vida, ainda:

- Não ser detentor de contrato de arrendamento no Programa de Arrendamento Residencial - PAR, no país;
- Não ter participado, em qualquer época, como beneficiário (s) de programas habitacionais lastreados nos recursos orçamentário da União ou de descontos habitacionais concedidos com recursos do FGTS.



## **2.9 CONTA SALÁRIO**

A "conta-salário" é um tipo especial de conta de registro e controle de fluxo de recursos, destinada a receber salários, proventos, soldos, vencimentos, aposentadorias, pensões e similares. A "conta-salário" não admite outro tipo de depósito além dos créditos da entidade pagadora e não é movimentável por cheques.

## **2.10 INFORMAÇÕES SOBRE O CRÉDITO IMOBILIÁRIO**

Até a primeira semana de dezembro de 2012, a CAIXA alcançou R\$ 93,7 bilhões em contratações do crédito imobiliário. O volume atingido supera em 33,1% o valor contratado até o mesmo período de 2011. Desse montante, R\$ 42 bilhões correspondem a aplicações com recursos da poupança, R\$ 36,5 bilhões às linhas que utilizam recursos do FGTS e R\$ 15,2 bilhões são de recursos do FAR (Fundo de Arrendamento Residencial) e demais fontes. Até o final de 2012, a CAIXA estima atingir a marca de R\$ 100 bilhões em contratos de financiamento imobiliário.

O Programa Minha Casa Minha Vida (PMCMV) atingiu a marca de 1 milhão de unidades entregues. O PMCMV contratou também mais 1 milhão de novas moradias o que, somado às unidades entregues, representa R\$ 155 bilhões em investimentos. A meta do governo é contratar mais 1,4 milhão de moradias até 2014, o que resultará num montante de mais R\$ 85 bilhões em investimentos e um total de 3,4 milhões de unidades contratadas.

O Programa já fomentou 1,4 milhão de postos de trabalhos formais, e mais de 2.600 empresas contrataram empreendimentos pelo Minha Casa Minha Vida.

## **2.11 SEGURO/FGHAB**

O Fundo Garantidor da Habitação Popular (FGHAB) é um fundo privado constituído com patrimônio próprio dividido em cotas, com prazo indeterminado, regido por Estatuto específico e pelas disposições legais e regulamentares que lhe forem aplicáveis. O FGHAB não pagará rendimentos aos seus cotistas. Cabe à Caixa Econômica Federal (CAIXA) administrar, gerir e representar judicialmente o FGHAB.

### **Qual a sua finalidade?**

O objetivo principal do FHGAB é prestar garantia para até 1.400.000 financiamentos habitacionais contratados exclusivamente no âmbito do Programa Minha Casa Minha Vida (PMCMV), com recursos oriundos do FGTS.

O FGHab tem por finalidade:

- garantir o pagamento aos agentes financeiros de prestação mensal de financiamento habitacional no âmbito do Sistema Financeiro da Habitação, devida por mutuário final, em caso de desemprego e redução temporária da capacidade de pagamento, para famílias com renda de até R\$ 5.000,00; e
- assumir o saldo devedor do financiamento imobiliário, em caso de morte e invalidez permanente (MIP), e as despesas de recuperação relativas a danos físicos ao imóvel (DFI) para mutuários com renda familiar de até R\$ 5.000,00.

### 3 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE

Este capítulo tem como objetivo principal definir os principais conceitos e terminologias usados em matemática financeira bem como os conceitos de progressão aritmética - PA e de progressão geométrica - PG para poder explicar os cálculos do Sistema de Amortização Constante (SAC). Iremos propor também alguns exemplos para que tenhamos a oportunidade de praticar os cálculos deste sistema de financiamento em situações reais.

A compreensão do funcionamento deste sistema é fundamental para que se possa atingir o objetivo desta proposta de ensino que é habilitar os alunos do EM a simular, de modo autônomo, o financiamento da casa própria com as características financeiras de sua família, utilizando os simuladores disponíveis na internet por bancos. Além disso, saber utilizar os conceitos de termo geral e soma dos termos de uma PA para poder justificar os valores das prestações decrescentes fornecidos pelos simuladores que utilizam o SAC bem como calcular o montante, ou seja, a soma de todas as prestações.

#### 3.1 A MATEMÁTICA FINANCEIRA DO SAC

Alguém que dispõe de um capital  $C$ , chamado de *principal*, empresta-o a outrem por certo período de tempo (dia, mês, ano, entre outros), e, após esse período, recebe o capital  $C$  de volta, acrescido de uma remuneração  $J$  pelo empréstimo. Essa remuneração é chamada de *juro*. A soma do principal ( $C$ ) com o juro ( $J$ ) é chamada de *montante* e será representada por  $M$ . A razão do *valor dos juros* pelo *capital* representado pela fórmula abaixo,

$$i = \frac{J}{C},$$

é a taxa de crescimento do capital na qual será sempre referida ao período da operação (ao dia, ao mês, ao semestre, ou qualquer outro período acordado para a operação) e chamada de *taxa de juros*. A taxa de juros normalmente é apresentada na forma percentual  $(i \cdot 100)\%$ .

Exemplo 3.1: Marcelo tomou emprestado R\$ 1000,00 ao banco e após um ano quitou a dívida pagando R\$ 1100,00. Os juros pagos por Marcelo são de R\$ 100,00 e a taxa de juros é de  $i = \frac{100}{1000} = 0,1 = 10\%$  ao ano. O principal neste caso é a dívida inicial de Marcelo, igual a R\$ 1000,00; o montante, que é a dívida na época do pagamento, é de R\$ 1100,00.

Exemplo 3.2: Carla tomou um empréstimo de R\$ 1000,00 a uma taxa de juros de 10% ao mês. Após um mês, a dívida de Carla será acrescida de  $0,1 \cdot 1000 = 100$  reais de juros, passando a 1100 reais. Se Carla esperar mais um mês para pagar a dívida, o empréstimo será quitado, dois meses depois de contraído por 1210 reais, pois os juros relativos ao segundo mês serão de  $0,1 \cdot 1100 = 110$  reais. Esses juros assim calculados são chamados de juros compostos. No regime de juros compostos, os juros em cada período são calculados, conforme é natural, sobre a dívida do início desse período.

Exemplo 3.3: Márcia fez um empréstimo com taxa de juros de 5% ao mês e ao final de um mês sua dívida era de R\$ 210,00. Qual foi o valor emprestado por Márcia?

Solução: De acordo com nosso problema o valor emprestado foi acrescido de 5%, ou seja, multiplicado pelo fator de crescimento 1,05. Temos então a equação:

$$x \cdot 1,05 = 210$$

Resolvendo a equação chegamos a R\$ 200,00.

Deve-se evitar, a fim de não confundir os alunos, dizer “*juro* de 10% ao mês”, e sim, dizer “*taxa de juros* de 10% ao mês”, pois, quando se trata da grandeza *juro* estamos nos referindo a uma remuneração e não a um percentual. Também é sempre importante quando se referir à *taxa de juros* deixar explícito o período, por exemplo, 5% ao mês e não somente 5%.

Outra observação importante é que o professor trabalhe descontos e aumentos percentuais, utilizando o fator multiplicativo, pois, os alunos do ensino médio, em sua maioria, preferem utilizar a técnica da “*regra de três*” para resolver

problemas envolvendo porcentagem. De fato, não há nada de errado com isso, mas quando se trata de matemática financeira é plausível usar o fator multiplicativo  $(1 + i)$  para acréscimos e  $(1 - i)$  para descontos, afinal, quando trabalhar o conceito de progressão geométrica ficará explícita sua aplicação em juros compostos. Seguem, abaixo, dois exemplos tratando desta observação.

**Exemplo 3.4 (Acréscimo):** O preço do tomate sofreu um reajuste de 20% no mês de março. Sabendo que o preço em fevereiro era de R\$ 5,00 por quilo, qual foi o valor após o reajuste?

**Resolução:** Temos que,  $i = 0,2$ , então o fator multiplicativo será de  $1 + i = 1 + 0,2 = 1,2$ . O preço do tomate após o reajuste será de  $5,00 \cdot 1,2 = 6,00$  reais.

**Exemplo 3.5 (Desconto):** Uma calça que custa R\$ 150,00 será vendida com um desconto de 25%. Por quanto a calça será vendida?

**Resolução:** Temos que,  $i = 0,25$ , então o fator multiplicativo será de  $1 - i = 1 - 0,25 = 0,75$ . A calça será vendida por  $150,00 \cdot 0,75 = 112,50$  reais.

Quando é envolvido mais de um período, entramos no regime de juros compostos. Segundo DANTE, “no sistema de juros compostos, deve-se calcular os juros no fim de cada período, formando um montante sobre o qual se calculam os juros do período seguinte, até esgotar o tempo da aplicação”.

**Teorema 1:** No regime de juros compostos de taxa  $i$  por período, um principal  $C_0$  transforma-se, depois de  $n$  períodos de tempo, em um montante

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) \dots \cdot (1 + i) = C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

**Prova:** Basta observar que os valores do capital crescem a uma taxa constante  $i$  e, portanto, formam uma progressão geométrica de razão  $1 + i$ .

**Exemplo 3.6:** Pedro investe 200 reais a uma taxa de juros de 10% ao mês. Qual será o montante de Pedro três meses depois?

**Solução:**  $C_3 = C_0 \cdot (1 + i)^3 = 200 \cdot (1 + 0,1)^3 = 200 \cdot 1,331 = 266,2$  reais.

Outro modo de ler o *Teorema 1*, é que uma quantia, hoje igual a  $C_0$ , transformar-se-á, depois de  $n$  períodos de tempo a uma taxa de juros  $i$ , em uma quantia igual a  $C_0 \cdot (1 + i)^n$ .

Foi necessária a introdução sobre o conceito de juros compostos para que pudéssemos prosseguir no trabalho, Não cabe aqui, um maior aprofundamento sobre o assunto, pois o mesmo fugiria do tema central. A seguir, temos a fórmula da equivalência de capitais, a qual, está fundamentalmente ligada ao conceito de juros compostos e nos será necessária para explicar alguns exemplos do cotidiano, podendo assim, introduzir o conceito de amortização.

Essa é a fórmula fundamental da equivalência de capitais:

**(I) Para obter o valor futuro do capital após  $n$  períodos, basta multiplicar o valor atual por  $(1 + i)^n$ .**

Exemplo 3.7: Paulo investiu R\$ 150,00 a uma taxa de juros mensal de 15%. Qual será o montante três meses depois?

Solução:  $C_3 = 150 \cdot (1 + 0,15)^3 = 228,13$  reais.

**(II) Para obter o valor atual do capital após  $n$  períodos, basta dividir o valor futuro por  $(1 + i)^n$ .**

Exemplo 3.8: O montante de um investimento a uma taxa de juros mensal de 10% após 5 meses era de R\$ 1500,00. Qual foi o valor investido?

Solução:  $C_0 = \frac{1500}{(1+0,1)^5} = \frac{1500}{1,61051} = 931,38$  reais.

Exemplo 3.9: Uma cabeleireira vende um xampu profissional por R\$100,00 e tem um lucro de 25%. Certo dia, vendo o interesse de sua amiga de infância, que não via há muito tempo, pelo produto, ofereceu a ela, pelo preço de custo. Qual o valor que a cabeleireira deve cobrar?

Solução: Como no valor de R\$100,00 já está incluído o lucro, já está incluso o acréscimo de 25%. Para encontrarmos o valor inicial ou preço de custo, devemos dividir pelo fator multiplicativo do acréscimo, ou seja,  $\frac{100}{(1+i)} = \frac{100}{(1+0,25)} = \frac{100}{1,25} = 80$  reais. A cabeleireira deve cobrar o valor de R\$80,00.

É comum que os alunos calculem 25% de 100 reais e descontem do valor, chegando a um resultado equivocado de 75 reais. Para o trabalho com porcentagem cabe a observação de que se aumentarmos  $x\%$  de um certo valor e depois, sobre o novo valor, descontamos  $x\%$  do valor, não chegaremos à quantia inicial. Essa é uma orientação muito válida.

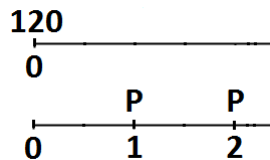
Quando trabalhamos com matemática financeira deslocar quantias no tempo torna-se uma complicação. Os problemas apresentados, a seguir, como exemplo, são um resumo dessas possíveis complicações.

### 3.1.1 Compra a prazo sem entrada e com prestações iguais

Exemplo 3.10: Um liquidificador, cujo preço a vista é R\$ 120,00, é vendido em duas prestações mensais iguais sem entrada. Se a taxa de juros é de 8 % ao mês, determine o valor das prestações.

Este exemplo segue pela seguinte linha de raciocínio: a primeira prestação sofre um mês de juro, logo, para saber o valor sem o juro basta dividirmos a prestação por 1,08. A segunda prestação sofre dois meses de juros, então, para sabermos o valor dela sem o juro basta dividirmos por  $1,08^2$ .

Solução: Veja o esquema abaixo



Igualando os valores na época 0, obtemos:

$$120 = \frac{P}{1,08} + \frac{P}{1,08^2}$$
$$\Leftrightarrow 120 = \frac{1,08P + P}{1,08^2}$$

Resolvendo a equação temos que as prestações devem ser iguais a 67,29 reais, resultando em um montante de 134,58 reais.



### 3.1.2 Compra a prazo com entrada e com prestações iguais

Exemplo 3.11: Uma loja oferece determinado eletrodoméstico por R\$ 410,00, com pagamento à vista. Se desejar, o cliente pode pagar em duas vezes, com parcelas iguais, a primeira paga no ato da compra e, a segunda, em trinta dias. Sabendo que a loja, no caso da compra a prazo, opera com juros compostos a uma taxa de 5% ao mês, qual será o valor de cada parcela?

Este exemplo segue a mesma linha de raciocínio do anterior, diferindo pela entrada. Como a entrada é paga no ato da compra, não sofre juro, pois, lembrando que o juro é a remuneração dada pelo empréstimo de um valor, e o valor emprestado neste caso é o total descontado do valor da entrada.

Solução:

$$\begin{array}{r} 410 \\ | \\ \hline 0 \\ P \qquad P \\ | \qquad | \\ \hline 0 \qquad 1 \end{array}$$

Igualando os valores na época 0 temos:

$$\begin{aligned} 410 &= P + \frac{P}{1,05} \\ \Leftrightarrow 410 &= \frac{1,05P + P}{1,05} \\ \Leftrightarrow P &= \frac{410 \cdot 1,05}{2,05} = 210 \end{aligned}$$

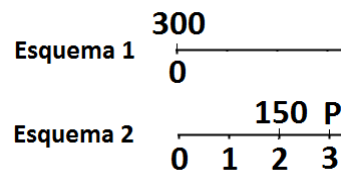
O valor das parcelas será de 210 reais.

### 3.1.3 Compra a prazo com parcelas e períodos não constantes

Exemplo 3.12: Pedro tomou um empréstimo de 300 reais a uma taxa de juros mensal de 10 %. Dois meses após, Pedro pagou 150 reais e, um mês após o pagamento, Pedro liquidou seu débito. Qual o valor desse último pagamento?

Neste caso as parcelas e os períodos não são iguais, ou seja, é entregue o valor de 150 reais depois de dois meses. De acordo com as questões anteriores, certo valor após sofrer dois meses de juros resultou em 150. Para sabermos esse valor basta dividirmos por  $1,1^2$ . O que sobra da dívida deve sofrer três meses de juros.

Solução: Os esquemas de pagamento abaixo são equivalentes: o primeiro esquema refere-se a um pagamento à vista e o segundo esquema diz respeito a uma parcela de 150 reais após dois meses e, o restante da dívida no terceiro mês. Logo, 300 reais, na data 0, têm o mesmo valor de 150 reais dois meses após, mais um pagamento igual a P, na data 3.



Igualando os valores dos pagamentos nos dois esquemas na época 0, obtemos

$$300 = \frac{150}{(1 + 0,1)^2} + \frac{P}{(1 + 0,1)^3}$$

Daí,  $P=234,30$ . O último pagamento foi de R\$ 234,30.

Observando a fórmula fundamental de equivalência de capital (II) e os exemplos 3.10, 3.11 e 3.12, chegamos à conclusão de que cada pagamento tem dupla finalidade: uma parte do pagamento é juro e outra parte abate a dívida. Chamamos de **amortização** o valor abatido da dívida. Portanto, a parcela de um determinado financiamento é composta pelo juro adicionado à amortização. Se P, J e A são, respectivamente, *valor da prestação*, *valor do juro* e *valor da amortização* temos:

$$P=A+J$$

Para explicar sobre amortização aos alunos podemos utilizar o seguinte exemplo:

Exemplo 3.13: Fábio tomou emprestado R\$1000,00 a uma taxa de juros de 10 % ao mês. No primeiro mês ele pagou 500 reais, no segundo mês pagou 200 e no terceiro mês pagou 100 reais. Qual o valor a ser pago no quarto mês para que ele quite a dívida?

A primeira prestação teve juros de R\$ 100,00, ou seja, 10% da dívida que era de R\$ 1000,00. Como ele pagou 500 reais, 100 reais eram de juros e 400 foram abatidos da dívida.

No segundo mês, os juros foram de 60 reais, pois corresponderam a 10% da dívida restante, no caso, 600 reais. Como a pessoa entregou 200 reais, 60 foram de juros e 140 foram abatidos da dívida, reduzindo-a a R\$ 460,00.

No terceiro mês a pessoa entregou apenas R\$ 100,00, pagou de juros 10% de R\$ 460,00 = 46,00. Portanto o valor abatido neste mês foi de 54 reais, reduzindo a dívida para R\$ 406,00.

O valor do juro no quarto mês será de R\$ 40,60, ou seja, o valor total a ser pago para quitar a dívida é de R\$ 406,00 (valor restante da dívida) acrescentados os valores dos juros, resultando em R\$ 446,60.

A tabela abaixo resume as movimentações:

Tabela 1 - Movimentações para exemplificar amortização

$k$ (mês)	$D_k$ Dívida (R\$), $D_k$	$J_k$ Juros sobre a dívida do mês anterior (R\$), $i \cdot D_k$	$P_k$ Parcela Paga (R\$)	$A_k$ Amortização Mensal (R\$)
1	1.000,00	$0,1 \cdot 1000,00 = 100,00$	500,00	$500,00 - 100,00 = 400,00$
2	600,00	$0,1 \cdot 600,00 = 60,00$	200,00	$200,00 - 60,00 = 140,00$
3	460,00	$0,1 \cdot 460 = 46,00$	100,00	$100,00 - 46,00 = 54,00$
4	406,00	$0,1 \cdot 406 = 40,60$	446,60	$446,60 - 40,60 = 406,00$

Os sistemas usuais de amortização no Brasil são o sistema de amortização constante (SAC) e sistema francês de amortização, também chamado de Tabela Price (caracterizado por prestações constantes). O primeiro é o principal sistema para financiamentos imobiliários e o segundo é um tipo de sistema utilizado

principalmente em compras parceladas de artigos em geral, empréstimos do tipo CDC (crédito direto ao consumidor) e financiamento de veículos.

Uma pergunta comum é: “qual dos sistemas é mais vantajoso?”. No sistema SAC devido a uma amortização maior nas primeiras prestações pagam-se menos juros ao final. Este é um assunto que não será aprofundado neste trabalho devido à delimitação do tema principal, esta informação é apenas para fato de curiosidade.

### **3.2 INTRODUÇÃO AO SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (SAC)**

Neste tópico teremos a oportunidade de conhecer um pouco sobre o sistema de amortização constante, atualmente a modalidade mais utilizada para financiamento imobiliário no Brasil. A sequência didática será feita partindo de exemplos com poucas prestações e valores inteiros, aumentando gradativamente o grau de dificuldade. Após os exemplos, três atividades encerram o capítulo para que haja a prática.

Considere um empréstimo que será parcelado em  $n$  períodos. Neste sistema o principal é dividido por  $n$ , em que encontramos o valor periódico da amortização. A cada período é acrescido, no valor da amortização, o valor do juro calculado sobre toda a dívida. Como a dívida diminui a cada período, devido à amortização, os valores das prestações tornam-se decrescentes. Esta é a característica principal do Sistema de Amortização constante.

Exemplo 3.14: Um empréstimo de R\$ 1.000,00 deve ser pago em 2 pagamentos mensais sem entrada, com taxa de juros de 10% ao mês. Qual será o valor de cada parcela utilizando o sistema de amortização constante?

Na planilha abaixo,  $A_k$ ,  $J_k$ ,  $P_k$  e  $D_k$  são, respectivamente, a parcela de amortização, a parcela de juros, a prestação e o estado da dívida (isto é, o valor da dívida após o pagamento), na época  $k$ .

O primeiro passo é definir o valor da amortização mensal. Para isso basta dividir a dívida pela quantidade de parcelas, neste caso  $1000 \div 2 = 500$ .

O segundo passo é definir o juros da 1ª parcela, no caso, como a dívida é de R\$ 1.000,00 e a taxa de juros é de 10 % ao mês, o juros da 1ª parcela será de R\$ 100,00.

A primeira parcela será de R\$ 600,00, pois será a soma da amortização com o juro.

Na segunda parcela, o processo será o mesmo, com a diferença que a dívida é de R\$ 500,00 tornando o juro da segunda parcela de R\$ 50,00. Logo, a segunda parcela será de R\$ 550,00.

Acompanhe a tabela a seguir e para facilitar a compreensão, olhe cada linha na ordem  $A_k, D_k, J_k$  e  $P_k$  :

Tabela 2 - Movimentações SAC do exemplo 3.14

$k$ (mês)	$A_k$ Amortização Mensal (R\$)	$J_k$ Juros sobre a dívida do mês anterior (R\$), $i \cdot D_{k-1}$	$P_k$ Parcela (R\$), $A_k + J_k$	$D_k$ Dívida (R\$), $D_{k-1} - A_k$
0	-	-	-	1.000,00
1	500,00	$0,1 \cdot 1000,00 = 100,00$	$500,00 + 100,00 = 600,00$	500,00
2	500,00	$0,1 \cdot 500,00 = 50,00$	$500,00 + 50,00 = 550,00$	0,00

**Exemplo 3.15:** Consideremos o mesmo empréstimo e as mesmas condições do exemplo 6 dividido em 4 parcelas ao invés de apenas duas.

Definimos primeiro o valor da amortização mensal, ou seja,  $1000 \div 4 = 250$ . Neste caso o *principal* está sendo representado pela *dívida*. Note que o *juro* é sempre 10% da dívida do mês anterior.

Tabela 3 - Movimentações SAC do exemplo 3.15

$k$ (mês)	$A_k$ Amortização Mensal (R\$)	$J_k$ Juros sobre a dívida do mês anterior (R\$), $i \cdot D_{k-1}$	$P_k$ Parcela (R\$), $A_k + J_k$	$D_k$ Dívida (R\$), $D_{k-1} - A_k$
0	-	-	-	1.000,00
1	250,00	$0,1 \cdot 1000,00 = 100,00$	$250,00 + 100,00 = 350,00$	750,00
2	250,00	$0,1 \cdot 750,00 = 75,00$	$250,00 + 75,00 = 325,00$	500,00
3	250,00	$0,1 \cdot 500,00 = 50,00$	$250,00 + 50,00 = 300,00$	250,00
4	250,00	$0,1 \cdot 250,00 = 25,00$	$250,00 + 25,00 = 275,00$	0,00

**Exemplo 3.16:** Um empréstimo de R\$ 1600,00 deve ser pago em 8 parcelas a uma taxa de juros mensal de 5%. Qual será o valor de cada parcela?

Definimos primeiro o valor da amortização mensal, ou seja,  $1600 \div 8 = 200$ . Neste caso o *principal* está sendo representado pela *dívida*. Note que o *juro* é sempre 5% da dívida do mês anterior.

Tabela 4 - Movimentações SAC do exemplo 3.16

$k$ (mês)	$A_k$ Amortização Mensal (R\$)	$J_k$ Juros sobre a dívida do mês anterior (R\$), $i \cdot D_{k-1}$	$P_k$ Parcela (R\$), $A_k + J_k$	$D_k$ Dívida (R\$), $D_{k-1} - A_k$
0	-	-	-	1.600,00
1	200,00	$0,05 \cdot 1600,00 = 80,00$	$200,00 + 80,00 = 280,00$	1400,00
2	200,00	$0,05 \cdot 1400,00 = 70,00$	$200,00 + 70,00 = 270,00$	1200,00
3	200,00	$0,05 \cdot 1200,00 = 60,00$	$200,00 + 60,00 = 260,00$	1000,00
4	200,00	$0,05 \cdot 1000,00 = 50,00$	$200,00 + 50,00 = 250,00$	800,00
5	200,00	$0,05 \cdot 800,00 = 40,00$	$200,00 + 40,00 = 240,00$	600,00
6	200,00	$0,05 \cdot 600,00 = 30,00$	$200,00 + 30,00 = 230,00$	400,00
7	200,00	$0,05 \cdot 400,00 = 20,00$	$200,00 + 20,00 = 220,00$	200,00
8	200,00	$0,05 \cdot 200,00 = 10,00$	$200,00 + 10,00 = 210,00$	0,00

Como a amortização de cada parcela é igual, a dívida vai decrescendo disposta numa progressão aritmética. O valor dos juros é o percentual sobre a dívida no período, fazendo com que o valor dos juros em cada mês também esteja disposto em uma progressão aritmética. Como consequência, temos as prestações dispostas numa PA, pois é adicionada ao valor dos juros de cada período a amortização, que é constante em todos os períodos.

A partir da conclusão do parágrafo acima, em que as prestações são dispostas numa progressão aritmética, podemos aplicar os conceitos de termo geral para determinar o valor de uma prestação qualquer e, também, aplicar a fórmula da soma de PA para calcular a soma dos valores dos juros bem como para calcular a soma dos valores das prestações.

### 3.2.1 Determinação de uma prestação qualquer no SAC

Olhando com atenção o exemplo 3.16, concluímos que a razão  $r$  da PA determinada pelas prestações é  $-10$ , à qual podemos aplicar o conceito de termo geral para determinar uma parcela qualquer.

**Exemplo 3.17:** Consideremos os dados do exemplo 3.16. Calcule o valor da 7ª prestação sabendo que a primeira prestação é de R\$ 280,00 e a razão entre as prestações é  $-10$ .

**Solução:** Aplicando a fórmula do termo geral de uma progressão aritmética,  $a_n = a_k + (n - k) \cdot r$  com  $n \geq k$ , temos:

$$a_7 = a_1 + (7 - 1) \cdot (-10) = 280 - 60 = 220.$$

Como visto na tabela do exemplo 3.16, o valor da 7ª prestação realmente é de 220 reais.

Vejamos um exemplo semelhante ao anterior, porém, o valor fornecido será da terceira prestação ao invés da primeira.

**Exemplo 3.18:** Consideremos os dados do exemplo 3.16. Calcule o valor da 7ª prestação sabendo que a terceira prestação é de R\$ 260,00 e a razão entre as prestações é  $-10$ .

**Solução:** Aplicando a fórmula do termo geral de uma progressão aritmética,  $a_n = a_k + (n - k) \cdot r$  com  $n \geq k$ , temos:

$$a_7 = a_3 + (7 - 3) \cdot (-10) = 260 - 40 = 220.$$

Como visto na tabela do exemplo 3.16, o valor da 7ª prestação é realmente 220 reais.

Em função da pouca quantidade de prestações dos exemplos 3.14 e 3.15, não foi conveniente utilizá-los para determinar o valor de uma prestação qualquer.

### 3.2.2 Determinação da soma dos valores dos juros e soma dos valores das prestações no SAC

Nesta seção, determinaremos a soma dos valores dos juros e soma dos valores das prestações dos exemplos 3.15 e 3.16.

**Exemplo 3.19:** Considerando os dados do exemplo 3.15, determine a soma dos valores dos juros e a soma dos valores de todas as prestações.

**Solução:** (*Soma dos valores dos juros*) O valor do juro cobrado no primeiro mês é de R\$ 100,00 e o valor do juro no último mês é de R\$ 25,00. Aplicando a fórmula da soma dos termos de uma PA,

$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$ , temos:

$$S_4 = \frac{(a_1 + a_4) \cdot 4}{2} = \frac{(100 + 25) \cdot 4}{2} = 250.$$

Portanto, a soma dos valores dos juros é de R\$ 250 reais.

(*Soma dos valores de todas as prestações*) A valor da primeira prestação é de R\$ 350,00 e o valor da última prestação é de R\$ 275,00. Aplicando a fórmula da soma dos termos de uma PA, temos:

$$S_4 = \frac{(a_1 + a_4) \cdot 4}{2} = \frac{(350 + 275) \cdot 4}{2} = 1250.$$

Portanto, a soma dos valores de todas as prestações é de R\$ 1250,00.



**Exemplo 3.20:** Considerando os dados do exemplo 3.16, determine a soma dos valores dos juros e a soma dos valores de todas as prestações.

**Solução:** (*Soma dos valores dos juros*) O valor do juro cobrado no primeiro mês é de R\$ 80,00 e o valor do juro no último mês é de R\$ 10,00. Aplicando a fórmula da soma dos termos de uma PA,

$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$ , temos:

$$S_8 = \frac{(a_1 + a_8) \cdot 8}{2} = \frac{(80 + 10) \cdot 8}{2} = 360.$$

Portanto, a soma dos valores dos juros é de R\$ 360,00 reais.

(*Soma dos valores de todas as prestações*) O valor da primeira prestação é de R\$ 280,00 e o valor da última prestação é de R\$ 210,00. Aplicando a fórmula da soma dos termos de uma PA, temos:

$$S_8 = \frac{(a_1 + a_8) \cdot 8}{2} = \frac{(280 + 210) \cdot 8}{2} = 1960.$$

Portanto, a soma dos valores de todas as prestações é de R\$ 1960,00.

### **3.2.3 Determinação da amortização, do valor dos juros e da taxa de juros de cada período no SAC**

No sistema de amortização constante, conhecendo a quantidade de prestações e seus respectivos valores, podemos determinar a amortização, os valores dos juros e a taxa de juros de cada período. O exemplo, a seguir, trata desta situação:

**Exemplo 3.21:** Marcela emprestou R\$ 1000,00 de um banco e parcelou em 5 prestações mensais, dispostas na tabela abaixo.

Tabela 5 - Parcelas do exemplo 3.21

$k$ (mês)	$P_k$ Parcela (R\$), $A_k + J_k$
0	-
1	350,00
2	320,00
3	290,00
4	260,00
5	230,00

Sabendo que o banco utilizou o sistema de amortização constante, determine a amortização mensal, o valor do juro em cada mês e também a taxa de juros mensal. Depois preencha a tabela.

**Solução:** A amortização mensal é  $\frac{1000,00}{5} = 200,00$  reais. Preenchendo a coluna da amortização (em azul) já podemos determinar o valor do juro em cada parcela (em vermelho) e a dívida em cada mês (em verde).

Tabela 6 - Resolução do exemplo 3.21

$k$ (mês)	$P_k$ Parcela (R\$), $A_k + J_k$	$A_k$ Amortização Mensal (R\$)	$J_k$ Juros sobre a dívida do mês anterior (R\$), $i \cdot D_{k-1}$	$D_k$ Dívida (R\$), $D_{k-1} - A_k$
0	-	-	-	1.000,00
1	350,00	200,00	150,00	800,00
2	320,00	200,00	120,00	600,00
3	290,00	200,00	90,00	400,00
4	260,00	200,00	60,00	200,00
5	230,00	200,00	30,00	0,00

A taxa de juros mensal é a razão

$$\frac{J}{C} = \frac{150}{1000} = \frac{120}{800} = \frac{90}{600} = \frac{60}{400} = \frac{30}{200} = 0,15 = 15\% .$$

### 3.2.4 Atividades

Como proposta para uma melhor aprendizagem, sugerimos preencher as tabelas que seguem, sabendo que o sistema utilizado nas atividades é o de amortização constante.

**Atividade 1:** Determine os valores das parcelas mensais de um empréstimo de R\$ 2000,00 dividido em 5 prestações mensais a uma taxa de juros de 6% ao mês. A primeira linha já foi completada, preencha as demais.

Tabela 7 - Atividade 1

$k$ (mês)	$A_k$ Amortização Mensal (R\$)	$J_k$ Juros sobre a dívida do mês anterior (R\$), $i \cdot D_{k-1}$	$P_k$ Parcela (R\$), $A_k + J_k$	$D_k$ Dívida (R\$), $D_{k-1} - A_k$
0	-	-	-	2000,00
1	400,00	$0,06 \cdot 1000,00 = 60,00$	$400,00 + 60,00 = 460,00$	1600,00
2				
3				
4				

**Atividade 2:** Um empréstimo de R\$ 24000,00 foi realizado através do sistema de amortização constante. O pagamento será feito em 6 anos, sendo 1 pagamento por ano, a uma taxa de juro de 8% ao ano.

Tabela 8 - Atividade 2

$k$ (ano)	$A_k$ Amortização Anual (R\$)	$J_k$ Juros sobre a dívida do ano anterior (R\$), $i \cdot D_{k-1}$	$P_k$ Parcela (R\$), $A_k + J_k$	$D_k$ Dívida (R\$), $D_{k-1} - A_k$
0	-	-	-	1000,00
1				
2				
3				
4				
5				
6				

**Atividade 3:** Marcela emprestou R\$ 1000,00 de um banco e parcelou em 4 prestações mensais dispostas na tabela abaixo.

Tabela 9 - Parcelas da atividade 3

$k$ (mês)	$P_k$ Parcela (R\$), $A_k + J_k$
0	-
1	350,00
2	325,00
3	300,00
4	275,00

Sabendo que o banco utilizou o sistema de amortização constante, determine a amortização e o valor do juro em cada mês e também a taxa de juros mensal. Depois preencha a tabela.

Tabela 10 - Atividade 3

$k$ (mês)	$P_k$ Parcela R\$), $A_k + J_k$	$A_k$ Amortização Mensal (R\$)	$J_k$ Juros sobre a dívida do mês anterior (R\$), $i \cdot D_{k-1}$	$D_k$ Dívida (R\$), $D_{k-1} - A_k$
0	-			1000,00
1	350,00			
2	325,00			
3	300,00			
4	275,00			

## 4 PROPOSTA METODOLÓGICA

### 4.1 SOBRE A PROPOSTA

Este capítulo trata de uma proposta a ser apresentada aos alunos do ensino médio **após terem trabalhado o conceito de termo geral e soma de termos de uma progressão aritmética** para que apliquem o que aprenderam em uma situação que grande parte dos brasileiros se vê obrigado a passar: financiar um imóvel.

Considerando o referencial curricular para escolas estaduais de Mato Grosso do Sul, desde o 6º do ensino fundamental os alunos iniciam o contato com trabalhos de porcentagens, ao 9º ano estudam sobre juros simples e no 4º bimestre do 1º ano do ensino médio estudam sobre juros simples e compostos. Este conteúdo aplica-se no 2º bimestre do 2º ano do ensino médio, ano em que se exploram esses conceitos e alia-se o conhecimento de matemática financeira ao conceito de progressão aritmética.

Uma sequência de aulas em que o aluno parte de um problema do cotidiano e consegue extrair dados deste para depois aplicar a um conceito matemático, faz com que, após resolver o problema, essa ação desperte no aluno a sensação de que aprender aquele conceito não foi em vão. Não há dúvidas de que o domínio da teoria é necessário, porém, saber aplicar essa teoria que aprendemos na escola faz parte do processo do aprender e estimula o aluno a querer aprender cada vez mais.

Neste trabalho os alunos tiveram a oportunidade de se deparar com siglas, palavras e termos técnicos usados pelo banco e de certa maneira adiantar um conhecimento que só seria adquirido anos mais tarde ao iniciarem negociações bancárias. A partir deste conhecimento, deverão ter autonomia para fazer simulações de acordo com sua realidade, estimar o valor total a ser pago, sendo este não explícito na simulação e só podendo ser calculado com o conhecimento sobre o sistema de amortização constante e sua relação com a progressão aritmética.

A seguir é apresentado o modelo de plano de aula.

## 4.2 PLANO DE AULA

**Quantidade de aulas:** 3 a 4 aulas de 50 minutos.

**Ano:** 2º Ano

**Etapa de Ensino:** Ensino Médio

**2º Bimestre**

### 4.2.1 PRIMEIRA AULA

**Os objetivos gerais que os alunos devem alcançar são:**

- Aprender o significado de siglas, palavras e termos utilizados em uma simulação de financiamento de habitação em banco;
- Apresentar a disposição de parcelas de uma simulação habitacional brasileira;
- Causar curiosidade sobre como é calculada a soma das parcelas da simulação.

**O objetivo específico desta aula é:**

- O aluno deve ter autonomia para fazer simulações em diferentes relações de capitais de acordo com sua realidade.

**Conteúdos:**

- Sistema de amortização constante: característica principal e disposição das parcelas.

**Metodologia**

Recursos: Sala de tecnologia, projetor, internet.

A aula deve se passar na sala de tecnologia e o professor deve projetar o mesmo site que os alunos estão acessando. É muito importante para o rendimento da aula que a sala esteja preparada com o site [www8.caixa.gov.br](http://www8.caixa.gov.br) aberto em todos os computadores e com o projetor preparado para o professor.

Esta aula deve servir apenas para estimular a curiosidade dos alunos e não deve ser comentado nada sobre progressão aritmética, deixando-os investigar por conta própria até que alguns concluam que as parcelas têm ligação direta com a

progressão aritmética e esbocem uma resposta ou formulem hipóteses viáveis de respostas.

1ª parte da aula (25 a 30 minutos): Nesta etapa os alunos terão liberdade para definir as opções que quiserem como: tipo; categoria; estado; cidade; valor de habitação; salário que recebem; idade que têm. As dúvidas quanto ao significado de alguns termos surgirão e o professor deverá intervir. Neste momento o professor tem duas opções: passar uma folha aos alunos com um resumo do significado dos termos ou projetar um slide semelhante à figura, a seguir, para orientar os alunos no preenchimento.

**Pessoa Física:** trata-se de uma pessoa.

**Pessoa Jurídica:** trata-se de uma empresa.

**Residencial:** financiar uma residência.

**Crédito aporte Caixa:** Crédito com garantia de imóvel, ou seja, pega emprestado dinheiro do banco e deixa seu imóvel como garantia.

Pode escolher entre **imóvel novo ou usado, terreno, construção e material de construção.**

Basicamente, todos os trabalhadores com carteira registrada recolhem FGTS, então, se alguém tiver três anos de registro na carteira de trabalho, pode marcar.

Figura 1 - Explicação dos itens da página inicial

The image shows a web form for CAIXA's housing simulator. The form is titled "CAIXA Simulador HABITAÇÃO". It contains several sections with input fields and checkboxes. Callouts from surrounding text boxes point to specific parts of the form: "Este financiamento é para uma pessoa:" with radio buttons for "Física" and "Jurídica"; "Qual o tipo de financiamento você deseja?" with a dropdown menu set to "Residencial"; "Em qual destas categorias o imóvel se enquadra?" with a dropdown menu set to "Aquisição de Imóvel Novo"; "Em qual cidade está localizado o imóvel?" with fields for "UF:" (set to "MS") and "Cidade:" (set to "PONTA PORÁ"); a checkbox for "Marque se possui imóvel na cidade selecionada"; "Qual é o valor aproximado do imóvel?" with a text input field set to "R\$: 100.000,00"; "Qual é a renda bruta familiar?" with a text input field set to "R\$: 5.000,00"; "Qual é a data de nascimento do participante de maior idade?" with a date input field set to "28/09/1988"; a checked checkbox for "Possui 3 anos de trabalho sob regime do FGTS, somando-se todos os períodos trabalhados?"; and an unchecked checkbox for "Marque se você ou o imóvel, objeto do financiamento, já foi beneficiado com subsídio concedido pelo FGTS/União". At the bottom of the form is a blue button labeled "AVANÇAR" and a note "\* Campos obrigatórios".

Escolha o **Estado**, a **Cidade** onde o imóvel será financiado. Marque a opção disponível **se já tiver um imóvel** na cidade selecionada.

Preencha com o valor aproximado do imóvel.

A renda bruta é a soma dos salários de todas as pessoas da casa. Coloque a data de nascimento da pessoa que pretende financiar a casa. Quanto mais jovem a pessoa, maior será o prazo.

Benefício dado em forma de desconto para trabalhadores com renda bruta de até R\$ 3.275,00.

Clique para **continuar** com a simulação.



Figura 2 – Explicação sobre as opções de financiamento



**Simulador**  
**HABITAÇÃO**

<p>Residencial Aquisição de Imóvel Novo Pessoa Física Cidade: PONTA PORA-MS Possui 3 anos de trabalho sob regime do FGTS: Sim Você ou imóvel objeto do financiamento já foi beneficiado com subsídio concedido pelo FGTS/União: Não</p>	<p>Data da Simulação: 15/03/2013 Valor do Imóvel: R\$ 100.000,00 Renda Bruta: R\$ 5.000,00 Data de Nascimento: 28/09/1988</p>
---	---

**OPÇÕES DE FINANCIAMENTO DISPONÍVEIS PARA VOCÊ**

**SE VOCÊ TEM OU QUER TER RELACIONAMENTO COM A CAIXA.**  
A CAIXA oferece modalidades de financiamentos com condições e vantagens especiais para você que é ou quer ser cliente com relacionamento: Cheque Especial, Cartão de Crédito e opte por Débito em Conta de sua prestação habitacional. (TAXAS VIGENTES A PARTIR DE 11/06/2012)

**SE VOCÊ TEM OU QUER TER RELACIONAMENTO + CONTA SALÁRIO COM A CAIXA.**  
A CAIXA oferece modalidades de financiamentos com condições e vantagens especiais para você que é ou quer ser cliente com relacionamento: Cheque Especial, Cartão de Crédito e opte por Débito em Conta de sua prestação habitacional + Conta Salário. (TAXAS VIGENTES A PARTIR DE 11/06/2012)

**TAXA BALCÃO**  
Cliente que não possui e não deseja ter relacionamento com a CAIXA. (TAXAS VIGENTES A PARTIR DE 11/06/2012)

**CONVÊNIO SETOR PÚBLICO - TAXA CLIENTE COM RELACIONAMENTO**  
A CAIXA oferece modalidades de financiamentos com condições e vantagens especiais para você que é cliente do Setor Público, possui Cheque Especial, Cartão de Crédito e opte por Débito em Conta de sua prestação habitacional. (TAXAS VIGENTES A PARTIR DE 11/06/2012)

**CONVÊNIO SETOR PÚBLICO - TAXA CLIENTE COM RELACIONAMENTO + CONTA SALÁRIO**  
A CAIXA oferece modalidades de financiamentos com condições e vantagens especiais para você que é cliente do Setor Público, possui Cheque Especial, Cartão de Crédito, recebe salário na CAIXA e opte por Débito em Conta de sua prestação habitacional. (TAXAS VIGENTES A PARTIR DE 11/06/2012)

VOLTAR

Veja outras opções no [Consórcio Imobiliário CAIXA](#)

Não tem e não quer ter conta na Caixa.

Cliente com conta corrente na Caixa e é funcionário público.

Cliente com conta corrente Caixa.

Cliente com conta corrente que recebe seu salário diretamente na Caixa numa conta especial e com taxas reduzidas.

Cliente com conta corrente na Caixa, funcionário público e recebe seu salário pela Caixa numa conta especial com taxas reduzidas.

2ª parte da aula (15 a 20 minutos): Neste momento, o professor irá propor um modelo no projetor (caso não tenha acesso ao projetor na sala de tecnologia, este modelo pode estar presente na folha passada aos alunos na 1ª parte da aula), onde os alunos devem ir preenchendo os dados de acordo com os comandos do professor. A seguir é apresentada uma proposta de modelo:

Figura 3 – Proposta de modelo da página inicial

The image shows a screenshot of the CAIXA Simulador HABITAÇÃO form. The form is titled "CAIXA Simulador HABITAÇÃO" and contains several sections for data entry. Callout boxes provide instructions for each field:

- Seleção de Pessoa:** "Este financiamento é para uma pessoa:" with radio buttons for "Física" (selected) and "Jurídica". Callout: "Selecione 'Física'".
- Tipo de Financiamento:** "Qual o tipo de financiamento você deseja?" with a dropdown menu set to "Residencial". Callout: "Selecione 'Residencial'".
- Categoria de Imóvel:** "Em qual destas categorias o imóvel se enquadra?" with a dropdown menu set to "Aquisição de Imóvel Novo". Callout: "Selecione 'Aquisição de Imóvel Novo'".
- Cidade:** "Em qual cidade está localizado o imóvel?" with dropdowns for "UF: MS" and "Cidade: PONTA PORÁ". Callout: "Selecione 'MS', 'Ponta Porã' e não marque a opção.".
- Valor do Imóvel:** "Qual é o valor aproximado do imóvel?" with a text box containing "R\$: 100.000,00". Callout: "Preencha com o valor de R\$ 100.000,00.".
- Renda Familiar:** "Qual é a renda bruta familiar?" with a text box containing "R\$: 5.000,00". Callout: "Preencha com o valor de R\$ 5.000,00 como renda bruta familiar.".
- Data de Nascimento:** "Qual é a data de nascimento do participante de maior idade?" with a text box containing "28/09/1988". Callout: "Preencha com a data de nascimento de 28/09/1988.".
- FGTS:** A checkbox "Possui 3 anos de trabalho sob regime do FGTS, somando-se todos os períodos trabalhados?" is checked. Callout: "Marque a opção sobre três anos de trabalho sobre regime de FGTS.".
- Outro FGTS:** A checkbox "Marque se você ou o imóvel, objeto do financiamento, já foi beneficiado com subsídio concedido pelo FGTS/União" is unchecked. Callout: "Não marque a opção dizendo que você tem imóvel.".

At the bottom of the form is a blue "AVANÇAR" button and a note: "\* Campos obrigatórios".

Figura 4 - Modelo de proposta para opções de financiamento

**CAIXA** **Simulador HABITAÇÃO**

Residencial	Data da Simulação: 15/03/2013
Aquisição de Imóvel Novo	Valor do Imóvel: R\$ 100.000,00
Pessoa Física	Renda Bruta: R\$ 5.000,00
Cidade: PONTA PORA-MS	Data de Nascimento: 28/09/1988
Possui 3 anos de trabalho sob regime do FGTS:	
Sim	
Você ou imóvel objeto do financiamento já foi beneficiado com subsídio concedido pelo FGTS/União:	
Não	

**OPÇÕES DE FINANCIAMENTO DISPONÍVEIS PARA VOCÊ**

**SE VOCÊ TEM OU QUER TER RELACIONAMENTO COM A CAIXA.**  
A CAIXA oferece modalidades de financiamentos com condições e vantagens especiais para você que é ou quer ser cliente com relacionamento: Cheque Especial, Cartão de Crédito e opte por Débito em Conta de sua prestação habitacional. (TAXAS VIGENTES A PARTIR DE 11/06/2012)

**SE VOCÊ TEM OU QUER TER RELACIONAMENTO + CONTA SALÁRIO COM A CAIXA.**  
A CAIXA oferece modalidades de financiamentos com condições e vantagens especiais para você que é ou quer ser cliente com relacionamento: Cheque Especial, Cartão de Crédito e opte por Débito em Conta de sua prestação habitacional + Conta Salário. (TAXAS VIGENTES A PARTIR DE 11/06/2012)

**TAXA BALCÃO**  
Cliente que não possui e não deseja ter relacionamento com a CAIXA. (TAXAS VIGENTES A PARTIR DE 11/06/2012)

**CONVÊNIO SETOR PÚBLICO - TAXA CLIENTE COM RELACIONAMENTO**  
A CAIXA oferece modalidades de financiamentos com condições e vantagens especiais para você que é cliente do Setor Público, possui Cheque Especial, Cartão de Crédito e opte por Débito em Conta de sua prestação habitacional. (TAXAS VIGENTES A PARTIR DE 11/06/2012)


**CONVÊNIO SETOR PÚBLICO - TAXA CLIENTE COM RELACIONAMENTO + CONTA SALÁRIO**  
A CAIXA oferece modalidades de financiamentos com condições e vantagens especiais para você que é cliente do Setor Público, possui Cheque Especial, Cartão de Crédito, recebe salário na CAIXA e opte por Débito em Conta de sua prestação habitacional. (TAXAS VIGENTES A PARTIR DE 11/06/2012)

**VOLTAR** Veja outras opções no **Consórcio Imobiliário CAIXA**

Selecione  
"CONVÊNIO SETOR PÚBLICO - TAXA CLIENTE COM RELACIONAMENTO + CONTA SALÁRIO"

É nesta etapa que será perguntado aos alunos: "Qual será o total pago pela casa ao final de todas as prestações?". Os alunos devem ser orientados a acessarem e copiarem as 15 primeiras e 15 últimas prestações para levarem para casa e tentarem solucionar a questão. A página inicial da proposta e as prestações detalhadas estão a seguir:

Figura 5 – Página principal do simulador de habitação



## Simulador HABITAÇÃO

<p>Residencial Aquisição de Imóvel Novo Pessoa Física Cidade: PONTA PORA-MS Possui 3 anos de trabalho sob regime do FGTS: Sim</p>	<p>Data da Simulação: 15/03/2013 Valor do Imóvel: R\$ 100.000,00 Renda Bruta: R\$ 5.000,00 Data de Nascimento: 28/09/1988</p>
---	---

Você ou imóvel objeto do financiamento já foi beneficiado com subsídio concedido pelo FGTS/União:  
Não

### SBPE - Aquisição de Imóvel Novo - Setor Público - Com Relacionamento.

Valor do Imóvel	Prazo Máximo	Sistema de Amortização	Cota máxima financiamento
R\$ 100.000,00	420 meses	SAC	90%

Valor da Entrada	Prazo desejável
R\$ 10.000,00	420 meses
Valor do financiamento	Valor subsídio complemento
R\$ 90.000,00	R\$ 0,00

[ALTERAR](#)

A Caixa oferece opções para escolha da seguradora do seu financiamento imobiliário. [Ver condições contratuais.](#)


Opção básica

	CAIXA   SEGUROS	SulAmérica <small>membrado ING</small>
Juros Nominais (1)	7.8140% a.a. + TR%	
Juros Efetivos (1)	8.1000 % a.a. + TR%	
<b>1ª Prestação</b>	<b>R\$ 844,87</b>	<b>R\$ 847,19</b>
	<a href="#">demais prestações</a>	<a href="#">demais prestações</a>
Última Prestação	R\$ 240,69	R\$ 240,69
CET (2)	<a href="#">calcular</a>	<a href="#">calcular</a>
CESH (3)	<a href="#">calcular</a>	<a href="#">calcular</a>


[▶ Detalhar prestação com CAIXA SEGUROS](#)

[▶ Detalhar prestação com SULAMERICA SEGUROS](#)

(1) taxas de juros a.a. + TR  
(2) CET - Custo Efetivo Total a.a.  
(3) CESH - Custo Efetivo de Seguro Habitacional a.a



Documentação



Saiba mais

[VOLTAR](#)

[IMPRIMIR](#)

OS RESULTADOS OBTIDOS REPRESENTAM APENAS UMA SIMULAÇÃO E NÃO VALEM COMO PROPOSTA. Os valores estão sujeitos a alterações de acordo com a apuração da capacidade de pagamento e à aprovação da análise de crédito a ser efetuada pela CAIXA. Poderá haver alterações das taxas, dos prazos máximos e das demais condições, sem aviso prévio. A contratação está condicionada a disponibilidade de recursos para sua região e ao atendimento das exigências do programa.

Quantidade de meses máximos.

Sistema de Amortização Constante.

Comparativo de financiamentos.

Valor que será financiado.

Clique para detalhar o valor das prestações.

Figura 6 - Tabela da 1ª a 15ª prestação

CAIXA
Simulador  
HABITAÇÃO

Residencial Aquisição de Imóvel Novo Pessoa Física Cidade: PONTA PORA-MS Possui 3 anos de trabalho sob regime do FGTS: Sim Você ou imóvel objeto do financiamento já foi beneficiado com subsídio concedido pelo FGTS/União: Não	Data da Simulação: 15/03/2013 Valor do Imóvel: R\$ 100.000,00 Renda Bruta: R\$ 5.000,00 Data de Nascimento: 28/09/1988
---	---

**CONVÊNIO SETOR PÚBLICO - TAXA CLIENTE COM  
RELACIONAMENTO**

Valor de Financiamento: R\$ 90.000,00	Prazo: 420 meses
Valor da Entrada: R\$ 10.000,00	Juros: 7,8140% a.a
Sistema de Amortização: SAC	
Prazo de Construção: 0 meses	
Prazo de Carência: 0	
Prazo de Amortização: 420 meses	

CET - Custo Efetivo Total: 9,1280%  
 CESH - Custo Efetivo do Seguro Habitacional: 2,7491%  
 Seguradora: CAIXA SEGUROS

**Componentes do CET**

Valor do financiamento: R\$ 90.000,00  
 Taxas à vista: R\$ 819,53  
 1ª Prestação: R\$ 844,85

DETALHAMENTO
IMPRIMIR
VOLTAR

PLANILHA DE EVOLUÇÃO TEÓRICA PARA DEMONSTRAÇÃO DOS FLUXOS REFERENTES A OS PAGAMENTOS E RECEBIMENTOS CONSIDERADOS NO CÁLCULO DO CUSTO EFETIVO TOTAL - CET NAS CONDIÇÕES VIGENTES NA DATA DA SIMULAÇÃO

Fase de Amortização						
Nº	Data de Vencimento	Prestação	Seguro/FGHAB	Tarifas	Encargo	Saldo Devedor
1	15/04/2013	800,34	19,51	25,00	844,85	89.785,71
2	15/05/2013	798,94	19,48	25,00	843,43	89.571,42
3	15/06/2013	797,55	19,46	25,00	842,01	89.357,13
4	15/07/2013	796,15	19,43	25,00	840,59	89.142,84
5	15/08/2013	794,76	19,41	25,00	839,17	88.928,55
6	15/09/2013	793,36	19,38	25,00	837,75	88.714,26
7	15/10/2013	791,97	19,36	25,00	836,33	88.499,97
8	15/11/2013	790,57	19,33	25,00	834,91	88.285,68
9	15/12/2013	789,18	19,31	25,00	833,49	88.071,39
10	15/01/2014	787,78	19,28	25,00	832,07	87.857,10
11	15/02/2014	786,39	19,26	25,00	830,65	87.642,81
12	15/03/2014	784,99	19,23	25,00	829,23	87.428,52
13	15/04/2014	783,60	19,21	25,00	827,81	87.214,23
14	15/05/2014	782,20	19,18	25,00	826,38	86.999,94
15	15/06/2014	780,80	19,16	25,00	824,96	86.785,65

**Figura 7 – Tabela da 405ª a 420ª.**



405	15/12/2046	236,60	14,88	25,00	276,48	3.212,55
406	15/01/2047	235,21	14,50	25,00	274,71	2.998,26
407	15/02/2047	233,81	14,12	25,00	272,93	2.783,97
408	15/03/2047	232,42	13,74	25,00	271,16	2.569,68
409	15/04/2047	231,02	13,36	25,00	269,38	2.355,39
410	15/05/2047	229,63	12,98	25,00	267,61	2.141,10
411	15/06/2047	228,23	12,60	25,00	265,83	1.926,81
412	15/07/2047	226,84	12,22	25,00	264,05	1.712,52
413	15/08/2047	225,44	11,84	25,00	262,28	1.498,23
414	15/09/2047	224,05	11,46	25,00	260,50	1.283,94
415	15/10/2047	222,65	11,08	25,00	258,73	1.069,65
416	15/11/2047	221,26	10,70	25,00	256,95	855,36
417	15/12/2047	219,86	10,32	25,00	255,18	641,07
418	15/01/2048	218,46	9,94	25,00	253,40	426,78
419	15/02/2048	217,07	9,56	25,00	251,63	212,49
420	15/03/2048	213,87	0,00	25,00	238,87	0,00

Os resultados obtidos representam apenas uma simulação e não valem como proposta, pois estão sujeitos a alterações de acordo com a apuração da capacidade de pagamento e à aprovação da análise de crédito a ser efetuada pela CAIXA. Poderá haver alterações das taxas, dos prazos máximos e das demais condições, sem aviso prévio. A contratação está condicionada à disponibilidade de recursos para sua região e ao atendimento das exigências do programa.

Demonstração dos fluxos referente aos pagamentos e recebimentos considerados no cálculo do CET nas condições vigentes na data da simulação correspondente à fase de amortização. Nos casos de construção o CET pode variar em função do cronograma de cada obra.

**Como contratar**

**Documentação**

**DETALHAMENTO**

**IMPRIMIR**

**VOLTAR**

3ª parte da aula: (5 a 10 minutos): Como forma de avaliação, ao final da aula será passada aos alunos uma ficha para saber se adquiriram autonomia para futuramente simular um financiamento com as características financeiras de sua família.

**Tabela 11 - Questionário de avaliação da primeira aula**

<p><b>Você irá financiar um imóvel novo, aliás, será o seu primeiro imóvel. Que alegria! Você trabalha em uma empresa privada há cinco anos com carteira assinada. Antes de ir ao banco, quer primeiro ter uma ideia de quanto irá gastar, ou seja, fará uma simulação na internet. Você recebe seu salário pelo banco diretamente na conta corrente e não pretende abrir outra conta. Ao abrir a simulação se deparou com alguns termos. O que você respondeu?</b></p>		
<p>Este financiamento é para uma pessoa física ou jurídica?</p>	<p>Resposta:</p>	<p>Por quê?</p>
<p>O que significa renda bruta familiar?</p>	<p>Resposta:</p>	
<p>Possui três anos de trabalho sobre regime de FGTS, somando-se todos os períodos trabalhados?</p>	<p>Resposta:</p>	<p>Por quê?</p>
<p>Marque se você ou o imóvel, objeto do financiamento, já foi beneficiado com subsídio concedido pelo FGTS/UNIÃO.</p>	<p>Resposta:</p>	<p>Por quê?</p>
<p>Qual foi a opção de financiamento que você escolheu?</p>	<p>(        ) Se você tem ou quer ter relacionamento com a caixa.          (        ) Se você tem ou quer ter relacionamento + conta salário com a caixa.          (        ) Taxa Balcão.          (        ) Convênio setor público – taxa cliente com relacionamento          (        ) Convênio setor público – taxa cliente com relacionamento + conta salário.</p>	

## 4.2.2 SEGUNDA AULA

### Os objetivos gerais que os alunos devem alcançar são:

- Verificar que os valores das prestações estão dispostos numa progressão aritmética;
- Determinar a razão da progressão aritmética formada pelas prestações;
- Aplicar os conceitos de termo geral e soma dos termos de uma progressão aritmética para determinar, respectivamente, uma prestação qualquer e o total pago ao final de todas as prestações.

### O objetivo específico é:

- o aluno deve adquirir autonomia para calcular uma parcela qualquer e o total pago por um imóvel numa simulação de financiamento.

### Conteúdos

- Disposição dos termos de um financiamento sob sistema de amortização constante;
- Progressão aritmética: determinação da razão, termo geral e soma dos termos.

### Metodologia

Recursos: Projetor na sala de aula ou, na ausência deste, cópia de atividades para cada aluno.

1ª parte da aula (5 minutos): Apresentar aos alunos, se possível, sobre forma de comentário dados nacionais de quantas habitações foram financiadas nos últimos anos apenas para mostrar a importância desta operação financeira.

2ª parte da aula (10 minutos): Após comentar sobre esses dados, o professor deverá ouvir as estratégias dos alunos para resolver o problema “Qual será o total pago pela casa ao final de todas as prestações?” e, se possível, fazer com que os alunos apresentem suas propostas para os colegas.

3ª parte da aula (15 a 20 minutos): O professor poderá mostrar aos alunos que as parcelas estão dispostas numa progressão aritmética, determinar sua razão



e calcular o total pago utilizando o conceito da soma de termos. É importante ressaltar que é apenas uma aproximação do total já que existem algumas taxas adicionais como é o caso do “Seguro/FGHAB” e “Tarifas” como visto na figura 4 que contém os valores das parcelas. No modelo apresentado, a razão entre as parcelas é de negativo R\$ 1,42. Analisando o valor da primeira e da última parcela chegamos a um total de  $\frac{(844,85 + 238,87) \cdot 420}{2} = 227.581,20$  reais. Somando-se 10.000 reais de entrada chegamos a um total de 237.581,20 reais.

Deve-se notar e alertar o aluno que a última parcela não terá a taxa “Seguro/FGHAB” tornando uma aproximação mais precisa utilizar a parcela número 419 como última e depois somar a parcela número 420, ou seja,  $\frac{(844,85 + 251,63) \cdot 419}{2} = 229.712,56 + 238,87 = 229.951,43$  reais. Somando-se 10.000 reais de entrada chegamos a um total de 239.951,43 reais.

Deve ser feito o comentário sobre o porquê da página que apresenta informações sobre o financiamento (figura 5) apresentar apenas a primeira e a última parcela, afinal, para saber o montante não há necessidade da pessoa que está fazendo a simulação ver todas as prestações. Deve ficar bem claro aos alunos que é apenas uma estimativa, onde utilizando os dados na figura 3 que é a aproximação mais exata do valor temos  $\frac{(844,87 + 240,89) \cdot 420}{2} = 228.009,60$  reais. Somando-se os 10.000 reais de entrada tem-se um total de 238.009,60 reais.

Os dados contidos na figura 5 são dados onde os valores estão melhores distribuídos de maneira a formar uma progressão aritmética ideal, considerando que após muitas prestações a razão varia alguns centavos, influenciando no valor final.

4ª parte da aula (10 minutos): Como forma de avaliação, são apresentados dois problemas que poderão estar sendo utilizados pelo professor para analisar o desenvolvimento do aluno.

*Atividade 1:* Rogério emprestou R\$ 2400,00 sob sistema de amortização constante e dividiu em 24 prestações. Como característica já comentada, nesse sistema as prestações estão dispostas numa progressão aritmética. Se a primeira prestação será de R\$ 148,00 e a última será de R\$ 102,00, qual será o valor total de juro pago por Rogério?

*Atividade 2:* Marcelo financiou um imóvel no valor de R\$ 120.000,00 em 420 prestações mensais. Sabendo que a primeira prestação foi de R\$ 885,71 e a última foi R\$ 287, 14 e o sistema adotado foi o de amortização constante, qual o será o montante pago por Marcelo?

#### **4.2.3 TERCEIRA E QUARTA AULA (PREFERENCIALMENTE UMA AULA DUPLA)**

**Os objetivos gerais que os alunos devem alcançar são:**

- aprender e/ou relembrar o conceito de juro, amortização e prestação;
- Conhecer o sistema de amortização constante e suas principais características;
- Entender por que as prestações no SAC estão dispostas numa progressão aritmética.

**O objetivo específico é:**

- O aluno deve aprender a montar e utilizar tabelas com o sistema de amortização constante.

**Conteúdos**

- Amortização e Juros;
- Sistema de amortização constante: construção da tabela.

**Metodologia**

Primeira parte da aula (10 a 15 minutos): Será relembrado o conceito de juro, ou seja, remuneração pelo empréstimo de um principal  $C$ . Os alunos farão alguns cálculos de porcentagens. O professor deve trabalhar o conceito de cálculo percentual multiplicando pelo fator  $1 + i$ , conforme explicado no capítulo 2. Pode iniciar com exemplos do tipo:

Exemplo 4.1: Carla emprestou do banco a quantia de R\$ 1000,00. O banco cobrará uma taxa de juros de 10% ao mês. Qual foi o valor total pago por Carla após um mês? E após dois meses?

Exemplo 4.2: Calcule:

- a) 10% de 500;
- b) 18% de 750;
- c) 7% de 800;

Não há necessidade de trabalhar o conceito de juros compostos, pois, não será aplicado para montar a tabela SAC.

Segunda parte da aula (20 a 30 minutos): Nesta etapa o aluno deve aprender o conceito de amortização e este pode ser bem explicado através de exemplos com pagamentos aleatórios, ou seja, onde o cliente que emprestou o dinheiro paga o que pode, sem ter uma parcela fixa por mês:

Exemplo 4.3: Fábio emprestou R\$ 1000,00 a uma taxa de juros de 10 % ao mês. No primeiro mês ele pagou 500 reais, no segundo mês pagou 200 e no terceiro mês pagou 100 reais. Qual o valor a ser pago no quarto mês para que ele quite a dívida?

Basta pensar no problema focando no juro.

A primeira prestação teve juros de R\$ 100,00, ou seja, 10% da dívida que era de R\$ 1000,00. Como ele pagou 500 reais, 100 reais eram de juros e 400 foram abatidos da dívida.

No segundo mês, os juros foram de 60 reais, pois corresponderam a 10% da dívida restante, no caso, 600 reais. Como a pessoa entregou 200 reais, 60 foram de juros e 140 foram abatidos da dívida, reduzindo-a a R\$ 460,00.

No terceiro mês a pessoa entregou apenas R\$ 100,00, pagou de juros 10% de R\$ 460,00 = 46,00. Portanto o valor abatido neste mês foi de 54 reais, reduzindo a dívida para R\$ 406,00.

O valor do juro no 4º mês será de R\$ 40,60, ou seja, o valor total a ser pago para quitar a dívida é de R\$ 406,00 (valor restante da dívida) acrescentado o juros, resultando em R\$ 446,60.

A tabela a seguir resume as movimentações:

Tabela 12 - Movimentações do exemplo 3 da segunda aula

$k$ (mês)	$D_k$ Dívida (R\$), $D_k$	$J_k$ Juros sobre a dívida do mês anterior (R\$), $i \cdot D_k$	$P_k$ Parcela Paga (R\$)	$A_k$ Amortização Mensal (R\$)
1	1.000,00	$0,1 \cdot 1000,00 = 100,00$	500,00	$500,00 - 100,00 = 400,00$
2	600,00	$0,1 \cdot 600,00 = 60,00$	200,00	$200,00 - 60,00 = 140,00$
3	460,00	$0,1 \cdot 460 = 46,00$	100,00	$100,00 - 46,00 = 54,00$
4	406,00	$0,1 \cdot 406 = 40,60$	446,60	$446,60 - 40,60 = 406,00$

A partir de um exemplo como este, o professor define amortização como sendo o valor que é abatido diretamente na dívida. Também deixa claro para o aluno que a prestação tem dupla finalidade: uma parte paga o juro e outra parte amortiza a dívida.

Terceira parte da aula (30 minutos): Nesta etapa será chamada a atenção para o sistema de amortização constante, utilizado na operação de financiamento de imóvel. Será destacado que neste sistema, primeiro, definimos o valor da amortização por mês e depois o valor do juro para cada mês que, por característica, é decrescente, pois a dívida também vai diminuindo. Será completada a tabela abaixo como exemplo e, neste momento, destacada sua ligação estreita com a progressão aritmética explicada no capítulo 2.

Exemplo 4.4: Um empréstimo de R\$ 1.000,00 deve ser pago em duas prestações mensais sem entrada, com taxa de juros de 10% ao mês. Qual será o valor de cada parcela utilizando o sistema de amortização constante?

Tabela 13 - Tabela do exemplo 4 da terceira e quarta aula

$k$ (mês)	$A_k$ Amortização Mensal (R\$)	$J_k$ Juros sobre a dívida do mês anterior (R\$), $i \cdot D_{k-1}$	$P_k$ Parcela (R\$), $A_k + J_k$	$D_k$ Dívida (R\$), $D_{k-1} - A_k$
0	-	-	-	R\$ 1.000,00
1				
2				

Quarta parte da aula (30 a 40 minutos ou atividade para ser trabalhada em casa): Após trabalhar o primeiro exemplo, a avaliação será através da questão a seguir, podendo estender-se a mais problemas caso o professor entenda como necessário.

Atividade 1: Um empréstimo de R\$ 1.000,00 deve ser pago em 4 pagamentos mensais, com juros de 10% ao mês. Qual será o valor de cada parcela, utilizando o sistema de amortização constante?

Tabela 14 - Tabela da atividade 1 da terceira e quarta aula

Mês	Amortização	Juros sobre a dívida do mês anterior	Parcela: Amortização + Juros	Dívida
0	-	-	-	R\$ 1.000,00
1				
2				
3				
4				

A simulação feita na primeira aula traz informações como número da parcela e valores de cada uma delas, mas não traz informação sobre o juro ou a amortização. Caso queira explorar mais a tabela o professor pode apresentar um problema que possui apenas as prestações e pedir para os alunos determinarem a amortização mensal, a taxa de juros mensal e o valor do juro em cada prestação. Abaixo é apresentado um modelo de problema (já trabalhado no capítulo 2):

Atividade 2: Marcela emprestou R\$ 1000,00 de um banco e parcelou em 5 prestações mensais, dispostas na tabela abaixo.

Tabela 15 – Tabela das prestações mensais da atividade 2, 3ª e 4ª aula

$k$ (mês)	$P_k$ Parcela (R\$), $A_k + J_k$
0	-
1	350,00
2	320,00
3	290,00
4	260,00
5	230,00

Sabendo que o banco utilizou o sistema de amortização constante, determine a amortização mensal, o valor do juro em cada mês e também a taxa de juros mensal. Depois construa uma tabela similar à *tabela 14* da atividade 1.

As atividades propostas permitem que o professor acompanhe passo a passo o processo de aprendizagem dos alunos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho apresentamos uma proposta de atividade para o EM envolvendo a progressão aritmética na simulação de um financiamento habitacional, mais especificamente, no estudo do sistema de amortização constante. Para isso, preparamos uma aula para despertar a sua curiosidade, leva-lo ao entendimento de um problema real, e guiá-lo para além de conhecer o financiamento do tipo SAC, reconhecer a importância de ter domínio sobre os conceitos de progressão aritmética para operar neste sistema financeiro. Deparamo-nos, tanto professores quanto alunos, com um vocabulário totalmente diferente do que somos acostumados, ampliamos nossas ideias sobre operações bancárias, e colocamos em prática o que tínhamos aprendido sobre progressão aritmética, visualizando a praticidade social da matemática.

Os alunos, público-alvo deste trabalho, puderam justificar o motivo das prestações estarem dispostas numa progressão aritmética, aprenderam por meio dos problemas propostos, a montar tabelas, puderam determinar o valor das prestações em qualquer período, bem como, o valor total dos juros e a soma de todas as prestações.

Acredita-se que, com esta pesquisa, que se possa desmistificar a noção de que a Matemática, principalmente no Ensino Médio, é uma disciplina de difícil entendimento e que os alunos não aprendem porque não veem sua utilização prática no dia-a-dia, permitindo que professores e pesquisadores a tomem como referência para a práxis pedagógica do ensino da disciplina, aliando a teoria às situações pragmáticas, ocorridas no seio familiar, nas diferentes relações de comércio que os seres humanos enfrentam cotidianamente na sociedade.

## REFERÊNCIAS

BANCO CENTRAL DO BRASIL, **FAQ – Conta-salário**. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/?CONTASALARIOFAQ>> . Acesso em: 31 mar. 2013.

BRASIL PROFISSÕES, **Pessoa Física x Pessoa Jurídica**. Disponível em: <<http://www.brasilprofissoes.com.br/blogs/dicas-do-bp/pessoa-f%C3%ADsica-x-pessoa-jur%C3%ADdica>>. Acesso em: 31 mar. 2013.

CAIXA, **Caixa Financia Despesas de Cartório e ITBI no Crédito Imobiliário**. Disponível em: <[http://www1.caixa.gov.br/imprensa/imprensa\\_release.asp?codigo=7012516](http://www1.caixa.gov.br/imprensa/imprensa_release.asp?codigo=7012516)>. Acesso em: 31 mar. 2013.

CAIXA, **Crédito Aporte Caixa**. Disponível em: <[http://www.caixa.gov.br/Voce/Credito/Credito\\_Pessoal/cred\\_aporte\\_caixa/saiba\\_mais.asp](http://www.caixa.gov.br/Voce/Credito/Credito_Pessoal/cred_aporte_caixa/saiba_mais.asp)>. Acesso em: 31 mar. 2013.

CAIXA, **Downloads**. Disponível em: <[http://downloads.caixa.gov.br/\\_arquivos/fghab/fghab/FGHab\\_informa%C3%A7oes\\_gerais.pdf](http://downloads.caixa.gov.br/_arquivos/fghab/fghab/FGHab_informa%C3%A7oes_gerais.pdf)>. Acesso em: 31 mar. 2013.

CAIXA, **Financiamento de até 100% do valor do imóvel, com até 30 anos para pagar. Parece sonho, mas é verdade**. Disponível em: <[http://www.caixa.gov.br/habitacao/aquisicao\\_residencial/novo/carta\\_cred\\_fgts/hab\\_res\\_aq\\_nv\\_fgtind\\_det.asp](http://www.caixa.gov.br/habitacao/aquisicao_residencial/novo/carta_cred_fgts/hab_res_aq_nv_fgtind_det.asp)>. Acesso em: 31 mar. 2013.

DANTE, Luis Roberto. **Matemática, volume único: livro do professor**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.

LATIM E DIREITO CONSTITUCIONAL, **O Conceito de União**. Disponível em: <<http://www.latimedireito.adv.br/art112.htm>>. Acesso em: 31 mar. 2013.

LIMA, Elon Lages et. al. **A Matemática do Ensino Médio – volume 2**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006

O GLOBO, **Promessa de Dilma de dobrar per capita até 2022 é ‘irreal’, dizem economistas**. Disponível em: <<http://oglobo.globo.com/economia/promessa-de-dilma-de-dobrar-renda-per-capita-ate-2022-irreal-dizem-economistas-8123165>>. Acesso em: 21 abr. 2013

MEC, **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)**, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologia (PCN+). Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_content&view=article&id=12598%3Apublicacoes&Itemid=859](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12598%3Apublicacoes&Itemid=859)>. Acesso em: 31 mar. 2013.

SANDRONI, Paulo. **Dicionário de Economia**. 5. ed. São Paulo: Editora Best Seller, 1989.