

Matheus Braga Gomes

Análise numérica do Escoamento de Taylor-Couette

Dourados

2018

Matheus Braga Gomes

Análise numérica do Escoamento de Taylor-Couette

Trabalho realizado ao curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Grande Dourados - UFGD, como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica

Universidade Federal da Grande Dourados – UFGD

Faculdade de Engenharia – FAEN

Graduação em Engenharia Mecânica

Orientador: Augusto Salomão Bornschlegell

Dourados

2018

Matheus Braga Gomes

Análise numérica do Escoamento de Taylor-Couette

Trabalho realizado ao curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Grande Dourados - UFGD, como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica

Trabalho aprovado. Dourados, 12 de dezembro de 2018:

Augusto Salomão Bornschlegell
Orientador

Fernando Augusto Alves Mendes
Convidado 1

Bruno Arantes Moreira
Convidado 2

Dourados
2018

*Este trabalho é dedicado à todos aqueles que lutam
por uma educação de qualidade no Brasil.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que fez com que tudo acontecesse e deu saúde a mim e a todos que me ajudaram.

Agradeço principalmente a minha mãe Carmen, ao meu pai Luiz, a minha irmã Nathalia, ao meu irmão Luiz e a minha cunhada Nágilla, por serem minha base e meu conforto, sem eles esse trabalho e minha graduação não seriam possíveis.

Gostaria de agradecer ao meu orientador Augusto Salomão, por todo o suporte dado no trabalho e por todos os ensinamentos pessoais e profissionais que levarei para toda a vida.

Além disso agradecer a algumas pessoas que foram fundamentais no trabalho, ajudando em todos os pontos, sem eles nada seria possível.

Por último gostaria de agradecer a todos as pessoas que estiveram comigo na graduação, por me darem todo o suporte necessário e fazerem com que fosse a melhor fase da minha vida, em especial aos meus amigos do CN, aos amigos mais próximos e a Mariana por todo o apoio.

*“No que diz respeito ao empenho, ao compromisso,
ao esforço, à dedicação, não existe meio termo.
Ou você faz uma coisa bem feita ou não faz.”
(Ayrton Senna)*

RESUMO

O escoamento de Taylor-Couette tem sido o foco de vários estudos. O objetivo desse trabalho é analisar este escoamento utilizando o software OpenFoam. As análises foram feitas utilizando os modelos de turbulência $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras. Primeiramente foi criada uma geometria a ser estudada, essa geometria é o escoamento de Taylor-Couette. Em seguida, cada malha foi adaptada para seu modelo de turbulência. As condições de contorno foram escolhidas para simular o escoamento, de tal modo a demonstrar todas as fases de escoamento, tendo um escoamento laminar sem os vórtices de Taylor, um escoamento laminar com os vórtices e um escoamento turbulento com a presença de vórtices. Os resultados alcançados foram os esperados, mas os modelos de turbulência explorados demonstraram resultados diferentes. O método $k - \epsilon$ se mostrou um modelo de turbulência menos sensível, seus resultados se mostraram defasados com o que é prescrito na literatura, pois ele precisou de uma velocidade maior para atingir o Taylor crítico. Já os resultados do SpalartAllmaras foram convincentes, dentro do modelo e velocidades colocadas, tendo o resultado numérico esperado para todas as velocidades impostas.

Palavras-chave: Taylor Couette, modelo de turbulência, OpenFOAM.

ABSTRACT

The flow of Taylor-Couette has been the focus of several studies. The objective of this work is to analyze this flow using OpenFoam software. Analyzes were done using the $k - \epsilon$ and SpalartAllmaras turbulence models. First a geometry was created to be studied, this geometry is the flow of Taylor-Couette. Then, each mesh was adapted to its turbulence model. The boundary conditions were chosen to simulate the flow so as to demonstrate all the flow phases, having a laminar flow without the Taylor vortices, a laminar flow with the vortices and a turbulent flow with the presence of vortices. The results achieved were as expected, but the turbulence models explored showed different results. The $k - \epsilon$ method proved to be a less sensitive turbulence model, its results were out of step with what is prescribed in the literature, as it required a higher velocity to reach critical Taylor. Already the results of the SpalartAllmaras were convincing, within the model and speeds placed, having the expected numerical result for all the imposed speeds.

Keywords: Taylor Couette, modelo de turbulência, OpenFOAM.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Experimento de Taylor-Couette | 27 |
| Figura 2 – Vórtices de Taylor na forma laminar e turbulenta | 28 |
| Figura 3 – Gráfico Reynolds e Taylor | 28 |
| Figura 4 – Regime observado entre dois cilindros girando | 29 |
| Figura 5 – Exemplo dos tipos de escoamento | 31 |
| Figura 6 – Escoamento entre tubos concêntricos | 32 |
| Figura 7 – Fluxo de massa no volume de controle | 33 |
| Figura 8 – Volume de controle | 40 |
| Figura 9 – Convecção usual dos métodos CFD | 40 |
| Figura 10 – Volume de controle | 43 |
| Figura 11 – Equações do volume de controle | 43 |
| Figura 12 – Domínio de Cálculo | 45 |
| Figura 13 – Esboço do problema | 46 |
| Figura 14 – Grade usada no exemplo | 46 |
| Figura 15 – Volume de controle ao redor do nó P | 48 |
| Figura 16 – Representação de valores nodais para o fluxo na direção positiva. | 50 |
| Figura 17 – Representação de valores nodais para o fluxo na direção negativa. | 51 |
| Figura 18 – Perfis quadráticos usados no esquema QUICK. | 52 |
| Figura 19 – Volume de controle escalar | 57 |
| Figura 20 – Esquema SIMPLE | 59 |
| Figura 21 – Esquema PISO | 61 |
| Figura 22 – Exemplo da malha | 65 |
| Figura 23 – Malhas utilizadas | 66 |
| Figura 24 – Condições de contorno da malha | 67 |
| Figura 25 – Campo de velocidades a 50 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 69 |
| Figura 26 – Linhas de corrente a 50 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 70 |
| Figura 27 – Linha onde foi extraído o perfil de velocidade | 70 |
| Figura 28 – Gráfico das velocidades a 50 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 71 |
| Figura 29 – Pressão a 50 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 71 |
| Figura 30 – Pressão a 50 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 72 |
| Figura 31 – Campo de velocidades a 69 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 72 |
| Figura 32 – Linhas de corrente a 69 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 73 |
| Figura 33 – Gráfico das velocidades a 69 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 73 |
| Figura 34 – Pressão a 69 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 74 |
| Figura 35 – Pressão a 69 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 74 |

| | |
|--|----|
| Figura 36 – Campo de velocidades a 100 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 75 |
| Figura 37 – Linhas de corrente a 100 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras . . | 75 |
| Figura 38 – Grafico das velocidades a 100 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 76 |
| Figura 39 – Pressão a 100 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 76 |
| Figura 40 – Pressão a 100 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras | 77 |
| Figura 41 – Desenho do experimento de Taylor-Couette | 85 |
| Figura 42 – Desenho do experimento de Taylor-Couette | 85 |
| Figura 43 – Experimento de Taylor-Couette | 86 |
| Figura 44 – Experimento de Taylor-Couette | 87 |
| Figura 45 – Experimento de Taylor-Couette | 87 |
| Figura 46 – Experimento de Taylor-Couette | 88 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Valores das variáveis | 42 |
| Tabela 2 – Valores das variáveis | 50 |
| Tabela 3 – Coeficientes vizinhos | 52 |
| Tabela 4 – Coeficientes encontrados | 54 |
| Tabela 5 – Valores dos coeficientes | 54 |
| Tabela 6 – Valores dos coeficientes | 55 |
| Tabela 7 – Coeficientes apresentados | 58 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|--------|---|
| MVF | Métodos dos Volumes Finitos |
| CDS | <i>Central differencing scheme</i> |
| QUICK | <i>Quadratic upstream interpolation for convective kinectis</i> |
| SIMPLE | <i>Semi-implicit method for pressure-linked equations</i> |
| PISO | <i>Pressure implicit with splitting of operators</i> |
| STEP | <i>Standard for the exchange of product model data</i> |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|---------------|--|
| ϕ | Propriedade arbitrária |
| Ω | Velocidade angular do eixo |
| ω | Velocidade angular |
| σ | Distância |
| Σ | Coefficiente genérico de difusão |
| ρ | Massa específica |
| Re | Número de Reynolds |
| ν | Viscosidade cinemática |
| k | Condutividade térmica |
| Ta | Número de Taylor |
| Ω_{cr} | Velocidade angular crítica |
| Ta_{cr} | Número de Taylor crítico |
| u, v, w | Velocidades em suas posições vetoriais |

SUMÁRIO

| | | |
|------------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 23 |
| 2 | OBJETIVOS | 25 |
| 3 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 27 |
| 3.1 | Escoamento de Taylor Couette | 27 |
| 3.1.1 | Equacionamento de Taylor | 29 |
| 3.2 | Coeficiente de Reynolds | 30 |
| 3.2.1 | Reynolds Rotacional em tubos concêntricos | 31 |
| 3.3 | Conservação da massa em 3 dimensões | 32 |
| 3.4 | Navier-Stokes | 34 |
| 3.4.1 | Quantidade de movimento | 35 |
| 4 | TRABALHOS RELACIONADOS AO TEMA | 37 |
| 4.1 | Escoamento de Taylor-Couette | 37 |
| 5 | MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS | 39 |
| 5.1 | Método de Volumes Finitos para difusão unidimensional em estado estacionário | 39 |
| 5.2 | Discretização | 42 |
| 5.2.1 | Domínio de Cálculo | 44 |
| 5.3 | Difusão | 45 |
| 5.3.1 | Exemplo 1D difusão | 46 |
| 5.4 | Adveccção | 47 |
| 5.4.1 | Conveccção e difusão unidimensionais constantes | 47 |
| 5.4.2 | Diferenças Centrais | 49 |
| 5.4.3 | UPWIND | 50 |
| 5.4.4 | QUICK | 52 |
| 5.5 | Acoplamento Pressão-Velocidade | 55 |
| 5.5.1 | Simple | 55 |
| 5.5.2 | PISO | 59 |
| 5.5.2.1 | Passo preditor | 60 |
| 5.5.2.2 | Passo corretor 1 | 60 |
| 5.5.2.3 | Passo corretor 2 | 60 |
| 5.6 | Modelos de Turbulência | 62 |
| 5.6.1 | Modelo de Turbulência $k-\epsilon$ | 62 |

| | | |
|------------|--|-----------|
| 5.6.2 | Equações | 62 |
| 5.6.2.1 | Aplicações | 63 |
| 5.6.3 | Modelo de Turbulência Spalart-Allmaras | 63 |
| 5.6.3.1 | Equações | 63 |
| 5.6.3.2 | Aplicações | 64 |
| 6 | METODOLOGIA | 65 |
| 6.1 | OPENFOAM | 65 |
| 6.2 | Geometria e malha | 65 |
| 6.3 | Condições de Contorno | 66 |
| 6.3.1 | Parâmetros utilizados | 67 |
| 7 | RESULTADO NUMÉRICO | 69 |
| 7.1 | Velocidade de 50 rad/s | 69 |
| 7.2 | Velocidade de 100 rad/s | 75 |
| 8 | CONCLUSÃO | 79 |
| | REFERÊNCIAS | 81 |
| | APÊNDICES | 83 |

1 INTRODUÇÃO

O escoamento de Taylor-Couette se trata de um tipo de escoamento que ocorre na região anular entre dois cilindros concêntricos, ambos girando em velocidades e sentidos diferentes, ou com o cilindro interno girando e o externo permanecendo estacionário. A instabilidade desse fluxo ocorre quando a taxa de rotação excede o valor crítico.

Diferentes linhas de pesquisa usam o escoamento de Taylor-Couette como objeto de estudo, sendo usado para descrever análises de estabilidade linear, fenômenos de bifurcações de baixa dimensão, advecção caótica, instabilidade absoluta, instabilidade convectiva, e uma série de fenômenos físicos fundamentais e métodos analíticos.

A simplicidade geométrica do fluido entre dois cilindros concêntricos girando diferencialmente, atrai o interesse de vários cientistas. Em seu livro *The Principia*, Sir Isaac Newton utilizou esse tipo de escoamento para descrever o movimento circular de fluidos. Esse escoamento foi usado no século XIX para testar a suposição de tensão newtoniana fundamental nas equações de Navier Stokes, além de hoje em dia ser comumente usado para medir a viscosidade de fluidos.

Além dessas análises, esse tipo de escoamento tem sido estudado, para analisar a transferência de calor em motores elétricos, a instabilidade convectiva e a advecção caótica formada por esse tipo de escoamento, fazem que a transferência de calor seja intensificada.

Neste trabalho analisou-se o escoamento de Taylor-Couette por meio de simulação computacional, utilizando o software OpenFOAM, que se trata de um software livre e de código aberto, e trata problemas de escoamento de fluidos e transferência de calor por meio do Método dos Volumes Finitos (MVF). Além disso, para uma comparação e melhor análise e visualização deste escoamento, foi montada uma maquete com as mesmas configurações do modelo numérico.

2 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo analisar de forma numérica através do software OpenFOAM, o escoamento de Taylor Couette e visualizar os efeitos de diferentes velocidades no escoamento, observando um regime laminar abaixo do Taylor crítico, um regime laminar com Taylor crítico e um regime turbulento acima do Taylor crítico.

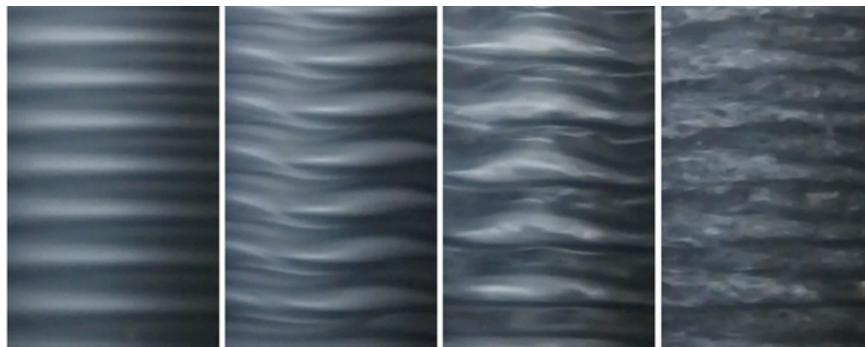
O resultado computacional também tem objetivo de ser estudado e comparado com um modelo experimental em confecção (Apêndice A), que possui as mesmas dimensões da geometria que está sendo estudada no software OpenFOAM. Este modelo experimental está, até o momento presente, praticamente (75%) concluído e será objeto de continuação do presente trabalho.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 ESCOAMENTO DE TAYLOR COUETTE

O escoamento no intervalo entre dois cilindros coaxiais girando independentemente, o escoamento de Taylor-Couette, tem sido objeto de extenso trabalho e pesquisa. Devido à sua configuração simples, tem sido um campo útil para comparação entre estudos numéricos, experimentais e teóricos pelo grande espaço de parâmetros, definidos pelas taxas de rotação dos dois cilindros, o tipo de fluido utilizado e a razão entre os raios dos cilindros. A característica desse escoamento é dada pelos vórtices de Taylor, que são vistos em experimentos como mostra a figura.

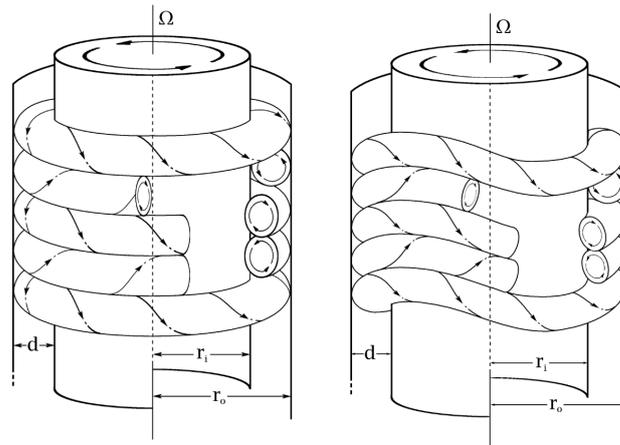
Figura 1 – Experimento de Taylor-Couette



Fonte - (ALPHA-LABORATORY-IMMERSIONS., 2018)

Nessa imagem tem-se 4 fotos, a primeira possui um Número de Taylor crítico, mas um Número de Reynolds laminar. Já a segunda, o Número de Taylor é crítico e o Número de Reynolds é o de transição, com isso observa-se que o escoamento começa a ficar instável. A terceira e a quarta ilustram o escoamento com Número de Taylor crítico só que com Número de Reynolds completamente turbulento, a quarta foto tem um regime de alta turbulência, mas ainda assim consegue-se ver os vórtices de Taylor. Consegue-se analisar os vórtices laminares e turbulentos na figura abaixo:

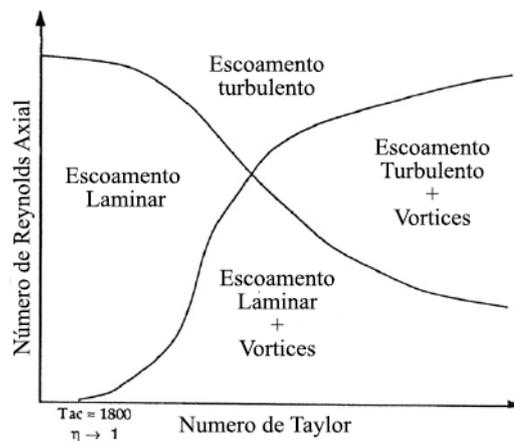
Figura 2 – Vórtices de Taylor na forma laminar e turbulenta



Fonte: Mike Minbiole e Richard M. Lueptow (2000)

Além disso, pode-se relacionar os dois números, como mostra o gráfico:

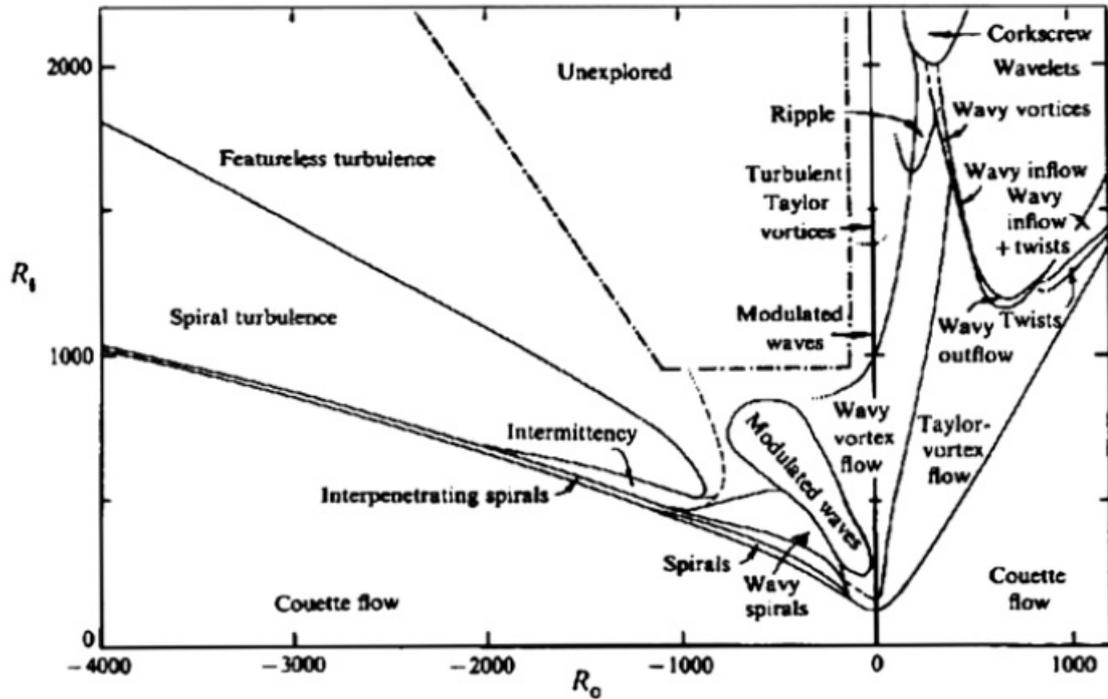
Figura 3 – Gráfico Reynolds e Taylor



Fonte - Fonte - (FÉNOT et al., 2011)

A maior parte dos estudos do escoamento de Taylor-Couette, acontecem com o cilindro externo fixo e o interno em movimento, há outros casos onde o cilindro externo fica em movimento e o interno fica parado. Esses tipos de escoamento, são os mais comuns, mas também há estudos em que os dois cilindros giram independentes um do outro, esse modelo engloba vários tipos de escoamentos complexos, e foi retratado por Andereck na Figura 4.

Figura 4 – Regime observado entre dois cilindros girando



Fonte - Fonte - (FÉNOT et al., 2011)

3.1.1 Equacionamento de Taylor

As características do escoamento de Taylor-Couette são determinadas por um número adimensional chamado Número de Taylor (Ta) que mede a relação entre as forças centrífugas e as forças viscosas do fluido. O Número de Taylor é calculado com base nos parâmetros geométricos, na rotação dos cilindros e nas propriedades do fluido em uso. Os principais parâmetros que influenciam o fluxo são, a velocidade de rotação do rotor Ω e o gap, que é o espaço entre os raios $r_2 - r_1$ sendo r_2 o raio externo e r_1 o raio do eixo, além da viscosidade cinemática do fluido, expressa por ν . Como é mostrado em (KÁDÁR; BALAN, 2012), o Número de Taylor é expresso como:

$$Ta = \frac{\Omega^2 r_m (r_2 - r_1)^3}{\nu^2} \quad (3.1)$$

Sendo r_m o raio médio entre r_1 e r_2 .

Diferentes regimes de fluxo são caracterizados baseados em um Número Crítico de Taylor (Ta), isso ocorre quando o rotor atinge uma velocidade crítica Ω_{cr} , e o fluido laminar entra em colapso, fazendo com que os vórtices de Taylor ocorram. Esses vórtices ocorrem contra o movimento na direção axial e de forma periódica.

O Número Crítico de Taylor é expresso por:

$$Ta_{cr} = 1697F_g \quad (3.2)$$

Sendo que F_g é definido por:

$$F_g = \frac{\pi^4}{1697} \left(1 - \frac{r_2 - r_1}{2r_m}\right)^{-2} S^{-1} \quad (3.3)$$

E S é definido por:

$$S = 0,0571 \left[1 - 0,657 \frac{r_2 - r_1}{r_1}\right] + 0,00056 \left[1 - 0,652 \frac{r_2 - r_1}{r_1}\right]^{-1} \quad (3.4)$$

Com esses parâmetros, conseguimos calcular a velocidade crítica em que ocorre os vórtices de Taylor, Ω_{cr} é dado como:

$$\Omega_{cr} = \frac{1697F_g\nu^2}{r_1(r_2 - r_1)^3} \quad (3.5)$$

3.2 COEFICIENTE DE REYNOLDS

Após experimentos exaustivos na década de 1880, Osbourne Reynolds descobriu que o regime de escoamento depende principalmente da razão entre as forças inerciais e as forças viscosas do fluido como é mostrado em (CENGEL et al., 2015). Essa razão é chamada de Número de Reynolds e é expressa por:

$$Re = \frac{\text{Forças Inerciais}}{\text{Forças Viscosas}} \quad (3.6)$$

Sendo as forças inerciais representadas pela massa específica do fluido em questão ρ , pela velocidade média do fluido v e pela longitude característica do fluxo L . Já as forças viscosas são representadas pela viscosidade dinâmica do fluido μ :

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (3.7)$$

Com Números de Reynolds grandes, as forças inerciais, que são proporcionais a densidade do fluido, a sua velocidade e a longitude característica do fluido, são grandes em relação as forças viscosas e, portanto, as forças viscosas não podem evitar as flutuações aleatórias e rápidas do fluido. Com Números de Reynolds pequenos ou moderados, porém, as forças viscosas são suficientemente grandes para suprimir essas flutuações e manter o fluido “alinhado”. Assim temos o escoamento turbulento no primeiro caso, e laminar no segundo.

Na Figura 5, temos um exemplo de como é o comportamento do fluido em escoamento laminar, transição e turbulento.

Figura 5 – Exemplo dos tipos de escoamento



Fonte - (KESSLER, 2016)

Para um escoamento em tubos cilíndricos, de acordo com (CENGEL et al., 2015), tem-se:

| | |
|------------|--------------------------|
| Laminar | $Re \leq 2000$ |
| Transição | $2000 \geq Re \geq 2400$ |
| Turbulento | $Re \geq 2400$ |

Esses valores mudam de acordo com a geometria característica do tubo em que está ocorrendo o fluxo. Além disso, é desejável ter valores precisos para os Números de Reynolds dos escoamentos laminar, de transição e turbulento, já que o escoamento depende de variáveis físicas que podem ser medidas, mas isso não acontece na prática.

Acontece que a transição do escoamento laminar para o turbulento também depende do grau de perturbação do escoamento por rugosidade superficial, vibrações do tubo e flutuações do escoamento a montante.

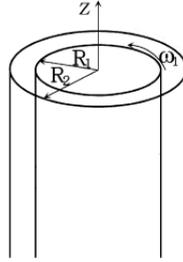
3.2.1 Reynolds Rotacional em tubos concêntricos

No caso de Reynolds rotacional em tubos concêntricos, a longitude característica do fluido, se da entre os tubos, esse valor é dado por D_h , além disso, a velocidade que usamos é proporcional a velocidade angular e ao raio, como é mostrado em (RESNICK; HALLIDAY; WALKER, 2012):

$$u = \Omega \cdot r \quad (3.8)$$

A imagem a seguir mostra como ocorre esse tipo de escoamento, sendo que $Dh = R2 - R1$.

Figura 6 – Escoamento entre tubos concêntricos



Fonte - (DOU; KHOO; YEO, 2008)

Tem-se então, que Reynolds rotacional é dado por:

$$Re = \frac{\rho u D_h}{\mu} \quad (3.9)$$

3.3 CONSERVAÇÃO DA MASSA EM 3 DIMENSÕES

Como mostra (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005) primeiro passo da derivação da equação de conservação de massa, é escrever o balanço de massa do fluido.

$$\text{Taxa de aumento de massa de fluido no volume de controle} = \quad (3.10)$$

Taxa de fluxo de massa de fluido que passa na superfície de controle

A taxa de aumento de massa do elemento de fluido é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \delta z \delta y \delta x) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta z \delta y \delta x \quad (3.11)$$

Em seguida, precisamos considerar a taxa de fluxo de massa através da face de um elemento, que é dada pelo produto da densidade, da área e da componente de velocidade normal da face. A taxa de fluxo de massa no elemento através de suas condições de contorno, é dada por $a + b + c$, sendo:

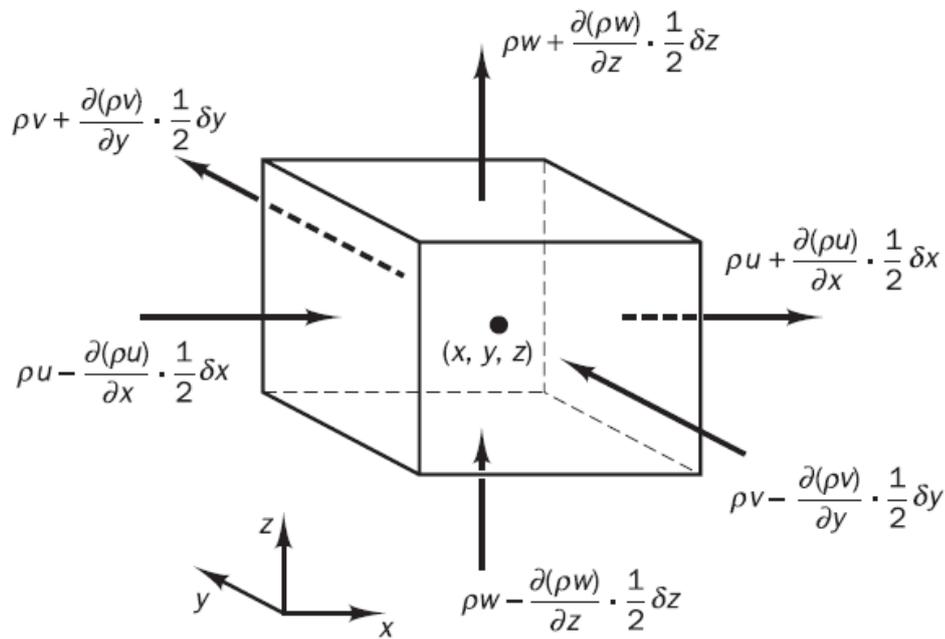
$$a = \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z \quad (3.12)$$

$$b = \left(\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \left(\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z \quad (3.13)$$

$$c = \left(\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left(\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y \quad (3.14)$$

Na Figura 7, temos um esquema, os fluxos que estão direcionados ao volume de controle, produzem um aumento de massa, por isso são positivos, já os que saem diminuem a massa e são negativos.

Figura 7 – Fluxo de massa no volume de controle



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

Com isso, a taxa de aumento de massa dentro do elemento é igualada à taxa de fluxo de massa no elemento em suas faces. Todos os termos são organizados do lado esquerdo da equação, e temos uma equação dividida pelo elemento de volume $\delta x \delta y \delta z$.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (3.15)$$

Na versão vetorial compacta, temos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0 \quad (3.16)$$

Essa equação mostra a conservação ou continuidade de massa tridimensional instável em um ponto de fluido compressível, sendo o primeiro termo a taxa de mudança da densidade em um tempo t . O segundo termo descreve o fluxo de massa pelas condições de contorno, isso é chamado de termo convectivo. Para um fluido incompressível a densidade ρ é constante e a equação é dada por:

$$\nabla(\rho u) = 0 \quad (3.17)$$

3.4 NAVIER-STOKES

Considere um par de cilindros concêntricos de raio r_1 e r_2 e altura h . Entre os cilindros temos um escoamento viscoso, com uma viscosidade cinemática ν . O sistema que assumimos é estacionário em seu estágio inicial. No momento $t = 0$, o cilindro de raio interno r_1 está com uma velocidade angular Ω , enquanto o cilindro r_2 é mantido fixo. As paredes em $z = 0$, são assumidas para serem fixadas no cilindro interno, e começam a girar com ele em $t=0$. As equações incompressíveis de Navier-Stokes são expressas da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} + (v \cdot \nabla) v = -grad p + \frac{1}{Re} \Delta v \quad (3.18)$$

$$\nabla v = 0 \quad (3.19)$$

Essas equações são escritas em um sistema de coordenadas generalizadas e resolvidas pelo método das diferenças finitas. Aplicando o operador $grad \cdot div$ para ambos os lados da equação, nos obtemos as equações de Poisson para o gradiente de pressão:

$$\Delta P = -grad \cdot div (v \cdot \nabla) v + \nabla R + rot \cdot rot P \quad (3.20)$$

onde:

$$R = -\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{1}{Re} D, \quad P = grad p, \quad D = div v$$

E a fórmula de análise vetorial $grad \cdot div X = \Delta X + rot \cdot rot X$ é usada. A derivada de tempo, $\frac{\partial D}{\partial t}$, é avaliado forçando $D^{n+1} = 0$, ou seja,

$$\frac{\partial D}{\partial t} \approx \frac{D^n}{\Delta t} \quad (3.21)$$

As condições de contorno que temos são:

$$u = V, v = 0, w = 0$$

$$P_r = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{V^2}{a}, \quad P_\theta = \frac{1}{Re} \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}, \quad P_z = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (3.22)$$

em $r = r_1$

$$u = 0, v = 0, w = 0$$

$$P_r = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}, \quad P_\theta = \frac{1}{Re} \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}, \quad P_z = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (3.23)$$

em $r = r_2$

$$u = \Omega r, v = 0, w = 0$$

$$P_r = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{u^2}{r}, \quad P_\theta = \frac{1}{Re} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}, \quad P_z = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (3.24)$$

em $z = 0, h$

Temos que, (u, v, w) são os componentes de velocidade nas direções dadas pelas coordenadas cilíndricas (r, θ, z) e (P_r, P_θ, P_z) são os componentes de P em cada direção.

3.4.1 Quantidade de movimento

A quantidade de movimento de fluido é dada seguindo a Segunda Lei de Newton por:

$$\frac{\Delta}{\Delta t} (mV) = \sum F \quad (3.25)$$

Para um dado volume de controle, temos que a equação da quantidade de movimento é:

$$\dot{m}V|_{entra} - \dot{m}V|_{sai} + \sum F = \frac{\Delta}{\Delta t} (mV)_{VC} \quad (3.26)$$

Para analisar de uma melhor forma a quantidade de movimento, devemos interpretar o escoamento como transportador de propriedades por unidade de massa. Neste contexto usamos uma variável genérica ϕ , como mostra a equação:

$$\dot{m}\phi|_{entra} - \dot{m}\phi|_{sai} + \dot{g}^\phi \Delta V = \frac{\Delta}{\Delta t} (m\phi)_{VC} \quad (3.27)$$

Sendo \dot{g} um termo obtido da lei da conservação da propriedade considerada, esse termo é nulo quando há conservação de massa, $\phi = 1$, pois a massa no interior do sistema nesse caso, não se altera com o tempo.

O escoamento é caracterizado pela vazão mássica \dot{m} , que causa um transporte líquido de ϕ por advecção para o volume de controle que, adicionado à geração de ϕ , provoca a variação da propriedade dentro do volume de controle. As equações são escritas por:

$$\dot{m}u|_{entra} - \dot{m}u|_{sai} + \sum F_r = \frac{\Delta}{\Delta t} (mu)_{VC} \quad (3.28)$$

$$\dot{m}v|_{entra} - \dot{m}v|_{sai} + \sum F_\theta = \frac{\Delta}{\Delta t} (mv)_{VC} \quad (3.29)$$

$$\dot{m}w)_{entra} - \dot{m}w)_{sai} + \sum F_z = \frac{\Delta}{\Delta t} (mw)_{VC} \quad (3.30)$$

A forma diferencial, considerando um volume de controle de forma fixa no tempo e infinitesimal é:

$$\frac{\sum F}{dV} = \rho \left[\frac{\partial V}{\partial t} + (V_r \cdot \nabla) V \right] \quad (3.31)$$

Realizando os balanços de força para as três direções, tem-se:

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} \\ + \mu & \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + \rho g_r \end{aligned} \quad (3.32)$$

em r

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \\ + \mu & \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] + \rho g_\theta \end{aligned} \quad (3.33)$$

em θ

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} \\ + \mu & \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \end{aligned} \quad (3.34)$$

em z

4 TRABALHOS RELACIONADOS AO TEMA

4.1 ESCOAMENTO DE TAYLOR-COUETTE

Neste tópico são apresentados artigos que serviram de base teórica para o entendimento e análise do escoamento de Taylor-Couette.

(HOSAIN; FDHILA, 2017) mostra uma modelagem em CFD da transferência de calor e fluxo de ar em uma máquina elétrica rotativa. Foi analisado o fluxo de Taylor-Couette e seu impacto no desempenho do motor, a variação da alta temperatura na superfície do estator foi analisada, além dos efeitos da turbulência. Dentro da simulação, as velocidades foram obtidas além do modelo de turbulência característico desse escoamento, com a análise do escoamento, foi feita uma associação entre o Número de Taylor e o Número de Nusselt, conseguindo com isso, obter um gradiente de temperatura para o escoamento dentro do motor.

(KÁDÁR; BALAN, 2012) estuda o escoamento de Taylor Couette em um regime transiente, foi feito um experimento onde foi colocada uma variação linear de velocidade, seguido pela aplicação de uma velocidade constante que se manteve por 40 minutos. Durante esse tempo, foi investigado o número de vórtices, a amplitude azimutal média do escoamento, a frequência de onda, além do tempo de potência espectral do escoamento. Os resultados obtidos apresentaram dois tipos de escoamento, um regime com vórtices ondulados instáveis e um com o escoamento padrão de Taylor-Couette, esse regime ficou variando quando a velocidade foi variada linearmente, e fixa no período com velocidade constante.

(VIAZZO; PONCET, 2014) mostra uma simulação numérica do escoamento de Taylor-Couette submetendo-o a um gradiente de temperatura radial. Foram estudadas as várias fases de escoamento, quando há o escoamento laminar com vários anéis de fluido característico, quando os vórtices ondulados aparecem, e quando acontece a junção de ambos. Com essas rotações foram analisados os números de Taylor e Rayleigh. Com a análise conseguiu-se determinar que a instabilidade primária é prevista e as instabilidades térmicas podem ser facilmente analisadas com o estudo desse escoamento. Já a fase de turbulência não é exata, mas pode-se obter resultados convincentes.

Em (FÉNOT et al., 2011) foi estudada a transferência de calor no escoamento de Taylor-Couette. Como em vários outros trabalhos sobre Taylor-Couette, esse estuda a transferência de calor em motores elétricos. Foi comparada a relação entre espessura, relação axial e radial e velocidade de rotação na transferência de calor. Foram investigadas

a relação entre os números de Reynolds e Taylor, e como isso influenciava no escoamento.

5 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O Método de Volumes Finitos (Finite Volume Method – FVM em sua sigla em inglês) foi introduzido na década de 1970 por McDonald, MacCormack e Paullay e historicamente tem sido o método preferido pelos cientistas e engenheiros que trabalham com a mecânica de fluidos. Na última década, o Método dos Elementos Finitos (FEM) tem tido importantes avanços, conseguindo resolver com sucesso os desafios da mecânica de fluidos e ainda para problemas mais complexos relacionados a fluxos multifásicos, reativos, ou fortemente turbulentos, o Método de Volumes Finitos é, na prática, atualmente o método mais empregado na solução de problemas de engenharia.

O método numérico baseado nesta integração, o Método do Volumes Finitos (Ou volume de controle), é primeiramente apresentado considerando-se apenas o mecanismo de transporte de difusão. A equação governante da difusão constante pode ser facilmente derivada da equação de transporte para a propriedade ϕ , excluindo os termos transiente e convectivo. Isto dá:

$$\nabla(\Gamma grad\phi) + S_\phi = 0 \quad (5.1)$$

A integração do volume de controle, que forma a etapa principal do método de volume finito que a distingue de todas as outras técnicas de CFD, produz a seguinte forma:

$$\int_{CV} \nabla(\Gamma grad\phi)dV + \int_{CV} S_\phi dV = \int_A \mathbf{n}\nabla(\Gamma grad\phi)dA + \int_{CV} S_\phi dV \quad (5.2)$$

Trabalhando com a equação unidimensional de difusão no estado estacionário, as técnicas de aproximação necessárias para obter as chamadas equações discretizadas são introduzidas.

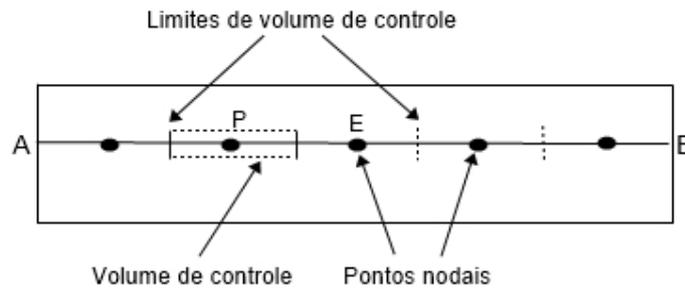
5.1 MÉTODO DE VOLUMES FINITOS PARA DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM ESTADO ESTACIONÁRIO

Nesse caso considera-se a difusão em estado estacionário de uma propriedade ϕ em um domínio unidimensional definido na Figura 1. O processo é governado por

$$\frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) + S = 0 \quad (5.3)$$

onde Γ é o coeficiente de difusão e S é o termo de origem. Valores-limite de ϕ nos pontos A e B são prescritos.

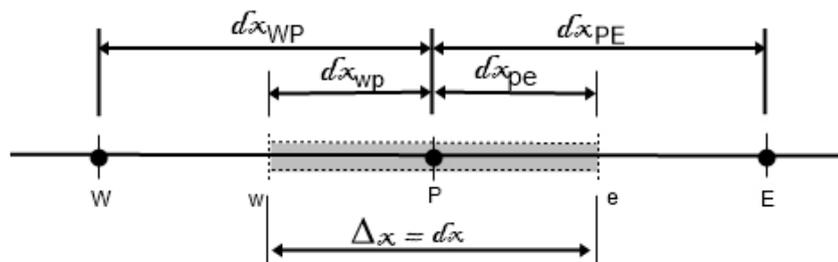
Figura 8 – Volume de controle



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

O primeiro passo no Método do Volumes Finitos é dividir o domínio em volumes de controle discretos. Vamos colocar um número de pontos nodais no espaço entre A e B. Os limites (ou faces) dos volumes de controle são posicionados a meio caminho entre os nós adjacentes. Assim, cada nó é cercado por um volume ou célula de controle. É uma prática comum configurar volumes de controle próximos à borda do domínio, de forma que os limites físicos coincidam com os limites do volume de controle. A convenção usual dos métodos de CFD é mostrada na Figura 14:

Figura 9 – Convecção usual dos métodos CFD



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

Um ponto nodal geral é identificado por P e seus vizinhos em uma geometria unidimensional, os nós a oeste e leste, são identificados por W e E, respectivamente. A face oeste do volume de controle é referenciada por w e a face de controle do lado leste por e. As distâncias entre os nós W e P e entre os nós P e E são identificadas por ∂x_{WP} e ∂x_{PE} respectivamente. Da mesma forma, as distâncias entre a face w e o ponto P e entre P e face e são denotadas por ∂x_{wp} e ∂x_{pe} , respectivamente. A Figura 9 mostra que a largura do volume de controle é $\Delta x = \partial x_{we}$. O passo chave do método do volume finito é a integração da equação governante (ou equações) sobre um volume de controle para produzir uma equação discretizada em seu ponto nodal P. Para o volume de controle

definido acima, isso dá:

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dV + \int_{\Delta V} S dV = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0 \quad (5.4)$$

Aqui A é a área da seção transversal da face do volume de controle, δV é o volume e \bar{S} é o valor médio da fonte S sobre o volume de controle. É uma característica muito atraente do método de volume finito que a equação discretizada tenha uma interpretação física clara. A equação 4 afirma que o fluxo difusivo de ϕ deixando a face leste menos o fluxo difusivo de ϕ entrando na face oeste é igual à geração de ϕ , isto é, constitui uma equação de balanço para ϕ sobre o volume de controle. Para obter formas úteis das equações discretizadas, o coeficiente de difusão de interface Γ e o gradiente $\frac{d\phi}{dx}$ a leste (e) e oeste (w) são necessários. Seguindo uma prática bem estabelecida, os valores da propriedade ϕ e do coeficiente de difusão são definidos e avaliados nos pontos nodais. Para calcular gradientes (e, portanto, fluxos) no volume de controle, é usada uma distribuição aproximada de propriedades entre pontos nodais. Aproximações lineares parecem ser a maneira mais simples e óbvia de calcular os valores da interface e os gradientes. Em uma grade uniforme, valores linearmente interpolados para Γ_w e Γ_e são dados por:

$$\Gamma_w = \frac{\Gamma_W + \Gamma_P}{2} \quad (5.5)$$

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_P + \Gamma_E}{2} \quad (5.6)$$

E os termos do fluxo difusivo são avaliados como:

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e = \Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\partial x_{PE}} \right) \quad (5.7)$$

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w = \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\partial x_{WP}} \right) \quad (5.8)$$

Em situações práticas, o termo fonte S pode ser uma função da variável dependente. Em tais casos, o Método de Volumes Finitos aproxima o termo fonte por meio de uma forma linear:

$$\bar{S} \Delta V = S_u + S_p \phi_p \quad (5.9)$$

A substituição das equações 6, 7 e 8 na equação 4 fornece:

$$\Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\partial x_{PE}} \right) - \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\partial x_{WP}} \right) + (S_u + S_p \phi_p) = 0 \quad (5.10)$$

Isso pode ser reorganizado como:

$$\left(\frac{\Gamma_e}{\partial x_{PE}} A_e + \frac{\Gamma_w}{\partial x_{WP}} A_w - S_p \right) \phi_P = \left(\frac{\Gamma_w}{\partial x_{WP}} A_w \right) \phi_W + \left(\frac{\Gamma_e}{\partial x_{PE}} A_e \right) \phi_E + S_u \quad (5.11)$$

Identificando os coeficientes de ϕ_W e ϕ_E na equação 10 como a_W e a_E , e o coeficiente de ϕ_p como a_p , a equação acima pode ser escrita como:

$$a_p \phi_p = a_W \phi_W + a_E \phi_E + S_u \quad (5.12)$$

Onde:

Tabela 1 – Valores das variáveis

| | | |
|--|--|-------------------|
| a_W | a_E | a_p |
| $\frac{\Gamma_w}{\partial x_{WP}} A_w$ | $\frac{\Gamma_e}{\partial x_{PE}} A_e$ | $a_W + a_E - S_p$ |

Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

Equações discretizadas da forma (5.11) devem ser configuradas em cada um dos pontos nodais para resolver um problema. Para volumes de controle que são adjacentes aos limites de domínio, a equação geral discretizada (5.11) é modificada para incorporar condições de contorno. O sistema resultante de equações algébricas lineares é então resolvido para obter a distribuição da propriedade ϕ em pontos nodais.

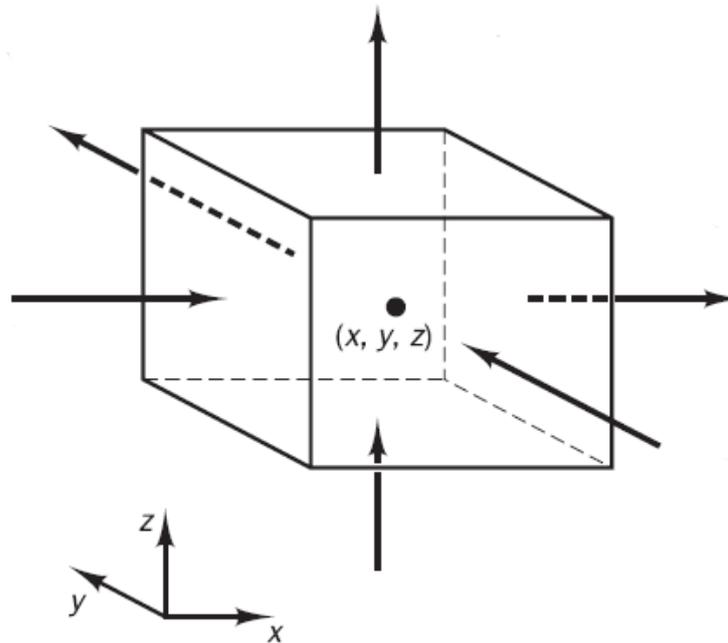
5.2 DISCRETIZAÇÃO

As equações governantes de fluxo representam matematicamente as leis de conservação da física, o MVF faz uso dessas equações para encontrar a solução do problema:

- Conservação de Massa
- Equação de momento para as 3 coordenadas
- Energia Interna
- Equação de estado

Essas equações fazem uso de um volume de controle em que delimita e analisa as propriedades de um fluido estudado, esse volume de controle é mostrado na Figura 10.

Figura 10 – Volume de controle



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

As análises feitas no volume de controle no MVF, são mostradas na tabela abaixo:

Figura 11 – Equações do volume de controle

| | |
|--------------------|--|
| Continuidade | $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0$ |
| Momento em x | $\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{ grad } u) + S_{M_x}$ |
| Momento em y | $\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{ grad } v) + S_{M_y}$ |
| Momento em z | $\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{ grad } w) + S_{M_z}$ |
| Energia Interna | $\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \text{div}(\rho i \mathbf{u}) = -p \text{ div } \mathbf{u} + \text{div}(k \text{ grad } T) + \Phi + S_i$ |
| Equações de Estado | $p = p(\rho, T) \text{ and } i = i(\rho, T)$ e.g. perfect gas $p = \rho R T$ and $i = C_v T$ |

Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

Temos vários termos similares analisados na Figura 11, com isso, podemos utilizar uma equação geral de transporte, como é visto em (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005), essa equação tem como parâmetro uma propriedade arbitrária ϕ :

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}}_{\text{taxa de crescimento da propriedade } \phi \text{ no fluido.}} + \underbrace{\text{div}(\rho\phi u)}_{\text{taxa líquida de } \phi \text{ na superfície de controle.}} = \underbrace{\text{div}(\Gamma\Delta\phi)}_{\text{taxa de crescimento de } \phi \text{ devido a difusão.}} + \underbrace{S_\phi}_{\text{taxa de crescimento de } \phi \text{ devido a outras fontes.}} \quad (5.13)$$

- ρ = densidade;
- u = velocidade;
- Γ = Coeficiente de difusão pra propriedade ϕ ;

A integração desta equação é o primeiro passo para a solução do MVF, sua integral é dada abaixo por:

$$\int_{VC} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{VC} \text{div}(\rho\phi u) dV = \int_{VC} \text{div}(\Gamma\Delta\phi) dV + \int_{VC} S_\phi dV \quad (5.14)$$

O termo advectivo e o termo difusivo, podem ser reescritos como integrais sobre toda a superfície delimitadora do volume de controle, usando o teorema da divergência de Gauss. Como mostra Versteeg e Malalasekera (2005, p. 25), para um vetor A, temos:

$$\int_{VC} \text{div}(A) dV = \oint n \cdot a dA \quad (5.15)$$

Substituindo os termos advectivo e difusivo, presente na equação xx, ficamos com:

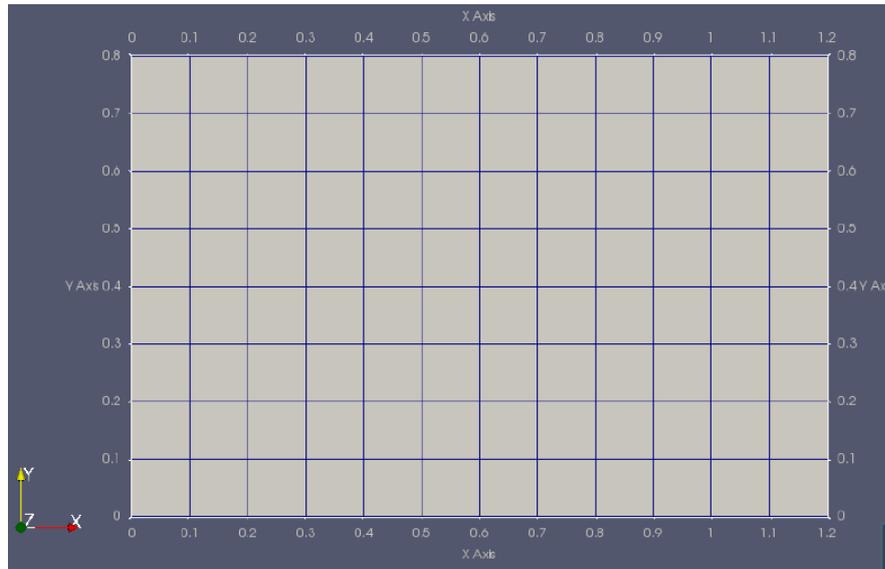
$$\underbrace{\int_{VC} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV}_{\text{taxa de crescimento da propriedade } \phi \text{ no fluido.}} + \underbrace{\oint \rho\phi u \cdot dA}_{\text{taxa de decrescimento de } \phi \text{ no volume de controle.}} = \underbrace{\oint \Gamma\Delta\phi \cdot dA}_{\text{taxa de crescimento de } \phi \text{ devido a difusão no volume de controle.}} + \underbrace{\int_{VC} S_\phi dV}_{\text{taxa de crescimento de } \phi \text{ dentro do volume de controle.}} \quad (5.16)$$

Com essa equação, conseguimos definir a conservação de uma propriedade fluida para um volume de controle de tamanho finito.

5.2.1 Domínio de Cálculo

No MVF, a análise é feita a partir do cálculo em vários pequenos volumes de controle delimitados no objeto a ser estudado, esses objetos são divididos em pequenas partes de acordo com a necessidade de estudo. A figura a seguir mostra uma placa dividida em seus volumes elementares:

Figura 12 – Domínio de Cálculo



Fonte - Produzido pelo autor

5.3 DIFUSÃO

A equação governante da difusão constante pode ser facilmente derivada da equação geral de transporte para a propriedade ϕ , excluindo os termos transiente e convectivo. Isto dá:

$$\nabla(\Gamma grad\phi) + S_\phi = 0 \quad (5.17)$$

A integração do volume de controle, que forma a etapa principal do método de volume finito que a distingue de todas as outras técnicas de CFD, produz a seguinte forma:

$$\int_{CV} \nabla(\Gamma grad\phi)dV + \int_{CV} S_\phi dV = \mathbf{n} \cdot (\Gamma grad\phi)dA + \int_{CV} S_\phi dV = 0 \quad (5.18)$$

A equação que governa a transferência de calor condutiva estável unidimensional é:

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) + S = 0 \quad (5.19)$$

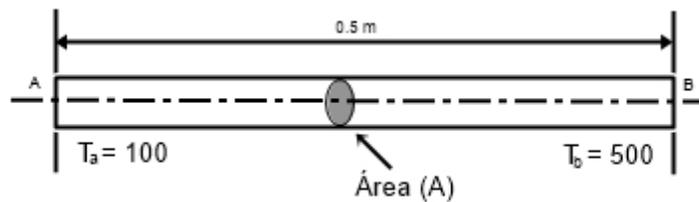
Onde k é a condutividade térmica) e a variável dependente é a temperatura T . O termo fonte pode, por exemplo, ser geração de calor devido a uma corrente elétrica passando através da haste.

Para o entendimento é ilustrado abaixo um problema unidimensional de transferência de calor em estado estacionário simples, e a precisão do método é medida pela comparação de resultados numéricos com soluções analíticas.

5.3.1 Exemplo 1D difusão

Através de um exemplo encontrado (VERSTEEG, HK; MALALASEKERA, W,1995) facilita a compreensão da difusão que consiste em considerar um problema de condução de calor livre de sujeira em uma haste isolada cujas extremidades são mantidas a temperaturas constantes de 100 °C e 500 °C, respectivamente.

Figura 13 – Esboço do problema



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

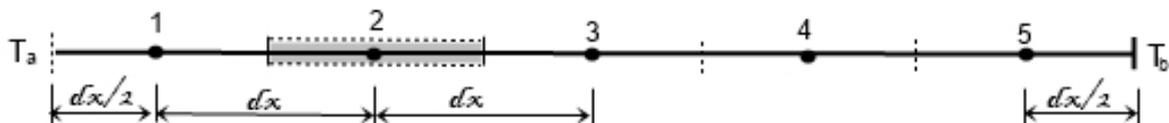
O problema unidimensional esboçado na Figura é governado por:

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (5.20)$$

Com isso devemos calcular a distribuição da temperatura no estado estacionário na haste. A condutividade térmica k é igual a $1000 \frac{W}{mK}$, a área da seção transversal A é $10 \times 10^{-3} m^2$.

Para solucionar esse exemplo vamos dividir o comprimento da vara em cinco volumes de controle iguais, como mostrado na figura. Isso dá $\Delta x = 0.1m$.

Figura 14 – Grade usada no exemplo



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

A grade consiste em cinco nós. Para cada um dos nós 2, 3 e 4 valores de temperatura a leste e oeste estão disponíveis como valores nodais. Consequentemente, equações discretas

podem ser prontamente escritas para volumes de controle envolvendo esses nós:

$$\left(\frac{k_e}{\partial x_{PE}} A_e + \frac{k_w}{\partial x_{WP}} A_w \right) T_P = \left(\frac{k_w}{\partial x_{WP}} A_w \right) T_W + \left(\frac{k_e}{\partial x_{PE}} A_e \right) T_E \quad (5.21)$$

A condutividade térmica ($k_e = k_w = k$), o espaçamento entre nós (∂x) e a área da seção transversal ($A_e = A_w = A$) são constantes. Portanto, a equação discretizada para os pontos nodais 2, 3 e 4 é:

$$a_p T_p = a_W T_W + a_E T_E$$

5.4 ADVECÇÃO

No campo da física, engenharia e ciências da terra, a advecção é o transporte de uma substância por movimento em massa. As propriedades dessa substância são transportadas com ela. Geralmente, a maioria da substância advectada é um fluido. As propriedades que são transportadas com a substância advectada são propriedades conservadas, como energia. Um exemplo de advecção é o transporte de poluentes ou lodo em um rio pelo fluxo de água a jusante. Outra quantidade comumente advectada é energia ou entalpia. Aqui, o fluido pode ser qualquer material que contenha energia térmica, como água ou ar. Em geral, qualquer substância ou quantidade extensiva conservada pode ser advectada por um fluido que possa conter ou conter a quantidade ou substância.

Durante a advecção, um fluido transporta alguma quantidade conservada ou material via movimento em massa. O movimento do fluido é descrito matematicamente como um campo vetorial, e o material transportado é descrito por um campo escalar mostrando sua distribuição no espaço. A advecção requer correntes no fluido e, portanto, não pode acontecer em sólidos rígidos. Não inclui o transporte de substâncias por difusão molecular. A advecção é por vezes confundida com o processo mais abrangente de convecção, que é a combinação de transporte advectivo e transporte difusivo.

5.4.1 Convecção e difusão unidimensionais constantes

Na ausência de fontes, convecção estável e difusão de uma propriedade ϕ em um dado campo de fluxo unidimensional u é governado por:

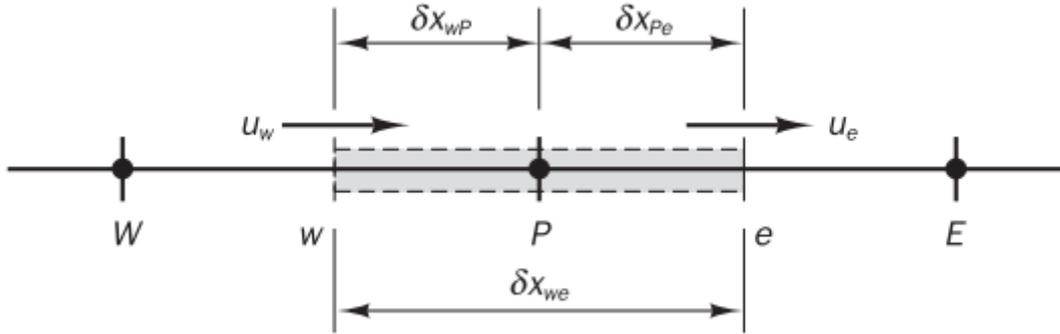
$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) \quad (5.22)$$

O fluxo também deve satisfazer a continuidade:

$$\frac{d(\phi u)}{dx} = 0 \quad (5.23)$$

Consideramos o volume de controle unidimensional mostrado na Figura 1. Nossa atenção é focada em um nó geral P ; os nós vizinhos são identificados por W e E e o volume de controle é definido por w e e .

Figura 15 – Volume de controle ao redor do nó P



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

A integração da equação de transporte (5.22) sobre o volume de controle da figura 15 fornece:

$$(\rho u A \phi)_e - (\rho u A \phi)_w = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w \quad (5.24)$$

E a integração da equação de continuidade (5.23) produz:

$$(\rho u A)_e - (\rho u A)_w = 0 \quad (5.25)$$

Para obter equações discretas para o problema convecção-difusão, devemos aproximar os termos na equação (5.24). É conveniente definir duas variáveis F e D para representar o fluxo de massa convectivo por unidade de área e condutância de difusão nas faces celulares:

$$F = \rho u; D = \frac{\Gamma}{\delta x} \quad (5.26)$$

Os valores da face da célula das variáveis F e D podem ser escritos como:

$$F_w = (\rho u)_w; F_e = (\rho u)_e \quad (5.27)$$

$$D_w = \frac{\Gamma}{\delta x_{WP}}; D_e = \frac{\Gamma}{\delta x_{PE}} \quad (5.28)$$

Desenvolvemos nossas técnicas supondo que $A_w = A_e = A$, então podemos dividir os lados esquerdo e direito da equação (5.24) pela área A . Como antes, empregamos a abordagem de diferenciação central para representar a contribuição dos termos de difusão na lado direito. A equação de convecção-difusão integrada (5.24) pode agora ser escrita como:

$$F_e\phi_e - F_w\phi_w = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) \quad (5.29)$$

5.4.2 Diferenças Centrais

A aproximação de diferenciação central tem sido usada para representar os termos de difusão que aparecem no lado direito da equação (5.29), e parece lógico tentar a interpolação linear para calcular os valores da face da célula para os termos convectivos no lado esquerdo desta equação. Para uma grade uniforme, podemos escrever os valores da face da célula da propriedade ϕ como:

$$\phi_e = \frac{(\phi_P + \phi_E)}{2}; \phi_w = \frac{(\phi_W + \phi_P)}{2} \quad (5.30)$$

Substituição das expressões acima nos termos de convecção tem-se:

$$\frac{F_e}{2}(\phi_P + \phi_E) - \frac{F_w}{2}(\phi_W + \phi_P) = D_e(\phi_E + \phi_P) - D_w(\phi_P + \phi_w) \quad (5.31)$$

Isso pode ser reorganizado para dar:

$$\left[\left(D_w - \frac{F_w}{2} \right) + \left(D_e - \frac{F_e}{2} \right) \right] \phi_P = \left(D_w + \frac{F_w}{2} \right) \phi_W + \left(D_e - \frac{F_e}{2} \right) \phi_E \quad (5.32)$$

$$\left[\left(D_w + \frac{F_w}{2} \right) + \left(D_e - \frac{F_e}{2} \right) (F_e - F_w) \right] \phi_P = \left(D_w + \frac{F_w}{2} \right) \phi_W + \left(D_e - \frac{F_e}{2} \right) \phi_E$$

Identificando os coeficientes de ϕ_W e ϕ_E como a_W e a_E , as expressões de diferenciação centrais para a equação de difusão-convecção discretizada são:

$$a_p\phi_p = a_W\phi_W + a_E\phi_E \quad (5.33)$$

onde:

Para resolver um problema unidimensional de convecção-difusão, escrevemos equações discretas da forma (5.33) para todos os nós da grade. Isso produz um conjunto de equações algébricas que é resolvido para obter a distribuição da propriedade transportada ϕ .

Tabela 2 – Valores das variáveis

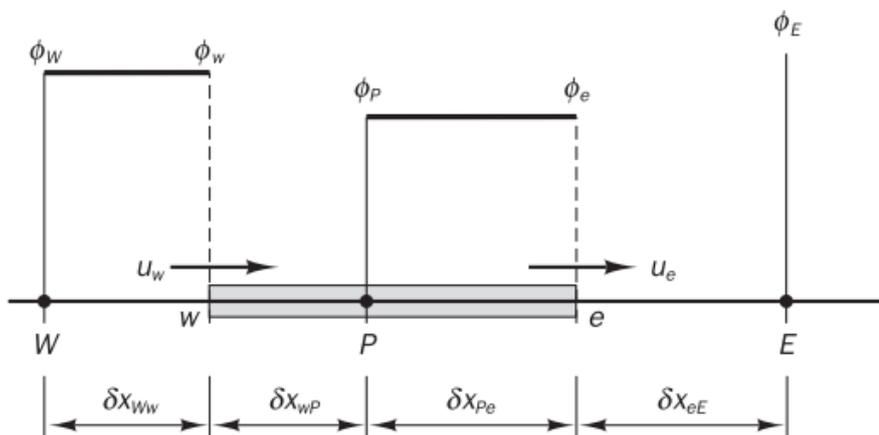
| a_W | a_E | a_p |
|-----------------------|-----------------------|---------------------------|
| $D_w + \frac{F_w}{2}$ | $D_e - \frac{F_e}{2}$ | $a_W + a_E + (F_e - F_w)$ |

Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

5.4.3 UPWIND

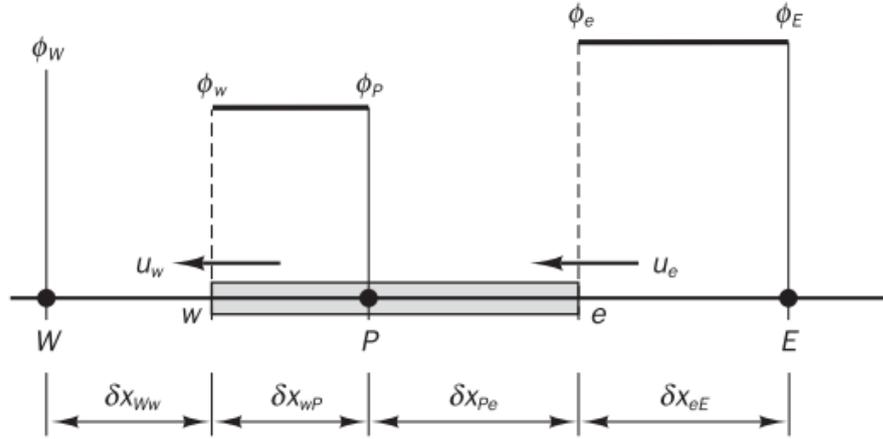
Uma das principais inadequações do esquema de diferenciação central é sua incapacidade de identificar a direção do fluxo. Upwind leva em consideração a direção do fluxo quando determinado valor em uma face de célula: o valor convectado de ϕ em uma face de célula é considerado igual ao valor no nó de upstream. Na Figura 16, é mostrado os valores nodais usados para calcular os valores de face da célula quando o fluxo está na direção positiva (oeste para leste) e na Figura 17 para a direção negativa.

Figura 16 – Representação de valores nodais para o fluxo na direção positiva.



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

Figura 17 – Representação de valores nodais para o fluxo na direção negativa.



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

Quando o fluxo está na direção positiva, $u_w > 0$, $u_e > 0$ ($F_w > 0$, $F_e > 0$), o esquema upwind define:

$$\phi_w = \phi_W e \phi_e = \phi_P \quad (5.34)$$

e a equação discretizada (5.29), pode ser rearranjado como:

$$(D_w + D_e + F_e)\phi_P = (D_w + F_W)\phi_W + D_e\phi_E \quad (5.35)$$

Isso dá:

$$[(D_w + F_W) + D_e + (F_e - F_w)] = (D_w + F_W)\phi_W + D_e\phi_E \quad (5.36)$$

Quando o fluxo está na direção negativa, $u_w < 0$, $u_e < 0$ ($F_w < 0$, $F_e < 0$), o esquema leva:

$$\phi_w = \phi_P e \phi_e = \phi_E \quad (5.37)$$

Agora a equação discretizada é:

$$[D_w + (D_e - F_e) + (F_e - F_w)]\phi_P = (D_w\phi_W + (D_e - F_e)\phi_E) \quad (5.38)$$

Tabela 3 – Coeficientes vizinhos

| | a_E | a_p |
|--------------------|-------------|-------------|
| $F_w > 0, F_e > 0$ | $D_w + F_w$ | D_e |
| $F_w < 0, F_e < 0$ | D_w | $D_e - F_e$ |

Fonte - Adaptado de (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

Identificando os coeficientes de ϕ_W e ϕ_E como a_W e a_E , as equações (5.36) e (5.38) podem ser escritas na forma geral usual:

$$a_p \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E \quad (5.39)$$

Com coeficiente central:

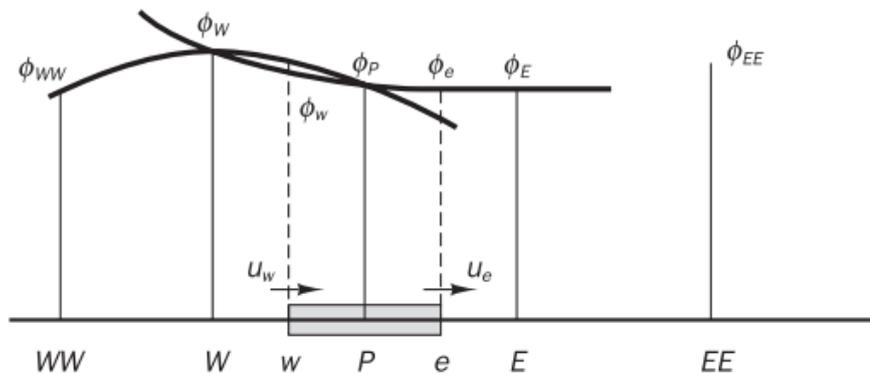
$$a_p = a_W + a_E + (F_e - F_w) \quad (5.40)$$

Coeficientes vizinhos:

5.4.4 QUICK

A interpolação a montante quadrática para o esquema de cinética convectiva (QUICK) de Leonard (1979) usa uma interpolação quadrática ponderada a montante de três pontos para valores de face de célula. O valor de face de ϕ é obtido a partir de uma função quadrática passando por dois nós de bracketing (em cada lado da face) e um nó no lado a montante (Figura 18).

Figura 18 – Perfis quadráticos usados no esquema QUICK.



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

Por exemplo, quando $u_w > 0$ e $u_e > 0$ um ajuste quadrático através de WW, W e P é usado para avaliar ϕ , e um outro ajuste quadrático através de W, P e E para calcular ϕ_e . Para $u_w < 0$ e $u_e < 0$, valores de ϕ em W, P e E são usados para ϕ_w e valores em P, E e EE para ϕ_e . Pode-se mostrar que, para uma malha uniforme, o valor de ϕ na face da célula entre dois nós de bracketing i e $i-1$ e o nó de upstream $i-2$ é dado pela seguinte fórmula:

$$\phi_{face} = \frac{6}{8}\phi_{i-1} + \frac{3}{8}\phi_i - \frac{1}{8}\phi_{i-2} \quad (5.41)$$

Quando $u_w > 0$, os nós de bracketing para a face oeste w são W e P, o nó upstream é WW (figura 18) e:

$$\phi_w = \frac{6}{8}\phi_W + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{WW} \quad (5.42)$$

Quando $u_e > 0$, os nós de bracketing para a face leste e são P e E, o nó upstream é W, então:

$$\phi_e = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_E - \frac{1}{8}\phi_W \quad (5.43)$$

Os termos de difusão podem ser avaliados usando o gradiente da parábola aproximada. É interessante notar que em uma grade uniforme esta prática fornece as mesmas expressões que a diferenciação central para difusão, uma vez que a inclinação da corda entre dois pontos em uma parábola é igual à inclinação da tangente à parábola em seu ponto médio. Se $F_w > 0$ e $F_e > 0$, e se usarmos as equações (5.42) - (5.43) para os termos convectivos e diferenciação central para os termos de difusão, a forma discretizada da equação de transporte de convecção-difusão unidimensional (5.29) pode ser escrito como:

$$\left[F_e \left(\frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_E - \frac{1}{8}\phi_W \right) - F_w \left(\frac{6}{8}\phi_W + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{WW} \right) \right] = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) \quad (5.44)$$

Que pode ser rearranjado para dar:

$$\left[D_w - \frac{3}{8}F_w + D_e + \frac{6}{8}F_e \right] \phi_p = \left[D_w + \frac{6}{8}F_w + \frac{1}{8}F_e \right] \phi_W + \left[D_e - \frac{3}{8}F_e \right] \phi_E - \frac{1}{8}F_w\phi_{WW} \quad (5.45)$$

Isso agora está escrito no formulário padrão para equações discretizadas:

$$a_p\phi_p = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_{WW}\phi_{WW} \quad (5.46)$$

Onde:

Tabela 4 – Coeficientes encontrados

| | | | |
|---|------------------------|-------------------|------------------------------------|
| a_W | a_E | a_{WW} | a_P |
| $D_w + \frac{6}{8}F_w + \frac{1}{8}F_e$ | $D_e - \frac{3}{8}F_e$ | $-\frac{1}{8}F_w$ | $a_W + a_E + a_{WW} + (F_e - F_w)$ |

Fonte - adaptado de (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

Para $F_w < 0$ e $F_e < 0$ o fluxo através dos limites oeste e leste é dado pelas expressões:

$$\phi_w = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_W - \frac{1}{8}\phi_E \quad (5.47)$$

$$\phi_e = \frac{6}{8}\phi_E + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{EE} \quad (5.48)$$

A substituição dessas duas fórmulas pelos termos convectivos na equação de convecção-difusão discretizada (5.29) juntamente com a diferenciação central para os termos de difusão leva, após o rearranjo acima, aos seguintes coeficientes:

Tabela 5 – Valores dos coeficientes

| | | | |
|------------------------|---|-------------------|------------------------------------|
| a_W | a_E | a_{EE} | a_P |
| $D_w + \frac{3}{8}F_w$ | $D_e - \frac{6}{8}F_e - \frac{1}{8}F_w$ | $-\frac{1}{8}F_e$ | $a_W + a_E + a_{EE} + (F_e - F_w)$ |

Fonte - adaptado de (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

Podemos determinar algumas expressões válidas para direções positivas e negativas de fluxo combinando os conjuntos de coeficientes mostrados acima. O esquema QUICK para problemas de difusão-convecção unidimensional pode ser resumido das seguintes formas:

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_{WW}\phi_{WW} + a_{EE}\phi_{EE} \quad (5.49)$$

Com coeficiente central:

$$a_P = a_W + a_E + a_{WW} + a_{EE} + (F_e - F_w) \quad (5.50)$$

Os coeficientes vizinhos:

Tabela 6 – Valores dos coeficientes

| a_W | a_{WW} | a_E | a_{EE} |
|--|----------------------------|--|--------------------------------|
| $D_w + \frac{6}{8}\alpha_w F_w + \frac{1}{8}\alpha_e F_e + \frac{3}{8}(1 - \alpha_w)F_w$ | $-\frac{1}{8}\alpha_w F_w$ | $\frac{D_e - \frac{3}{8}\alpha_e F_e - \frac{6}{8}}{(1 - \alpha_e)F_e - \frac{1}{8}(1 - \alpha_w)F_w}$ | $\frac{1}{8}(1 - \alpha_e)F_e$ |

Fonte - adaptado de (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

Onde:

$$\alpha_w = 1 \text{ para } F_w > 0 \text{ e } \alpha_e = 1 \text{ para } F_e > 0$$

$$\alpha_w = 0 \text{ para } F_w < 0 \text{ e } \alpha_e = 0 \text{ para } F_e < 0$$

5.5 ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE

A convecção de uma variável escalar ϕ depende da magnitude e direção do campo de velocidade local. Para desenvolver outros métodos, consideramos que o campo de velocidade já é conhecido. Em geral o campo de velocidade é no entanto, não conhecido e faz parte da solução global do escoamento, junto com todas as outras variáveis de fluxo.

Existem algumas estratégias populares para calcular todo o campo de pressão e velocidade do fluxo. Dentre essas estratégias, as mais populares são o SIMPLE e o PISO, como vimos em (MALISKA, 2004) e (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005). Para encontrar a solução, esses métodos utilizam das equações de momento e da continuidade que foram mostradas anteriormente.

No processo que utilizamos, o acoplamento entre pressão e velocidade introduz uma restrição na solução do campo de fluxo: se o campo de pressão correto é aplicado nas equações de momento a resultante campo de velocidade deve satisfazer a continuidade. Ambos os problemas estão associados com as não-linearidades no conjunto de equações, e a ligação pressão-velocidade podem ser resolvidas através da adoção de um iterativo como é o caso do SIMPLE e PISO.

5.5.1 Simple

A sigla SIMPLE define um método semi-implícito para equações ligadas à pressão. O algoritmo foi originalmente apresentado por Patankar e Spalding e é essencialmente um procedimento de adivinhação e correção para o cálculo de pressão. O método é ilustrado considerando equações laminares, bidimensionais, de fluxo constante e em coordenadas cartesianas. Para iniciar o cálculo do SIMPLE, um campo de pressão p^* arbitrário é

utilizado. As seguintes equações de momento são resolvidas:

$$a_{i,J}u_{i,J} = \sum a_{nb}u_{nb} + (p_{I-1,J} - p_{I,J}) A_{i,J} + b_{i,J} \quad (5.51)$$

$$a_{I,j}\nu_{I,j} = \sum a_{nb}\nu_{nb} + (p_{I,J-1} - p_{I,J}) A_{I,j} + b_{I,j} \quad (5.52)$$

Com elas obtemos resolvidas com o campo de pressão arbitrário, obtemos os campos de velocidade u^* e ν^* , como vemos:

$$a_{i,J}u_{i,J}^* = \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*) A_{i,J} + b_{i,J} \quad (5.53)$$

$$a_{I,j}\nu_{I,j}^* = \sum a_{nb}\nu_{nb}^* + (p_{I,J-1}^* - p_{I,J}^*) A_{I,j} + b_{I,j} \quad (5.54)$$

Agora nós definimos a correção p' como a diferença entre o campo de pressão correto de pressão e o campo de pressão adivinhado p^* , de forma que:

$$p = p^* - p' \quad (5.55)$$

Similar a isso, nós definimos a correção das velocidades u' e ν' relacionando as velocidades reais u e ν com as velocidades adivinhadas u^* e ν^* :

$$u = u^* - u' \quad (5.56)$$

$$\nu = \nu^* - \nu' \quad (5.57)$$

Para obter o valor correto de u e ν , utilizamos o valor de campo de pressão correto p . As equações 6.1 e 6.2 liga os valores corretos de velocidade com os valores corretos de pressão. Substituindo as equações 6.3 e 6.4 das equações 6.1 e 6.2, e utilizando as equações 6.6 e 6.7, temos respectivamente

$$a_{i,J}u'_{i,J} = \sum a_{nb}u'_{nb} + (p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) A_{i,J} \quad (5.58)$$

$$a_{I,j}\nu'_{I,j} = \sum a_{nb}\nu'_{nb} + (p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) A_{I,j} \quad (5.59)$$

Neste ponto uma aproximação é introduzida, $\sum a_{nb}u'_{nb}$ e $\sum a_{nb}\nu'_{nb}$ são cortados nas equações 6.8 e 6.9. Essa é a maior aproximação que ocorre no algoritimo SIMPLE, com isso obtemos:

$$u'_{i,J} = d_{i,J} (p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \quad (5.60)$$

$$v'_{I,j} = d_{I,j} (p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) \quad (5.61)$$

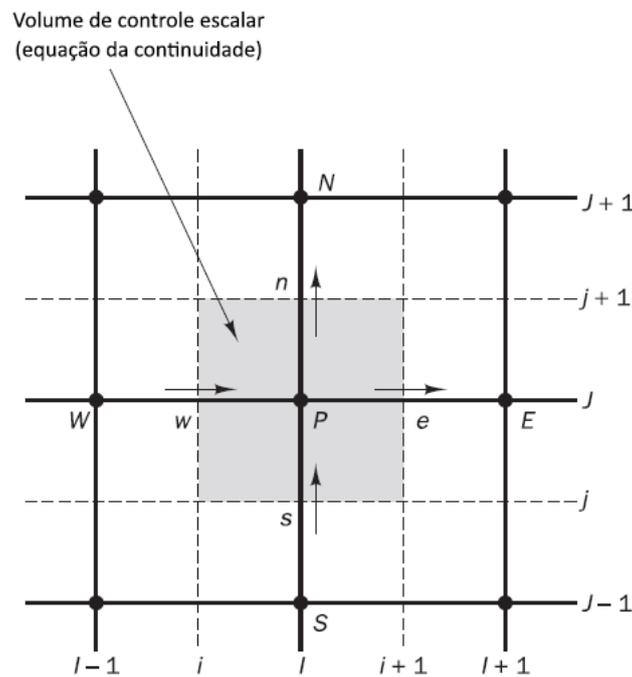
Onde:

$$d_{i,J} = \frac{A_{i,J}}{a_{i,J}} \quad (5.62)$$

$$d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j}} \quad (5.63)$$

Além das equações de momento, o campo de velocidade está sujeito a restrição de que se deve satisfazer a equação de continuidade. A continuidade é satisfatória na forma discreta para o volume de controle escalar mostrado na Figura 19:

Figura 19 – Volume de controle escalar



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

$$[(\rho u A)_{i+1,J} - (\rho u A)_{i,J}] + [(\rho u A)_{I,j+1} - (\rho u A)_{I,j}] = 0 \quad (5.64)$$

Substituindo pelas velocidades corretas (5.60) e (5.61) na equação de continuidade na forma discreta, temos:

$$\begin{aligned}
 & [(\rho dA)_{i+1,J} + (\rho dA)_{i,J} + (\rho dA)_{I,j+1} + (\rho dA)_{I,j}] p'_{I,J} - (\rho dA)_{i+1,J} p'_{I+1,J} \\
 & \quad + (\rho dA)_{i,J} p'_{I-1,J} + (\rho dA)_{I,j} p'_{I,J+1} + (\rho dA)_{I,j} p'_{I,J-1} \\
 & \quad + [(\rho uA)_{i,J} - (\rho uA)_{i+,J} - (\rho uA)_{i,J} - (\rho uA)_{I,j} - (\rho uA)_{I,j+1}]
 \end{aligned} \tag{5.65}$$

Com os coeficientes p' , a equação pode ser escrita como:

$$a_{I,J} p'_{I,J} = a_{I+1,J} p'_{I+1,J} + a_{I-1,J} p'_{I-1,J} + a_{I,J+1} p'_{I,J+1} + a_{I,J-1} p'_{I,J-1} + b'_{I,J} \tag{5.66}$$

Onde:

$$a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1} \tag{5.67}$$

Os coeficientes apresentados são:

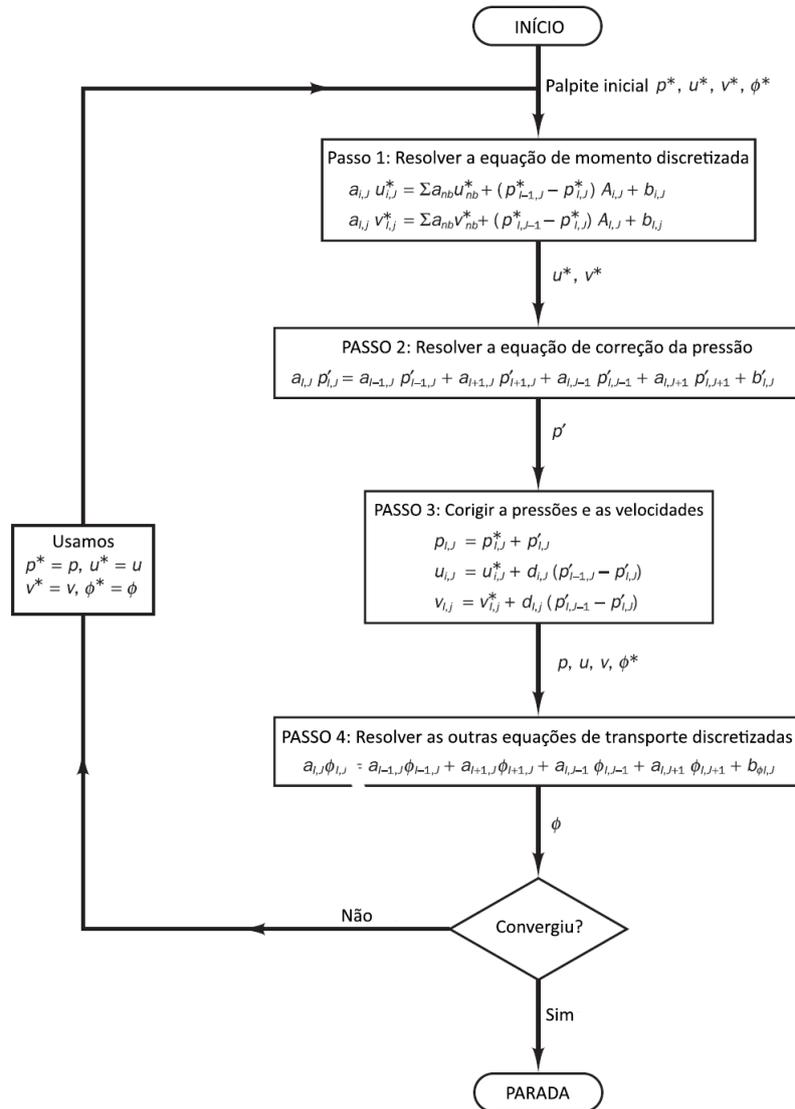
Tabela 7 – Coeficientes apresentados

| | | | | |
|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------|---|
| $a_{I+1,J}$ | $a_{I-1,J}$ | $a_{I,J+1}$ | $a_{I,J-1}$ | $b'_{I,J}$ |
| $(\rho dA)_{i+1,J}$ | $(\rho dA)_{i,J}$ | $(\rho dA)_{I,j+1}$ | $(\rho dA)_{I,j}$ | $(\rho uA)_{i,J} - (\rho uA)_{i+1,J} - (\rho uA)_{I,j} - (\rho uA)_{I,j+1}$ |

Fonte - adaptado de (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

O algoritmo SIMPLE fornece um método de cálculo da pressão e das velocidades. O método é iterativo e quando outros escalares são acoplados a equações de momento, o cálculo precisa ser feito sequencialmente. A seqüência de operações que ocorre em um CFD que emprega o simple é mostrada no esquema a seguir:

Figura 20 – Esquema SIMPLE



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

5.5.2 PISO

O Algoritmo PISO, que significa Pressure Implicit with Splitting of Operators, é um procedimento de cálculo de pressão-velocidade, originalmente computacional de forma não iterativa para fluidos compressíveis instáveis. Esse processo tem sido adaptado com sucesso para problemas de estado estacionário.

Ele é um processo que envolve um passo preditor e dois passos corretivos, e pode ser visto como uma extensão do SIMPLE, com mais um passo de correção.

5.5.2.1 Passo preditor

Nesse passo, as equações de momento discretizadas são resolvidas utilizando uma pressão média ou adivinhada p^* para obter os componentes de velocidade u^* e v^* usando o mesmo método que o algoritmo SIMPLE.

5.5.2.2 Passo corretor 1

Os campos u^* e v^* não satisfarão a continuidade a menos que o campo de pressão p^* seja correto. O primeiro passo corretor do SIMPLE é introduzido para dar uma velocidade de campo (u^{**}, v^{**}) que satisfaz a equação de continuidade discretizada. O resultado equações são as mesmas que as equações de correção de velocidade (8.10) e (8.11) que vemos no SIMPLE, mas como há mais uma etapa de correção no algoritmo PISO, usamos uma notação ligeiramente diferente:

$$p^{**} = p^* + p'$$

$$u^{**} = u^* + u'$$

$$v^{**} = v^* + v'$$

Essas fórmulas são usadas para definir as velocidades corrigidas u^{**} e v^{**} :

$$u_{i,J}^{**} = u_{i,J}^* + d_{i,J} (p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \quad (5.68)$$

$$v_{I,j}^{**} = v_{I,j}^* + d_{I,j} (p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) \quad (5.69)$$

5.5.2.3 Passo corretor 2

O método PISO utiliza um segundo passo corretor, o que diferencia do simple, esse método é dado pelas fórmulas:

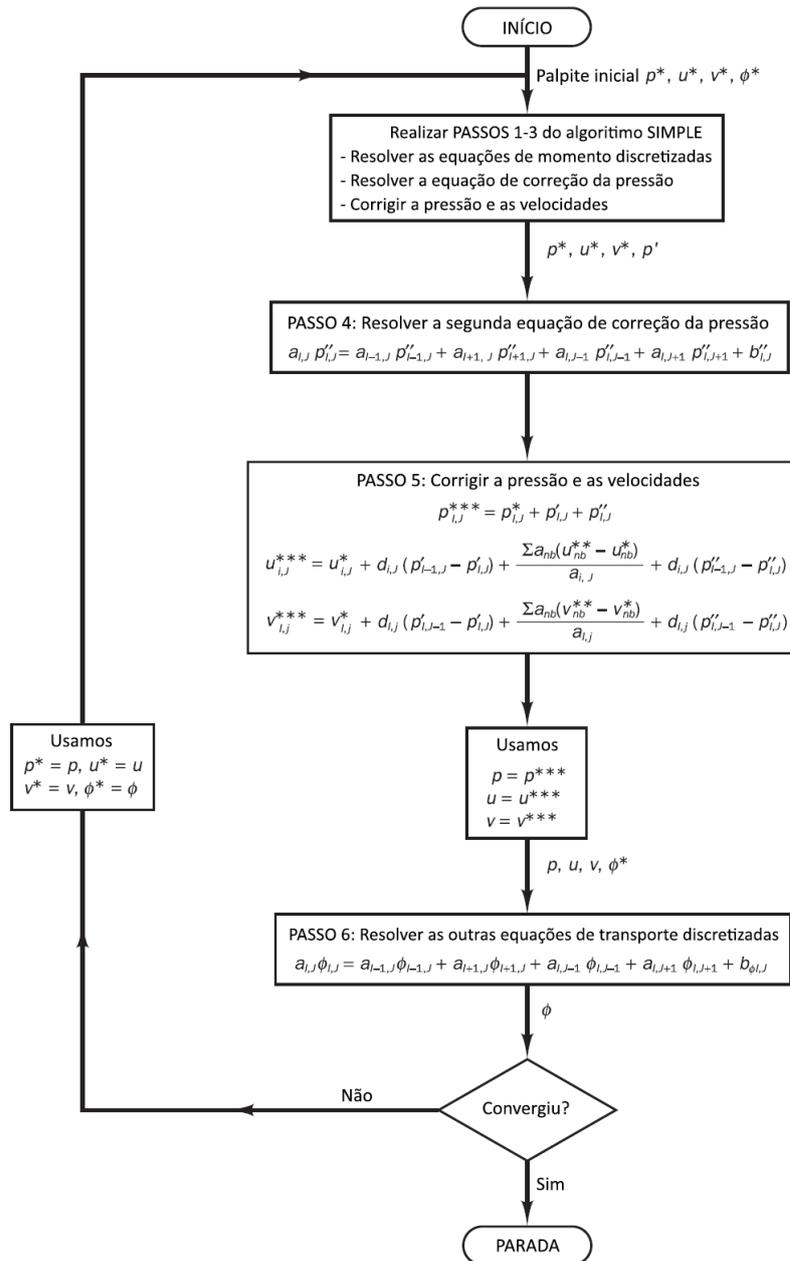
$$u_{i,J}^{***} = u_{i,J}^{**} \frac{\sum a_{nb} (u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)}{a_{i,J}} + d_{i,J} (p''_{I-1,J} - p''_{I,J}) \quad (5.70)$$

$$u_{I,j}^{***} = u_{I,j}^{**} \frac{\sum a_{nb} (u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)}{a_{i,J}} + d_{i,J} (p''_{I,J-1} - p''_{I,J}) \quad (5.71)$$

E p^{***} é obtido por:

$$p^{***} = p^{**} + p'' = p^* + p' + p'' \quad (5.72)$$

Figura 21 – Esquema PISO



Fonte - (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2005)

O algoritmo SIMPLE é relativamente simples e tem sido bem-sucedido e implementado em vários procedimentos de CFD, porém, correção de pressão p' é satisfatória para corrigir as velocidades, mas não tão boas para corrigir a pressão.

Comparações mostraram que o desempenho de cada algoritmo depende das condições de fluxo, o grau de acoplamento entre a equação de momento e equações escalares, a quantidade de sub-relaxamento usada, e às vezes até nos detalhes da técnica numérica

usada para resolver as equações algébricas.

Para situações em que a equação de momento não está fortemente ligada a uma variável escalar, o PISO teve um ótimo resultado e exigiu menos esforços computacionais que outras soluções. Porém o método fora isso, não tem uma vantagem tão significativa aos outros métodos.

O problema deve ser analisado, junto com a quantidade de esforço computacional, e assim, a melhor análise deve ser feita pra decidirmos qual método utilizar.

5.6 MODELOS DE TURBULÊNCIA

5.6.1 Modelo de Turbulência $k-\epsilon$

O modelo de turbulência $k - \epsilon$, como vemos em (WILCOX, 2006), é o modelo de turbulência mais utilizado em CFD. Ele é usado para simular as características de fluxo médio e condições de regime turbulento. É um modelo que se descreve a turbulência em duas equações de transportes. O modelo $k - \epsilon$ é uma alternativa para solucionar problemas turbulentos de média e alta complexidade.

As váriaveis $k - \epsilon$ são:

- k se trata da energia cinética de turbulência.
- ϵ se trata da dissipação da energia de turbulência.

Esse método se concentra em fatores que influenciam na velocidade cinética turbulenta. Esse método, faz suposições de que a tensão Reynolds e a taxa de deformações é a mesma em todas as direções.

5.6.2 Equações

As equações de $k - \epsilon$ possui vários termos desconhecidos e que não podem ser medido. Para uma abordagem muito mais prática, o modelo padrão de turbulência $k - \epsilon$ (Launder e Spalding, 1974 [3]) é usado com base em nossa melhor compreensão dos processos relevantes, minimizando incógnitas e apresentando um conjunto de equações que pode ser aplicado a um grande número de aplicações turbulentas.

A energia cinética turbulenta k é dada por:

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}}_{\text{taxa de variação de } k \text{ no fluido}} + \underbrace{\frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i}}_{\text{taxa de transporte de } k \text{ por convecção}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]}_{\text{taxa de transporte de } k \text{ por difusão}} + \underbrace{2\mu_t E_{ij} E_{ij}}_{\text{taxa de formação de } k} - \underbrace{\rho \epsilon}_{\text{taxa de perda de } k} \quad (5.73)$$

A dissipação ϵ é:

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho\epsilon)}{\partial t}}_{\text{taxa de variação de } \epsilon \text{ no fluido}} + \underbrace{\frac{\partial(\rho\epsilon u_i)}{\partial x_i}}_{\text{taxa de transporte de } \epsilon \text{ por convecção}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right]}_{\text{taxa de transporte de } \epsilon \text{ por difusão}} + \underbrace{C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t E_{ij} E_{ij}}_{\text{taxa de formação de } \epsilon} - \underbrace{C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k}}_{\text{taxa de perda de } \epsilon} \quad (5.74)$$

Sendo que:

u_i representa o componente de velocidade na direção correspondente.

E_{ij} representa a taxa de deformação.

μ_t representa a viscosidade turbulenta, sendo igual a $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$.

5.6.2.1 Aplicações

O modelo $k - \epsilon$ foi adaptado especificamente para camadas de cisalhamento planas e fluxos de recirculação. Esse modelo é o mais validado modelo de turbulência, com aplicações que variam de fluxos industriais a ambientais, o que explica sua popularidade. É muito utilizado para fluxos de camada de cisalhamento livre com gradientes de pressão relativamente pequenos, bem como em fluxos confinados onde as tensões cisalhantes de Reynolds são mais importantes. Ele também pode ser indicado como o modelo de turbulência mais simples onde apenas as condições iniciais ou as condições de contorno precisam ser fornecidas.

Apesar disso, esse método utiliza de mais memória computacional para ser feito. Seu uso também é inadequado em problemas com grandes gradientes de pressão, e não possui um bom desempenho em fluidos não confinados, camadas limites curvadas e em dutos não circulares.

5.6.3 Modelo de Turbulência Spalart-Allmaras

Como visto em (WILCOX, 2006) modelo Spalart-Allmaras se trata de um modelo que resolve problemas de CFD utilizando uma equação de transporte modelada para viscosidade turbulenta cinemática. O seu modelo é utilizado para um baixo número de Reynolds, exigindo que a região afetada pela viscosidade da camada limite seja totalmente resolvida.

5.6.3.1 Equações

As equações de Spalart-Allmaras combinam a formulação de uma subcamada viscosa com uma formulação logarítmica baseada em y^+ . O domínio de cálculo deve ser intermediário para assegurar a integridade dos cálculos, e assim fornecer a tensão de cisalhamento e a transferência de calor com valores consistentes. Caso esses fatores não sejam necessário, deve-se assegurar que as paredes tenham uma boa quantidade de células.

O equacionamento é dado por:

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1} \quad (5.75)$$

Sendo

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3} \quad (5.76)$$

$$\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (5.77)$$

Com esses termos conseguimos calcular a equação governante que é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = C_{b1} [1 - f_{t2}] \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma} \left(\nabla \cdot [(\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu}] + C_{b2} |\nabla \tilde{\nu}|^2 \right) \\ - \left[C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right] \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 + f_{t1} \Delta U^2 \end{aligned} \quad (5.78)$$

Onde:

d é a distância da superfície mais próxima.

ΔU^2 representa a diferença entre a velocidade na origem e aquela no ponto de campo que estamos considerando.

5.6.3.2 Aplicações

O modelo Spalart-Allmaras foi inicialmente desenvolvido para fluidos aerodinâmicos, com isso, seu funcionamento em fluxos industriais gerais não é adequado. Para fluxos de cisalhamento livre, como fluxos de jatos planos, temos erros relativamente grandes. Além de que não há como prever o decaimento da turbulência isotrópica e homogênea nesse método.

Porém, além dos fluidos aerodinâmicos, o método Spalart-Allmaras tem um ótimo resultado para escoamentos com Reynolds baixo, fluxos limitados em paredes com as mais variadas pressões, além de estar sendo utilizado com frequência em fluxos de turbomáquinas.

6 METODOLOGIA

A metodologia do trabalho, tem como base a utilização de um software de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) para a simulação do escoamento de Taylor-Couette, e com esses resultados, fazer uma visualização e análise dos vórtices de Taylor.

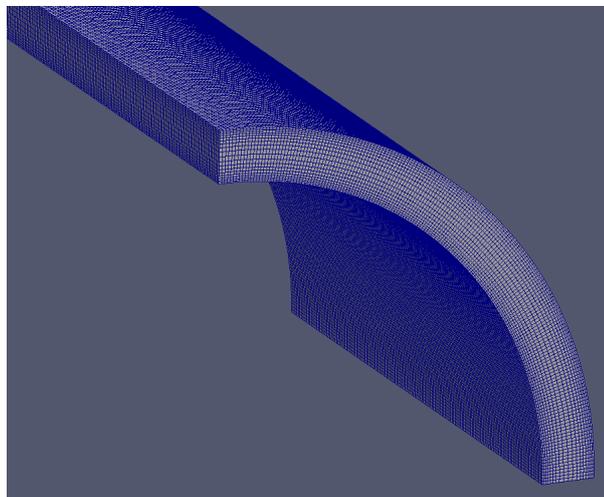
6.1 OPENFOAM

Tem-se 3 passos para a resolução do problema, pré-processamento, simulação e pós processamento. No primeiro ocorre a modelagem do problema, a seleção do solver, os parâmetros que serão visualizados e utilizados e as condições de contorno são definidas. Na fase da simulação, o solver realiza todos os cálculos necessários para as condições estabelecidas. No pós processamento temos a visualização dos resultados obtidos por meio do software ParaView, que transforma todos os cálculos em imagens e resultados quem podem ser observados.

6.2 GEOMETRIA E MALHA

A criação da geometria e da malha são os primeiros passos do pré-processamento. A geometria foi criada utilizando as dimensões do experimento, utilizando o gap onde fica o líquido. A geometria foi simplificada como $\frac{1}{4}$ de círculo, e foi utilizada a condição de simetria para se obter o resultado, isso foi feito para diminuir o gasto computacional.

Figura 22 – Exemplo da malha



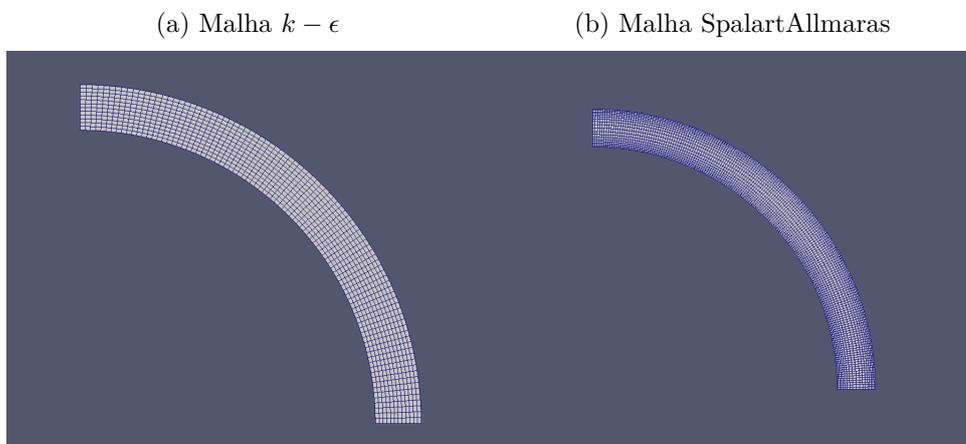
Fonte - Produzido pelo autor

A geometria inicialmente foi desenhada em CAD(SolidWorks) e exportada para o formato STEP. Uma malha foi criada utilizando a ferramenta do OpenFOAM, chamada de blockMesh. Já para a criação da malha da geometria desenhada, foi utilizado o arquivo snappyHexMeshDict. Com esse método os resultados obtidos não foram convincentes, principalmente pela aproximação de triângulos que o software faz para geometrias STL.

Como a geometria é simples, a solução encontrada foi fazer o blockMesh direto da figura analisada.

As malhas utilizadas foram diferentes para cada modelo de turbulência:

Figura 23 – Malhas utilizadas



Fonte - Produzido pelo autor

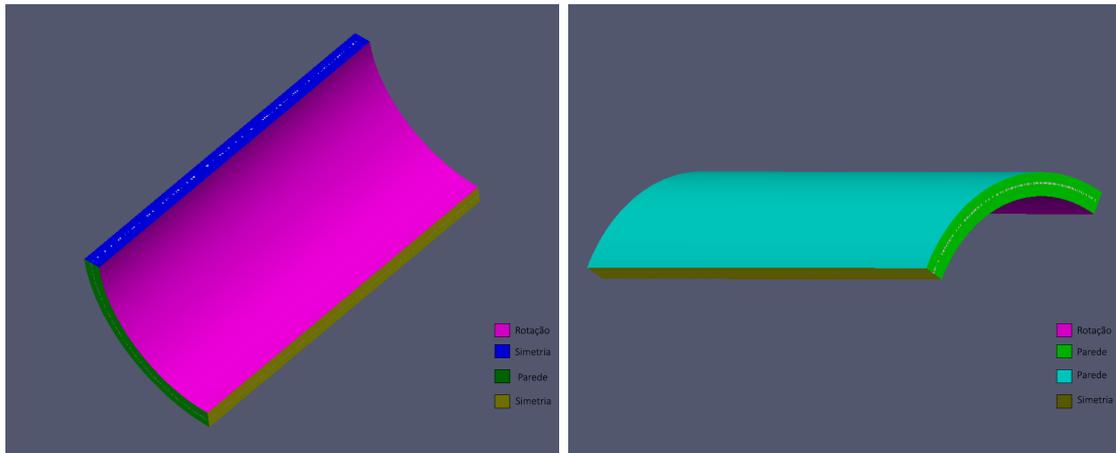
A figura 23(a) mostra a malha usada para o modelo de turbulência $k - \epsilon$, esse modelo de turbulência não exige uma malha tão refinada, e seu alto custo computacional faz com que o uso de uma malha mais grosseira seja mais adequado.

A figura 23(b) mostra a malha utilizada no modelo de turbulência SpalartAllmaras, esse modelo exige uma malha mais refinada, principalmente nas paredes. Na resolução do problema, o método de SpalartAllmaras teve um maior custo computacional, por sua malha muito mais refinada.

6.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para a resolução do problema, tivemos que adotar algumas condições de contorno. A malha foi dividida em partes para que o escoamento de Taylor-Couette fosse simulado. As condições são mostradas na figura abaixo:

Figura 24 – Condições de contorno da malha



Fonte - Produzido pelo autor

Nas paredes foram colocadas a condição de não escorregamento, essa condição estabelece que nas paredes a velocidade em relação ao referencial é zero. Essa condição é imposta na superfície inferior e superior do quarto de cilindro e na parede curva externa.

A condição de simetria é utilizada nas laterais desse cilindro, conseguimos garantir com isso que o escoamento que ocorre em uma face, é igual ao de outra face, completando o cilindro.

A condição de rotação é imposta na parede curva interna, essa condição simula a rotação do eixo que ocasiona nos vórtices de Taylor.

6.3.1 Parâmetros utilizados

Para realizar os cálculos numéricos, foram utilizados alguns parâmetros, sendo os dimensionais, mais focados no experimento em realização, com raio externo r_2 de 119 mm e raio interno r_1 de 103 mm, a viscosidade cinemática utilizada foi a da glicerina, esse fluido possui uma viscosidade alta, com isso, as velocidades de rotação necessárias para a visualização de todas as fases de escoamento são de mais fácil alcance.

A velocidade do escoamento, foi calculada com base no número de Taylor, a partir da equação 5.5. Calculando a velocidade Ω_{cr} usando os parâmetros acima, temos que a velocidade crítica nesse caso é de 54 rad/s. Nessa velocidade temos a formação dos vórtices de Taylor. Para a visualização do escoamento utilizamos três velocidades, uma logo antes dos vórtices de Taylor acontecerem, a segunda com o vórtice de Taylor e o escoamento laminar, e uma velocidade onde temos os vórtices e o regime começa a ser turbulento. Essas velocidades são, de 50 rad/s, 69 rad/s e 100. rad/s

7 RESULTADO NUMÉRICO

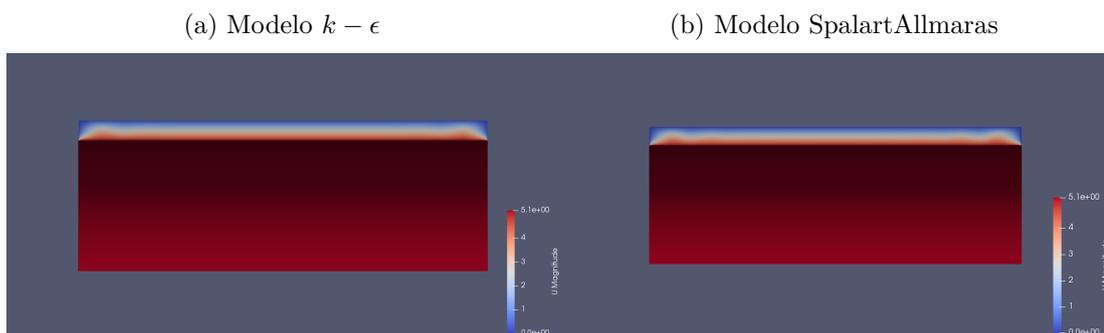
Para a obtenção dos resultados numéricos, foi utilizado o método CFD, por meio do software OpenFoam.

Foram utilizadas 3 velocidades angulares diferentes para a visualização do problema, 50 rad/s, 69 rad/s e 100 rad/s. A primeira velocidade, mostra o escoamento ainda em fase laminar, e com um número abaixo do crítico de Taylor, já o segundo, mostra ainda um escoamento laminar, só que com um Taylor crítico. Já o terceiro, temos um escoamento em fase de transição, e com o Taylor crítico.

Também foram utilizados 3 modelos de turbulência, sendo eles, os modelos de $k - \epsilon$, Spalart-Allmaras e o modelo $k - \omega$ SST. Porém, no modelo de $k - \omega$ SST, a simulação não obteve resultados coerentes, isso se deu pelo fato desse método ter uma grande sensibilidade as condições iniciais. Os resultados são mostrados a seguir:

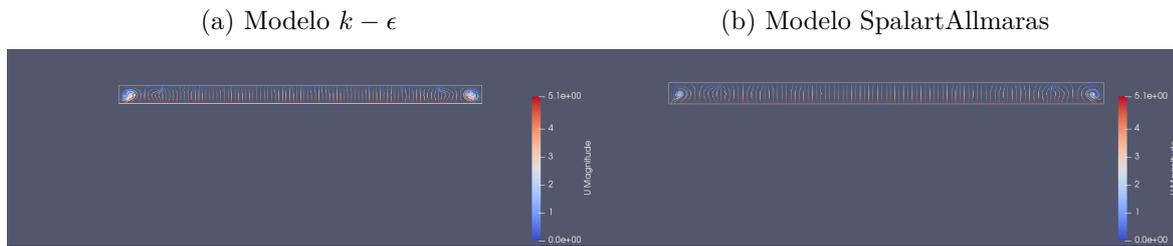
7.1 VELOCIDADE DE 50 RAD/S

Figura 25 – Campo de velocidades a 50 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras



Fonte - Produzido pelo autor

Pode-se observar na Figura 25 os dois modelos de turbulência em regime laminar e sem os vórtices de Taylor, podemos ver alguns vórtices nas extremidades, que são considerados pela condição de parede extremidade do domínio.

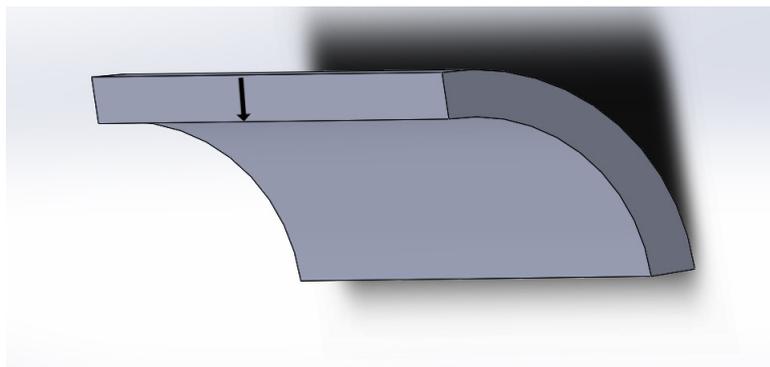
Figura 26 – Linhas de corrente a 50 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

Fonte - Produzido pelo autor

As linhas de corrente mostram como está se desenvolvendo o escoamento secundário. Vê-se alguns vórtices nas extremidades que ocorrem pela condição de parede.

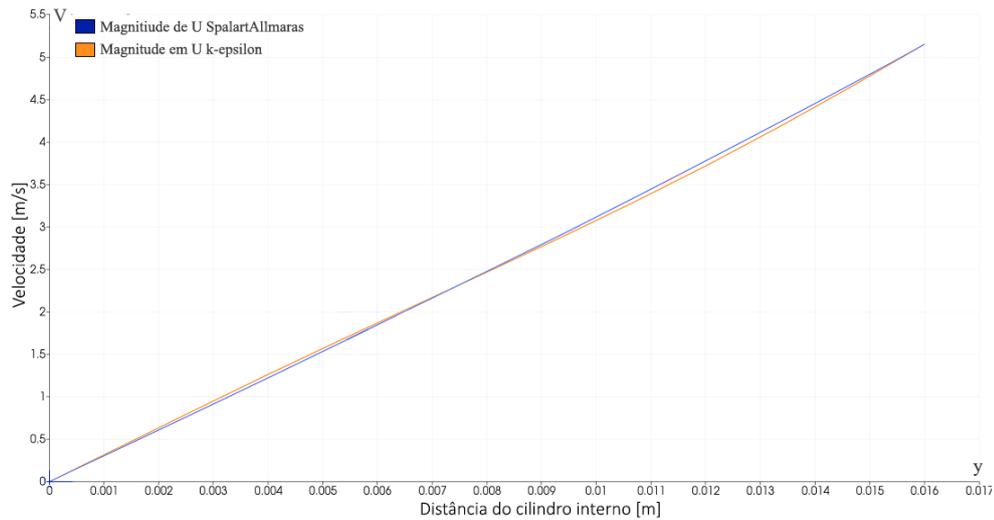
O perfil da magnitude das velocidades é avaliado na posição central do domínio de cálculo, como ilustrado na figura na Figura 27.

Figura 27 – Linha onde foi extraído o perfil de velocidade



Fonte - Produzido pelo autor

Nesse perfil é retirado um gráfico que mostra o perfil de velocidades nessa parte do escoamento, como é mostrado na Figura 28.

Figura 28 – Gráfico das velocidades a 50 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

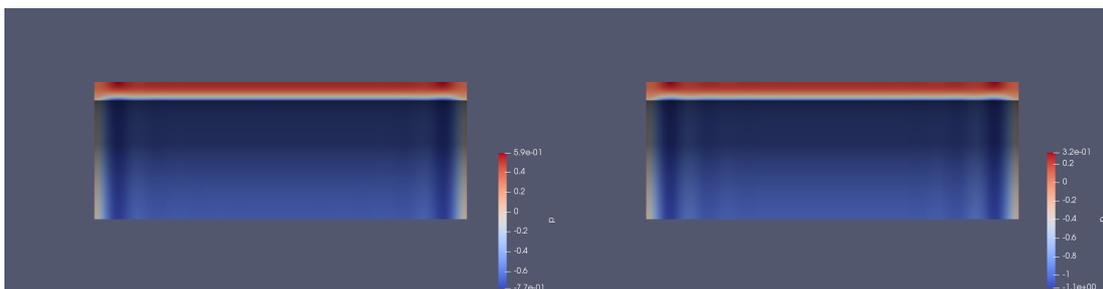
Fonte - Produzido pelo autor

Pode-se ver no gráfico que a velocidade varia linearmente com a distância radial do cilindro interno, e em ambos os modelos de turbulência temos o mesmo resultado.

Figura 29 – Pressão a 50 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

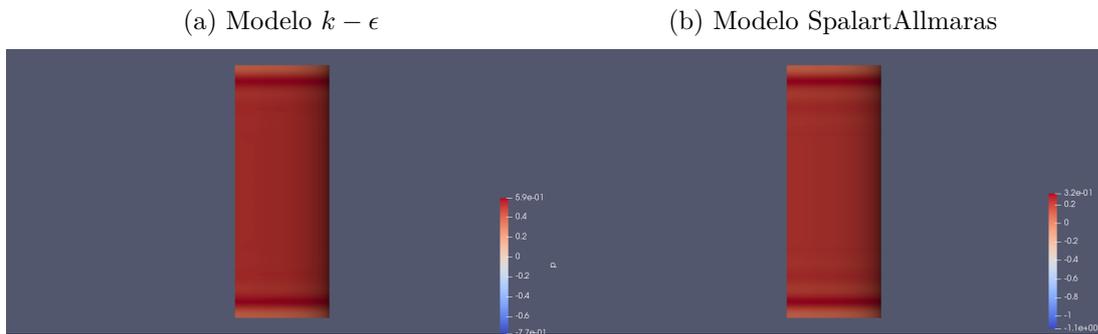
(a) Modelo $k - \epsilon$

(b) Modelo SpalartAllmaras



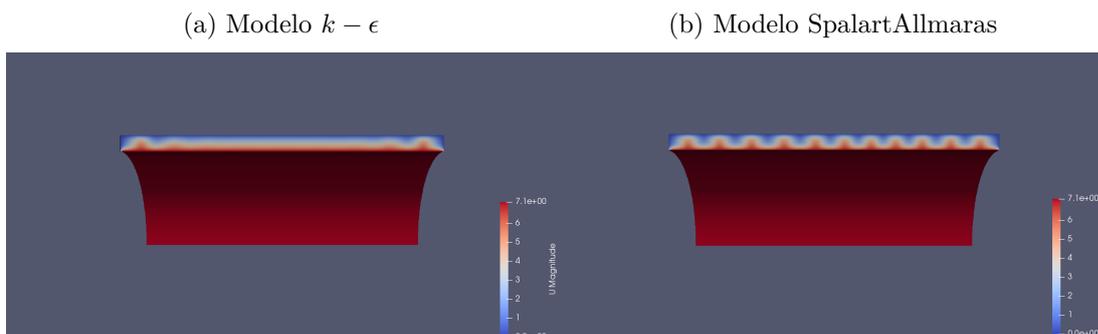
Fonte - Produzido pelo autor

Pode-se analisar aqui que a pressão é maior nas extremidades, que é onde ocorrem os vórtices. Com a pressão conseguimos analisar os vórtices de Taylor, porém, como o escoamento modelado é incompressível, o valor absoluto não é importante.

Figura 30 – Pressão a 50 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

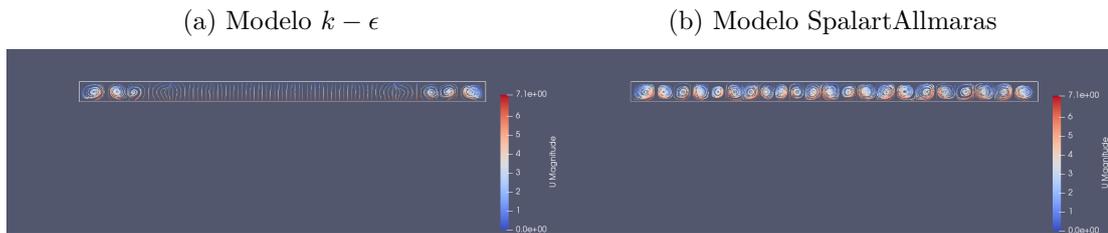
Fonte - Produzido pelo autor

Aqui pode-se ver os vórtices nos dois métodos, podemos ver que eles estão sendo maiores no modelo SpalartAllmaras, mas por o Número crítico de Taylor não ter sido alcançado, ele está visível apenas nas paredes.

Figura 31 – Campo de velocidades a 69 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

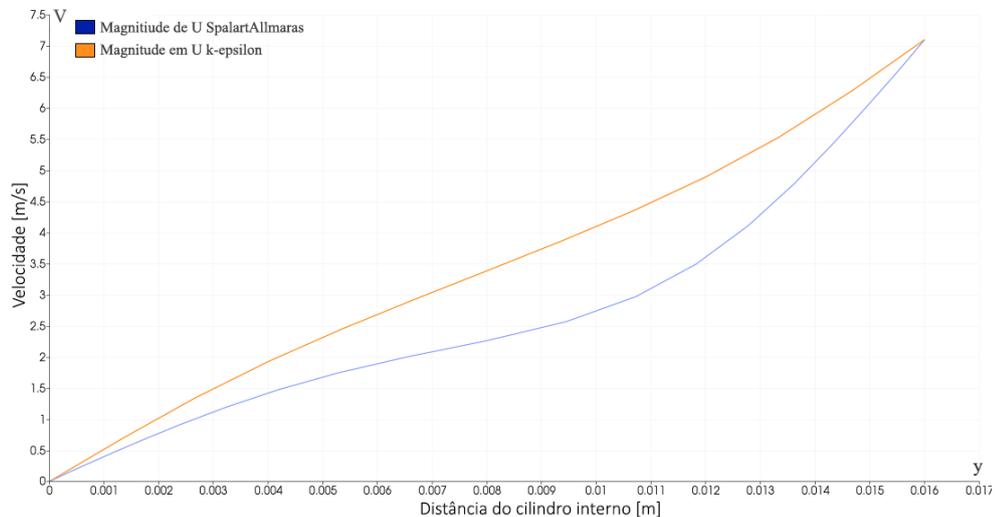
Fonte - Produzido pelo autor

A velocidade crítica nesse ponto foi alcançada, e os vórtices deveriam aparecer por todo o escoamento. O modelo SpalartAllmaras mostra o vórtice ocorrendo com um regime ainda laminar. Já o modelo $k - \epsilon$ não mostra os vórtices, eles ocorrem apenas nas paredes e com uma intensidade um pouco maior que no caso de 50 rad/s.

Figura 32 – Linhas de corrente a 69 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

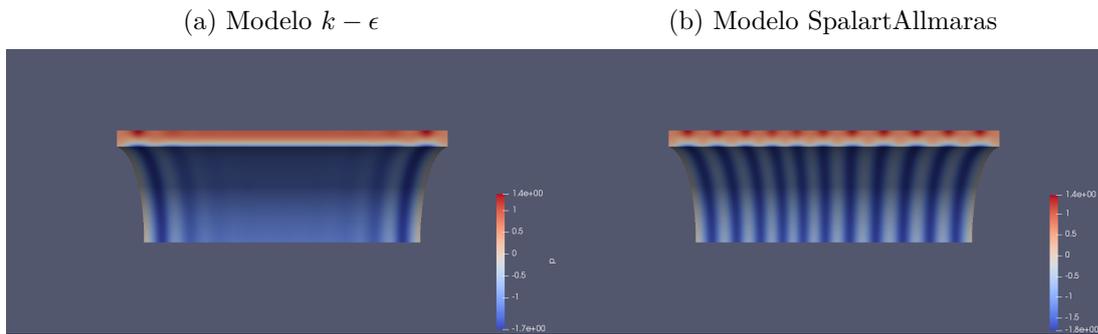
Fonte - Produzido pelo autor

As linhas de corrente mostram os vórtices de Taylor bem definidos para o modelo SpalartAllmaras e vórtices ocorrendo na parede do modelo $k - \epsilon$.

Figura 33 – Gráfico das velocidades a 69 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

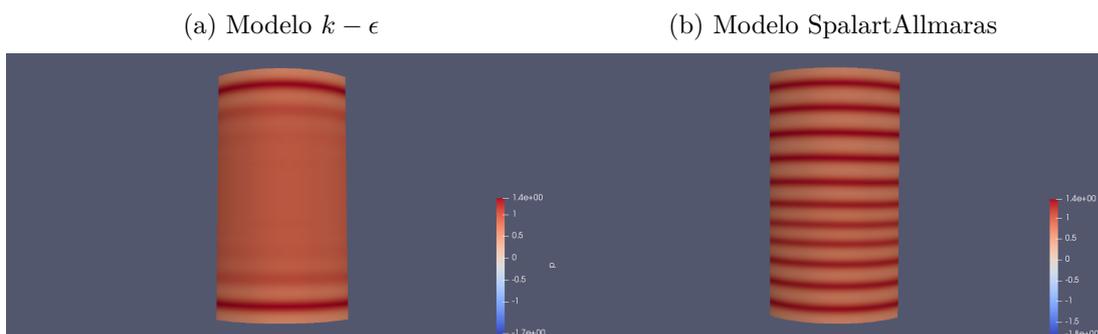
Fonte - Produzido pelo autor

O gráfico mostra uma grande diferença dos métodos para esta velocidade. Enquanto o método $k - \epsilon$ é ainda linear, a variação do modelo SpalartAllmaras se dá em um perfil inflexional, e pode-se ver que a velocidade tende a ser igual no centro do escoamento.

Figura 34 – Pressão a 69 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

Fonte - Produzido pelo autor

A pressão mostra os vórtices, eles estão presentes na extremidade do modelo $k - \epsilon$ e em todo o perfil do SpalartAllmaras.

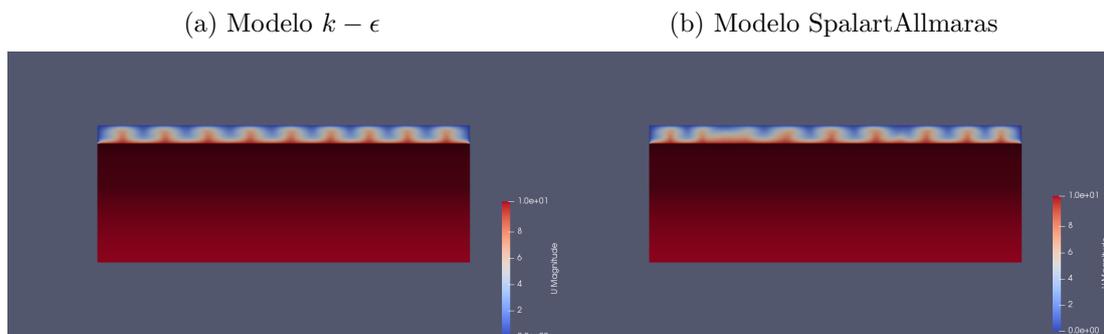
Figura 35 – Pressão a 69 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

Fonte - Produzido pelo autor

Pode-se ver aqui os vórtices de Taylor presentes no modelo SpalartAllmaras e ver a sua linearidade.

7.2 VELOCIDADE DE 100 RAD/S

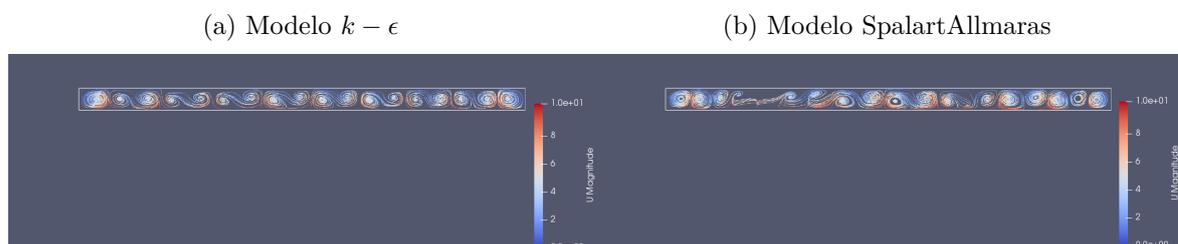
Figura 36 – Campo de velocidades a 100 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras



Fonte - Produzido pelo autor

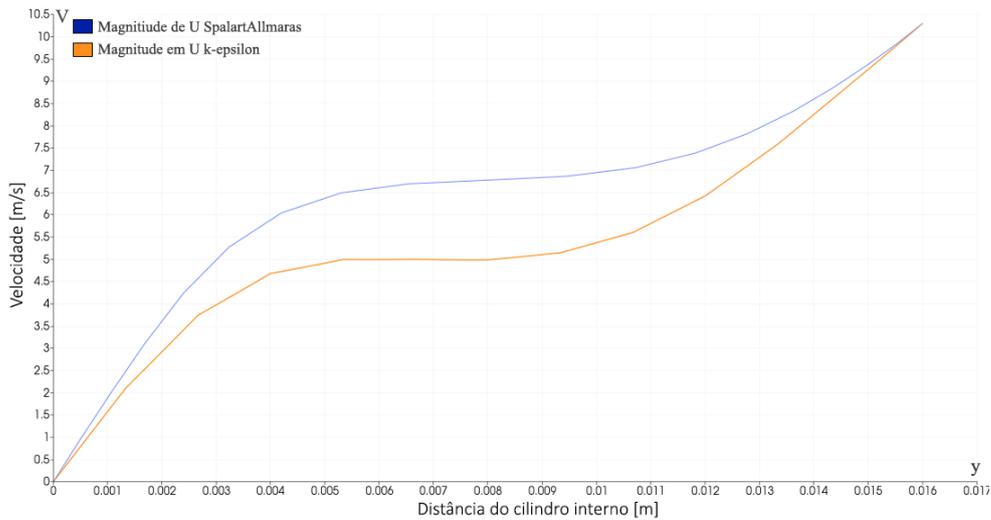
Aqui tem-se o campo de velocidade, podemos ver que agora o modelo $k - \epsilon$ mostra os vórtices, e o método SpalartAllmaras mostra uma desorganização das estruturas turbilhonares, fruto de um regime já turbulento.

Figura 37 – Linhas de corrente a 100 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras



Fonte - Produzido pelo autor

As linhas de corrente mostram os vórtices bem definidos no método $k - \epsilon$, já no método SpalartAllmaras, os vórtices estão turbulentos e não conseguimos prever o escoamento.

Figura 38 – Grafico das velocidades a 100 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

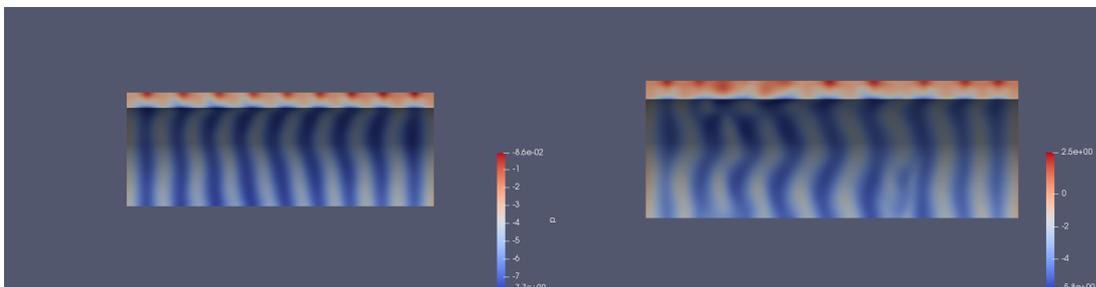
Fonte - Produzido pelo autor

Este gráfico de velocidade mostra dois perfis parecidos, o método SpalartAllmaras mostra uma velocidade maior no meio do raio, e um pico de velocidades nas extremidades. Já o método $k - \epsilon$ tem um perfil mais harmônico, tendo sua velocidade no centro do gap, como a metade da velocidade.

Figura 39 – Pressão a 100 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

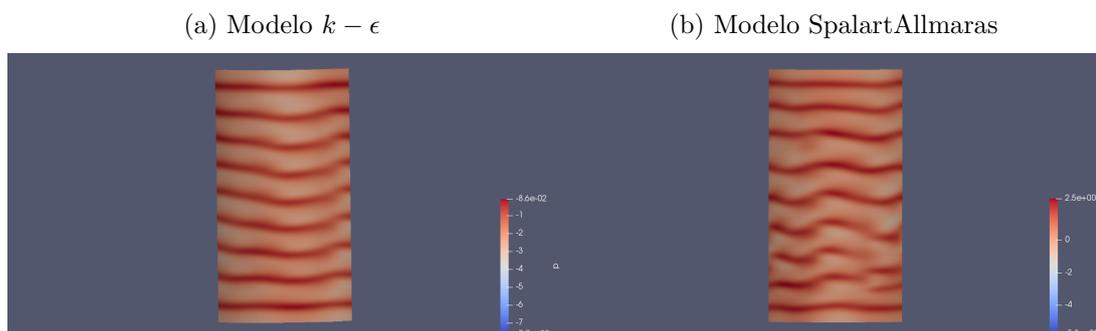
(a) Modelo $k - \epsilon$

(b) Modelo SpalartAllmaras



Fonte - Produzido pelo autor

Aqui temos os vórtices mais bem definidos no modelo $k - \epsilon$, enquanto o modelo de SpalartAllmaras não temos um padrão.

Figura 40 – Pressão a 100 rad/s nos modelos $k - \epsilon$ e SpalartAllmaras

Fonte - Produzido pelo autor

O modelo $k - \epsilon$, mostra os vórtices de Taylor com um padrão, mesmo não sendo tão alinhado como no caso da velocidade de 69 rad/s para o método SpalartAllmaras, temos um caso de Reynolds de transição. O método SpalartAllmaras para a velocidade de 100 rad/s, mostra os vórtices distorcidos, o que mostra que o escoamento nesse caso é turbulento.

8 CONCLUSÃO

Os resultados encontrados mostram que o escoamento antes do Número de crítico de Taylor não possui nenhum vórtice característico, apenas na extremidade do domínio pela recirculação nas paredes. Já em velocidades pouco acima do Taylor crítico, os vórtices foram vistos com clareza, por o escoamento ainda ser laminar. Com uma velocidade muito acima do Taylor crítico, tivemos a visualização dos vórtices, só que com um descontrole entre eles, que é dado pela turbulência do escoamento nessa velocidade. A simulação encontrada foi convincente. O modelo de turbulência $k - \epsilon$ apresentou alguns problemas em relação a velocidade crítica de Taylor, já os resultados encontrados no SpalartAllmaras foram os esperados e o escoamento acontece como mostra a literatura.

Esse trabalho abre uma grande gama de problemas a serem estudados. Podendo no futuro, ser analisado a influência de rotores de diferentes formas no escoamento, podendo simular uma máquina elétrica por exemplo. Pode-se analisar outros fatores do escoamento como a troca e perda de calor no escoamento.

Como uma continuidade do presente trabalho, sugere-se a abordagem experimental para a sua comparação com os modelos numéricos aqui propostos.

REFERÊNCIAS

- ALPHA-LABORATORY-IMMERSIONS. *Taylor-Couette Flow - LabWiki*. [s.n.], 2018. [Online; accessed 8. Dec. 2018]. Disponível em: <https://www.compadre.org/advlabs/wiki/Taylor-Couette_Flow>. Citado na página 27.
- CENGEL, Y. A. et al. *Mecânica dos Fluidos: Fundamentos e Aplicações*. AMGH, 2015. ISBN 978-858055490-8. Disponível em: <<https://www.amazon.com.br/Mec%C3%A2nica-dos-Fluidos-Fundamentos-Aplica%C3%A7%C3%B5es/dp/858055490X>>. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- DOU, H.-S.; KHOO, B. C.; YEO, K. S. Instability of Taylor–Couette flow between concentric rotating cylinders. *Int. J. Therm. Sci.*, Elsevier Masson, v. 47, n. 11, p. 1422–1435, Nov 2008. ISSN 1290-0729. Citado na página 32.
- FÉNOT, M. et al. A review of heat transfer between concentric rotating cylinders with or without axial flow. *Int. J. Therm. Sci.*, Elsevier Masson, v. 50, n. 7, p. 1138–1155, Jul 2011. ISSN 1290-0729. Citado 3 vezes nas páginas 28, 29 e 37.
- HOSAIN, M. L.; FDHILA, R. B. Air-Gap Heat Transfer in Rotating Electrical Machines: A Parametric Study. *Energy Procedia*, Elsevier, v. 142, p. 4176–4181, Dec 2017. ISSN 1876-6102. Citado na página 37.
- KÁDÁR, R.; BALAN, C. Transient dynamics of the wavy regime in Taylor–Couette geometry. *Eur. J. Mech. B. Fluids*, Elsevier Masson, v. 31, p. 158–167, Jan 2012. ISSN 0997-7546. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 37.
- KESSLER, M. *Escoamento Turbulento - ESSS*. [s.n.], 2016. [Online; accessed 8. Dec. 2018]. Disponível em: <<https://www.esss.co/blog/escoamento-turbulento>>. Citado na página 31.
- MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. Rio de Janeiro: Livros Tecnicos e Científicos, 2004. OCLC: 58559386. ISBN 978-85-216-1396-1. Citado na página 55.
- RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; WALKER, J. *Fundamentos De Física - Volume 1 - Mecânica*. LTC, 2012. ISBN 9788521630357. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=KG9PvgAACAAJ>>. Citado na página 31.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Nachdr. Harlow: Pearson/Prentice Hall, 2005. OCLC: 255001925. ISBN 978-0-582-21884-0. Citado 17 vezes nas páginas 32, 33, 40, 42, 43, 44, 46, 48, 50, 51, 52, 54, 55, 57, 58, 59 e 61.
- VIAZZO, S.; PONCET, S. Numerical simulation of the flow stability in a high aspect ratio Taylor–Couette system submitted to a radial temperature gradient. *Comput. Fluids*, Pergamon, v. 101, p. 15–26, Sep 2014. ISSN 0045-7930. Citado na página 37.

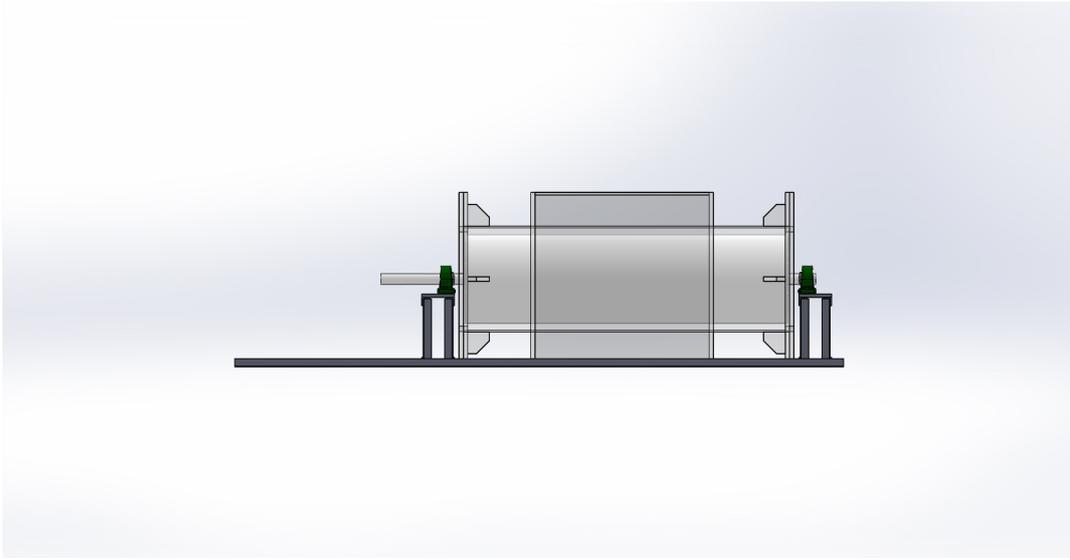
WILCOX, D. C. *Turbulence Modeling for CFD (Third Edition)*. D C W Industries, 2006. ISBN 978-192872908-2. Disponível em: <<https://www.amazon.com/Turbulence-Modeling-Third-David-Wilcox/dp/1928729088>>. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 63.

Apêndices

APÊNDICE A - MAQUETE

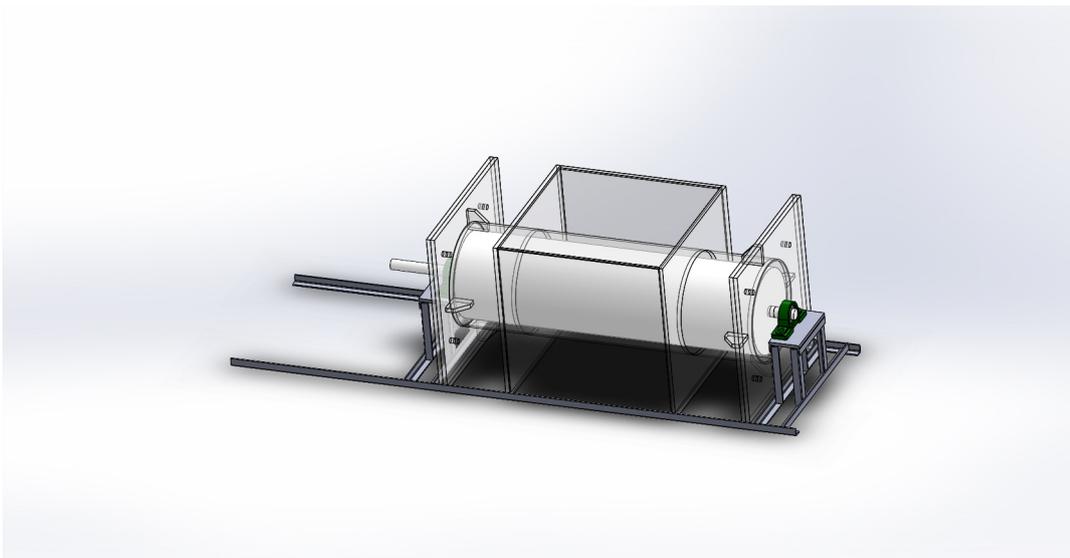
O projeto experimento em desenvolvimento é mostrado na Figura 41 e 42.

Figura 41 – Desenho do experimento de Taylor-Couette



Fonte - Produzida pelo autor

Figura 42 – Desenho do experimento de Taylor-Couette



Fonte - Produzida pelo autor

O projeto é composto por um tubo de acrílico de 750 mm de comprimento e 250

mm de diâmetro, dentro dele tem-se um tubo de PVC que serve de rotor, acoplado a um eixo de 20 mm de diâmetro para conduzir o movimento. Fora desse tubo há uma caixa de visualização, essa caixa tem dimensão de 400 mm x 400 mm, ela serve para cancelar o efeito da curvatura do tubo de acrílico, melhorando a visualização. Para o motor.

Nas extremidades tem-se duas placas de acrílico, uma que serve como vedação das laterais junto com um o-ring, e outra que veda o eixo com um retentor, a chapa tem uma fixação extra com mãos francesas.

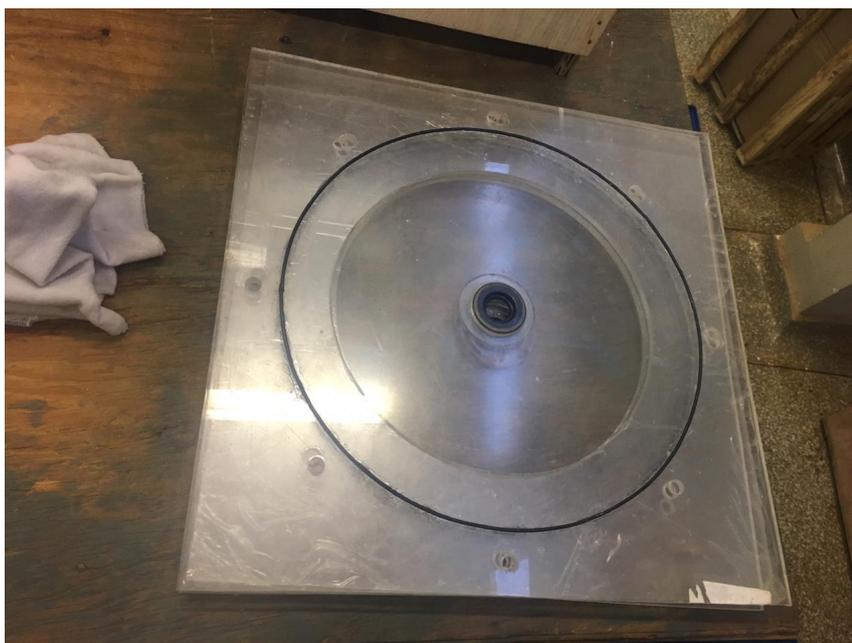
A base estrutural é feita de cantoneiras de aço, foi feito esse suporte para acomodar a caixa de visualização, os mancais que transmitirão o movimento e o motor. O motor utilizado será de 3 cv, será usado também um inversor de frequência para controlar a rotação do motor. O motor será colocado em uma base feita de concreto para o controle de vibração, essa base possui um ajuste de altura, para o ajuste com os mancais.

O tubo usado foi comprado e cortado para o tamanho do projeto. As outras partes de acrílico foram retiradas de uma chapa, o corte da chapa de acrílico foi feito usando uma Serra Tico Tico, os cortes mais complexos como o circular e os da mãos francesas foram feitos no laser.

A colagem foi feita no acrílico utilizando cola para acrílico, e um reforço foi feito com silicone. Os maiores desafios são a colagem e a vedação.

As fotos do projeto em andamento são mostradas nas Figuras 43, 44, 45 e 46.

Figura 43 – Experimento de Taylor-Couette



Fonte - Produzida pelo autor

Figura 44 – Experimento de Taylor-Couette



Fonte - Produzida pelo autor

Figura 45 – Experimento de Taylor-Couette



Fonte - Produzida pelo autor

Figura 46 – Experimento de Taylor-Couette



Fonte - Produzida pelo autor

Para a conclusão do projeto, falta a colagem de algumas partes, uma melhora na vedação do o-ring, e que o concreto utilizado na base do motor.