



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Faculdade de Engenharia
Engenharia Civil - FAEN

LUIGI KEITI INAGAKI SATO

Análise comparativa do comportamento dinâmico de uma viga de concreto e uma viga compósita de epóxi e fibra de cana-de-açúcar

Dourados - MS

2021

LUIGI KEITI INAGAKI SATO

Análise comparativa do comportamento dinâmico de uma viga de concreto e uma viga compósita de epóxi e fibra de cana-de-açúcar

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora da Universidade Federal da Grande Dourados, como pré-requisito para obtenção de título de Bacharel em Engenharia Civil, sob orientação da Prof^a Dr. Maria Aparecida Garcia Tommaselli Chuba Machado com área de concentração 3.01.00.00-3 – Engenharia Civil.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS

ANEXO H – ATA DE DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Às 16:32 horas do dia 23 de novembro de 2021, realizou-se em ambiente virtual: meet.google.com/cpa-doqi-wtw a defesa pública do Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Civil, intitulado **Análise Comparativa do Comportamento Dinâmico de uma Viga de Concreto e uma Viga Compósita de Epóxi e Fibra de Cana-de-Açúcar** de autoria do(a) discente Luigi Keiti Inagaki Sato, como requisito para a aprovação no componente curricular Trabalho de Conclusão de Curso II.

Após a defesa e posterior arguição, a banca examinadora concluiu que o Trabalho apresentado deve ser:

- (x) Aprovado
() Reprovado

O(A) discente(a) declara ciência de que a sua aprovação está condicionada à entrega da versão final (encadernada, corrigida e assinada) do Trabalho de Conclusão de Curso, nos termos em que especifica o regulamento do componente curricular, em anexo ao Projeto Pedagógico do Curso de Engenharia Civil da UFGD. O(A) orientador(a) se responsabilizará pela verificação e aprovação das correções do manuscrito feitas pelo(a) discente(a) para a elaboração da versão final.

OBSERVAÇÕES ADICIONAIS

DISCENTE

Nome: Luigi Keiti Inagaki Sato

Assinatura: 

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Maria A. G. Tommaselli Chuba Machado Assinatura: _____



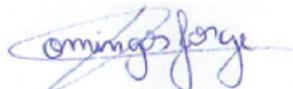
Membro: André Felipe Aparecido de Mello

Assinatura: _____

André Felipe Mello

Membro: Domingos Jorge Ferreira da Silva

Assinatura: _____



ANÁLISE COMPARATIVA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA VIGA DE CONCRETO E UMA VIGA COMPÓSITA DE EPÓXI E FIBRA DE CANA-DE-AÇÚCAR

Luigi Keiti Inagaki Sato¹; Maria A. Tomaselli Chuba Machado²
luiginagaki@gmail.com¹; mariachado@ufgd.edu.br²

RESUMO

Os materiais compósitos conquistaram relevância tecnológica para aplicações diversas na sociedade contemporânea devido suas propriedades de alta rigidez em relação ao baixo peso associado. Essa combinação de materiais é necessária para alcançar propriedades que não são encontradas em materiais convencionais. Sendo assim, foi desenvolvido um algoritmo em MATLAB, considerando duas vigas simples de perfil retangular, uma confeccionada com resina epóxi (matriz) e fibra de cana-de-açúcar (fase dispersa) e outra confeccionada com concreto convencional da classe C40; ambas submetidas a uma força senoidal. Empregando Método dos Elementos Finitos, foi possível determinar duas condições de contorno para as vigas de cada material, uma sendo engaste-livre e outra engaste-apoio. A partir dos resultados obtidos numericamente, buscou-se caracterizar o comportamento dinâmico de cada material para ambas situações de contorno e comparar os dois materiais para a situação de contorno engaste-livre. Concluiu-se que, dinamicamente a viga resina epóxi - fibra da cana-de-açúcar não se provou melhor que o material convencional (Concreto C40) já usado para a confecção de vigas estruturais, tendo menor estabilidade com frequências naturais de valores menores.

Palavras-chave: Materiais compósitos. Resina epóxi. Fibra de cana-de-açúcar. Vigas. Método dos Elementos Finitos.

ABSTRACT

Composite materials have gained technological relevance for diverse applications in contemporary society due to their properties of high rigidity in relation to the associated low weight. This combination of materials is necessary to achieve properties that are not found in conventional materials. Therefore, an algorithm was developed in MATLAB, considering two simple rectangular profile beams, one made with epoxy resin (matrix) and sugarcane fiber (dispersed phase) and the other made with conventional concrete of class C40; both subjected to a sinusoidal force. Using the Finite Element Method, it was possible to determine two boundary conditions for the beams of each material, one being free-crimping and the other supporting-crimping. From the results obtained numerically, we sought to characterize the dynamic behavior of each material for both boundary situations and compare the two materials for the free-crimp boundary situation. It was concluded that, dynamically, the epoxy resin - sugarcane fiber beam did not prove better than the conventional material (Concrete C40) already used for the manufacture of structural beams, having less stability with lower natural frequencies.

Keywords: Composite materials; Epoxy resin; Sugarcane fiber; Beams; Finite Element Method.

1 INTRODUÇÃO

Os conceitos de desenvolvimento sustentável advindos da conscientização da sociedade, propõem o desenvolvimento de materiais ecológicos capazes de satisfazer questões quanto a preservação de recursos não renováveis e a manutenção do meio ambiente (Albuquerque Neto; Araújo, 2007).

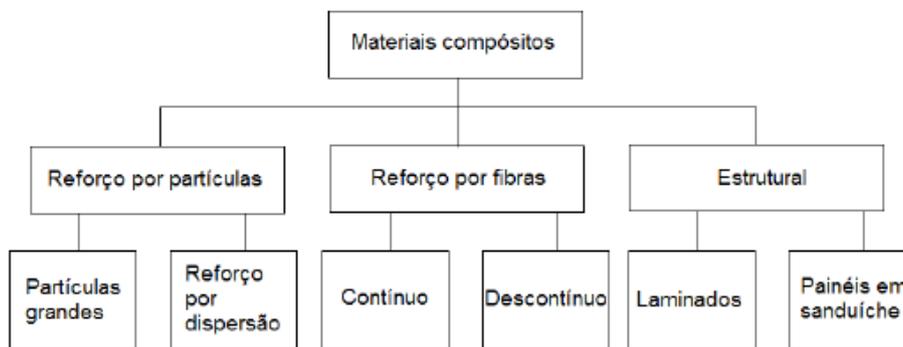
Segundo Hahn (1994), estamos em uma nova era de materiais, em toda sociedade a qualidade de vida e segurança econômica e militar estão melhores devido às habilidades de sintetizar e processar materiais capazes de atender a humanidade em quesito econômico e ecológico, sem esses novos materiais todos equipamentos modernos, como máquinas, computadores, veículos de transporte, aparelhos de comunicação e produtos estruturais não existiriam.

Neste cenário participam os materiais compósitos que são combinações de materiais que produzem entre si propriedades sinérgicas e diferentes daquelas encontradas em seus componentes individuais (ZARBIN, 2007), ou ainda, aqueles oriundos da combinação de propriedades proporcionalmente às fases que o compõem (CALLISTER, 2002). As vantagens de utilização dos materiais compósitos fazem com que eles sejam utilizados em vários setores da construção civil, automobilismo, aeronáutico e naval, vantagens essas são: baixo peso com alta resistência e rigidez, boa trabalhabilidade quanto a moldagem e chances de redução de custos (TITA, 1999).

Os materiais compósitos são formados por dois ou mais materiais, cada material é chamado de fase de composição. A escolha das fases que constituirão o compósito deve ser criteriosa, buscando a melhor performance das propriedades dos materiais. As classificações destes materiais fase podem ser de dois tipos: reforçante (fase dispersa) que tem papel de resistir aos carregamentos aplicados e aglomerante (fase contínua ou matriz) que atua mantendo a união e transmitindo os esforços para o reforçante (TITA, 1999).

Já as classificações dos materiais compósitos, Callister (2002) descreve que podem ser de três divisões principais com subdivisões: compósitos reforçados com partículas, compósitos reforçados com fibras e compósitos estruturais conforme exposto na Figura 1.

Figura 1: Cadeia de divisões dos materiais compósitos



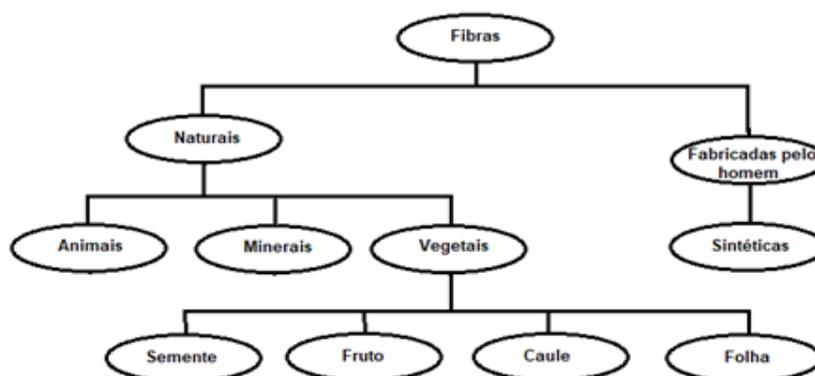
Fonte: Callister (2002)

Embora geralmente os compósitos com reforço por partículas serem menos custosos, eles costumam ser menos resistentes que compósitos reforçados por fibras (CAMPBELL, 2010) e, portanto, os que demonstram maior importância tecnológica relacionando também resistência com baixo peso associado são aqueles cuja fase dispersa é formada por fibras (CALLISTER, 2002).

A caracterização de uma fibra pode ser feita como uma estrutura filamentosa, apresentando um comprimento muito maior que seu diâmetro e a orientação traz interferência na propriedade do material (CAMPBELL, 2010).

As fibras podem ser classificadas em dois grupos com subdivisões em cada um dos grupos. O primeiro grande grupo são as fibras naturais, que são obtidas da natureza e o segundo é composto pelas fibras fabricadas pelo homem. A Figura 2 ilustra o esquema com a classificação das fibras (AZWA et al, 2013).

Figura 2: Esquema classificatório das fibras.



Fonte: Adaptado de Azwa et al (2013)

O interesse atual em fabricar compósitos reforçados com fibras naturais se deve, entre outros fatores, a preocupação com a conservação ambiental e utilização de materiais renováveis (SATYANARAYANA et al, 2007).

O interesse na fibra da cana-de-açúcar, por sua vez, se deve ao fator de que historicamente a cana-de-açúcar é o principal tipo de biomassa energética do Brasil sendo base para todo agronegócio sucroalcooleiro. Produzido em grandes escalas, o bagaço da cana-de-açúcar é composto por celulose (principal componente), hemicelulose e lignina. A celulose, por sua vez, é uma estrutura fibrilar de módulo de elasticidade relativamente elevado (LUZ et al, 2006). Teoricamente, uma ótima opção para uso como reforço em material compósito.

A fase matriz de materiais compósitos com fibras pode ser elaborada a partir de metais, polímeros ou cerâmicas. De acordo com Callister (2002), as matrizes de compósitos fibrosos exercem papel de distribuição à solicitação externa entre as fibras por ter maior módulo de elasticidade e ductilidade que a fase fibrosa, como também, separar uma fibra da outra para evitar a propagação de trincas entre elas e protege-las contra efeitos de abrasão mecânica.

A resina epóxi é bastante manipulada quimicamente sendo possível atingir uma grande variabilidade de propriedades físicas e mecânicas (HULL; CLYNE, 1996). Muito utilizada pelo fato de ser superior em vários aspectos incluindo também o custo mais baixo comparada com as outras resinas termoendurecíveis.

Normalmente materiais compósitos são mais caros, sendo desejável que compósitos em aplicações tenham alto desempenho mecânico tanto em rigidez, resistência mecânica e capacidade de amortecer vibrações. Um exemplo clássico é o concreto armado. Além dessas propriedades, um material usado em estruturas pode necessitar de outras, como a baixa densidade, resistência à corrosão, somado a exposição em ambiente agressivo entre outras (CHUNG, 2009).

As propriedades elásticas, como coeficiente de Poisson, módulo de cisalhamento e módulo de elasticidade são muito importantes quando do dimensionamento de estruturas. Para determinar essas propriedades dos materiais compósitos, a Regra das Misturas de Vinson e Sierakowski (1996) se mostra muito eficiente conforme Tita (1999).

1.1 CONCEITOS RELEVANTES

Segundo Hull & Clyne (1996) em materiais compósitos reforçados com fibras, as propriedades elásticas entre dois materiais da mesma composição ainda podem ser distintas, pois a distribuição das fibras, e suas orientações em cada camada também as afetam. Então a Teoria Clássica de Laminados considera algumas hipóteses para tornar os resultados mais próximos dos reais, sendo elas:

1. Material ortotrópico (material dependente da direção em que é analisado);
2. Homogeneidade na composição do material;
3. Perfeita adesão entre as lâminas;
4. Estado plano de tensão em cada lâmina (vetor de tensão normal ao plano principal é nulo);
5. Orientação de cada lâmina relativa a outra subsequente influencia nas propriedades finais.

A Equação 1 foi desenvolvida por Hahn (1980), com fins de determinar as propriedades elásticas finais dos materiais compósitos.

$$P = \frac{(P_f * V_f + \eta * P_m * V_m)}{(V_f + \eta * V_m)} \quad (1)$$

Onde:

P é a constante elástica final do compósito;

P_f , P_m são parâmetros ligados aos materiais fase: fibra e matriz;

η é fator dependente da propriedade elástica a ser determinada;

V_f e V_m frações volumétricas de fibra e matriz, respectivamente;

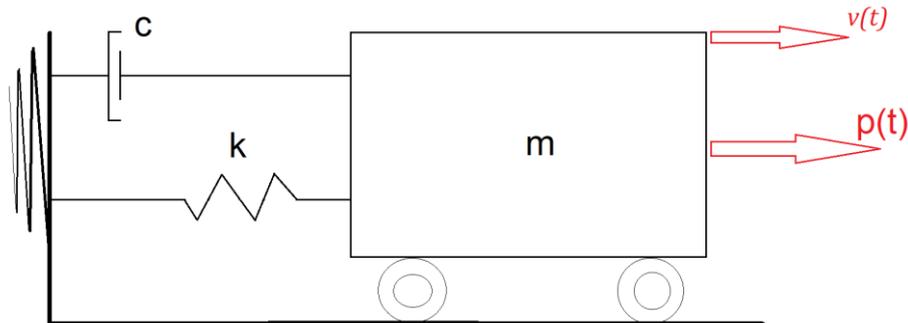
As vibrações em que componentes de projeto estão submetidas devem ser consideradas. Balachandran e Magrab (2009) citam invenções da humanidade que recebem ou produzem vibrações, como turbinas e bombas, construções civis e eventos naturais como terremotos.

Massa, rigidez e perda energética (amortecimento) são as propriedades presentes em todos sistemas estruturais lineares, podendo também estarem sujeitos a uma excitação

ou carga dinâmica. Para exemplificar, considera-se o sistema mais utilizado e com menor grau de complexidade: sistema massa-mola amortecedor (Figura 3).

A Figura 3 considera c é o coeficiente de amortecimento, k é o coeficiente de elasticidade, m é a massa do corpo, $v(t)$ é o deslocamento do corpo em função do tempo e $p(t)$ é a força externa em função do tempo.

Figura 3: Sistema massa-mola amortecedor simples



Fonte: Autor (2021)

Utilizando o princípio de d'Alembert (1743), a Equação 2 expressa o equilíbrio de todas as forças agindo na massa da Figura 3.

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = p(t) \quad (2)$$

Sendo,

$\dot{v}(t)$ a velocidade do corpo em função do tempo;

$\ddot{v}(t)$ a aceleração do corpo em função do tempo.

Outro ponto relevante no estudo é o grau de liberdade (GDL) de estruturas ou componentes, embora normalmente sistemas apresentem mais de um GDL, sistemas descritos em um único grau geram resultados com suficiente aproximação.

Portanto, pode-se reduzir para um único utilizando uma aproximação bastante precisa, entende-se, então, a importância de utilizar a melhor forma de aproximação possível em sistemas como vigas de prédios que apresentam riscos se mal projetados (CLOUGH; PENZIEN, 1975).

A Equação 3 é equivalente a um sistema de viga de somente um GDL, e pode ser representada pelo equilíbrio de quatro forças na forma de vetores e matrizes.

$$\{f_I\} + \{f_A\} + \{f_E\} = \{p(t)\} \quad (3)$$

Onde:

$p(t)$ é um carregamento externo;

f_I força inercial;

f_A força de amortecimento;

f_E força elástica.

Quando tratamos de um sistema com mais de um GDL, outros pontos devem ser considerados. Um sistema com N graus de liberdade gera matrizes de massa (m), amortecimento (c) e rigidez (k) de dimensões $n \times n$. Assim, para cada GDL, pode-se organizar na forma matricial as Equações 4a, 4b e 4c, respectivamente, do movimento das forças de amortecimento $\{f_A\}$, elásticas $\{f_E\}$ e inerciais $\{f_I\}$.

$$\{f_E\} = k \{v(t)\} \quad (4a)$$

$$\{f_A\} = c \{\dot{v}(t)\} \quad (4b)$$

$$\{f_I\} = m \{\ddot{v}(t)\} \quad (4c)$$

Forma-se então um modelo matemático (Equação 5) de um sistema com N graus de liberdade excitado com uma força senoidal fazendo com que tenha comportamento harmônico:

$$m \{\ddot{v}(t)\} + c \{\dot{v}(t)\} + k \{v(t)\} = \{p_0 \text{sen} \bar{\omega} t\} \quad (5)$$

Onde $\bar{\omega}$ é o ângulo de aplicação da força.

Considerando estes conceitos dos materiais e propriedades para o entendimento deste trabalho, ainda existem alguns obstáculos que dificultam a utilização de materiais compósitos, sobre tudo a confiança, considerando a grande responsabilidade atrelada aos projetos. Assim, mantém-se um foco nos estudos de compósitos que possam vir a substituir os materiais convencionais, trazendo o presente trabalho o objetivo de comparar propriedades dinâmicas e modais (frequência natural, modos de vibrar e resposta) via simulação pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) do comportamento de viga de Concreto da classe de resistência C40 e viga elaborada com Compósito de resina epóxi - fibra de cana-de-açúcar (RF)

2 METODOLOGIA

A pesquisa realizada foi de natureza numérica, e elaborada da seguinte forma:

Foram realizadas simulações considerando uma viga de Compósito de resina epóxi - fibra de cana-de-açúcar (RF) e outra de Concreto da classe de resistência C40 (C40)). Material muito difundido, e portanto, tem suas características já conhecidas, sendo utilizado neste trabalho para fins comparativos como um material bem sucedido na aplicação. Uma força senoidal foi introduzida no sistema acarreado dados que possibilitaram fazer análise de frequência natural, análise de Diagrama de Bode e comparativo entre os dois materiais e verificando a viabilidade do novo material.

As análises numéricas via Método dos Elementos Finitos foram realizadas com software MATLAB R2015b (Mathworks Inc., Natick, Massachusetts, EUA) para realizar a simulação do comportamento dos compósitos como elemento de viga.

Primeiramente foi aplicada a Regra das Misturas (VINSON; SIERAKOWSKI, 1996), realizando o cálculo das propriedades físicas mesclando a Resina Epóxi (matriz) com a Fibra da cana-de-açúcar. considerou-se componentes ideais (ortotropicamente no sentido com maior resistência mecânica, homogêneos, perfeita adesão e estado plano de tensão nas lâminas quando o vetor normal ao plano principal é nulo).

A Tabela 1 contém as propriedades mecânicas necessárias como, módulo de elasticidade (E), coeficiente de poisson (ν) e densidade (ρ) de cada fase que foram aplicadas na Regra das Misturas e do material compósito com Matriz de Resina Epóxi e Reforço de Fibra da cana-de-açúcar (RF). Observa-se que os materiais possuem densidade relativamente baixa.

As frações volumétricas utilizadas para formar o compósito RF, foram de matriz V_m de 0,4 e de fibra V_f de 0,6 teor baseado no trabalho de Tita (1999) o qual fez uso do mesmo tipo de matriz, porém utilizou fibras de vidro.

Tabela 1: Propriedades das fases utilizadas

<i>Propriedades</i>	<i>Resina Epóxi</i>	<i>Fibra da cana-de-açúcar</i>	<i>RF</i>
E (GPa)	4,5	3,6	3,96
ν	0,4	0,3	0,34
ρ (g/cm ³)	1,2	1,36	1,29

Fonte: Adaptado de Chung (2009); Motta et al (2007)

As representações numéricas das propriedades do concreto para a realização dos cálculos estão mostradas na Tabela 3 e foram retiradas da NBR ABNT 6118/2014 (Projeto de estruturas de concreto – Procedimento). Para fins de cálculos para estudo o concreto (C40) tem resistência a compressão de 40 MPa e é utilizado em elementos estruturais.

Tabela 3: Propriedades do concreto C40

<i>Propriedades</i>	<i>C40</i>
E (GPa)	35
ν	0,2
ρ (g/cm ³)	2,4

Fonte: adaptado da NBR 6118/2014.

A segunda etapa do trabalho adotou-se como elemento estrutural uma viga simples de perfil retangular com 10 metros de comprimento, 20 centímetros de altura e 10 centímetros de largura (Figura 4), disposta em um plano cartesiano x, y e z.

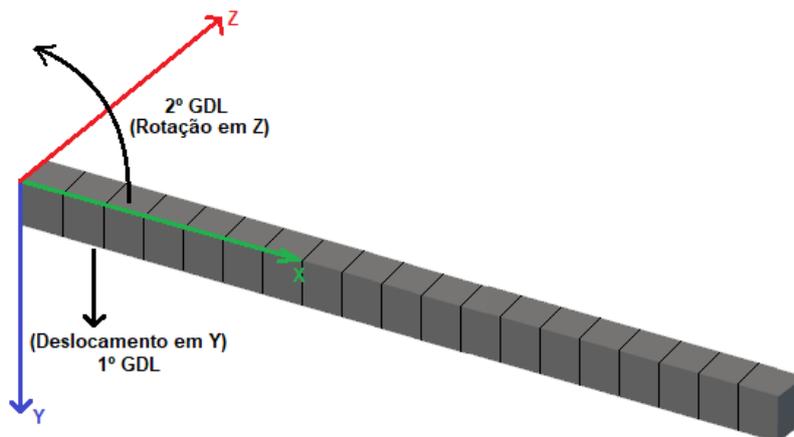
Figura 4: Viga simples idealizada



Fonte: Autor (2021)

Arbitrariamente foram posicionados 20 nós igualmente espaçados e distribuídos pelo comprimento da viga, formando 19 elementos iguais. Como se tratava de uma viga retangular e horizontal, os nós ficaram dispostos no eixo x, não necessitando de matrizes de transformação de coordenadas para elaboração das matrizes de massa e rigidez. Segundo Bhavikatti (2005), a deformação axial destas vigas é relativamente insignificante e portanto, os elementos estavam submetidos a apenas 2 GDL (mostrados na Figura 5), a estrutura estudada possuía um total de 40 graus de liberdade.

Figura 5: Representação dos GDL sobre a viga e elementos formados



Fonte: Autor (2021)

Na simulação realizada empregando o software MATLAB, a força de excitação aplicada sobre a viga foi adotada com valor de 5000 N em um período de amostragem de 5 segundos e um total de 4096 pontos coletados, sendo calculado também uma Função de Resposta com Frequência de 819,2 Hz. O grau de liberdade de entrada *i* (força senoidal) foi considerado sempre o primeiro grau após a restrição, assim como a saída *j*. Na situação de Engaste-Livre, a saída *k* foi escolhida como o último grau de liberdade perpendicular à estrutura, enquanto no caso do Engaste-Apoio, a saída *k* foi o último grau perpendicular antes da restrição de apoio, como ilustrado na Figura 6.

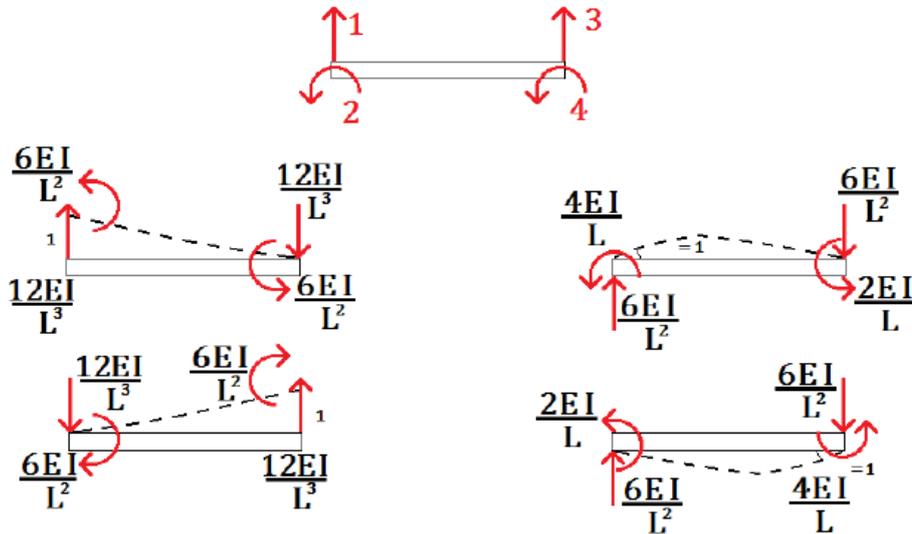
Figura 6: Graus de liberdade adquiridos: (a) Engaste-Livre (b) Engaste-Apoio



Fonte: Autor (2021)

Como a estrutura escolhida para o trabalho foi uma viga reta, foi então necessário determinar as matrizes de rigidez e massa que foram utilizadas para descrever o sistema fisicamente. O elemento e as coordenadas dos deslocamentos são mostrados na Figura 7.

Figura 7: Elemento de Viga



Fonte: Bhavikatti (2005)

Pôde-se então escrever a definição da matriz de rigidez **k** do elemento de viga na Equação 8.

$$k = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Sendo, “E” o módulo de elasticidade, “I” o momento de inércia e “L” o comprimento do elemento.

Tratando-se da matriz de massa, conforme Alves (2005) através do Princípio dos Trabalhos Virtuais, obtivemos:(Equação 7).

$$m = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Sendo, “ρ” densidade do material e “A” área da seção transversal.

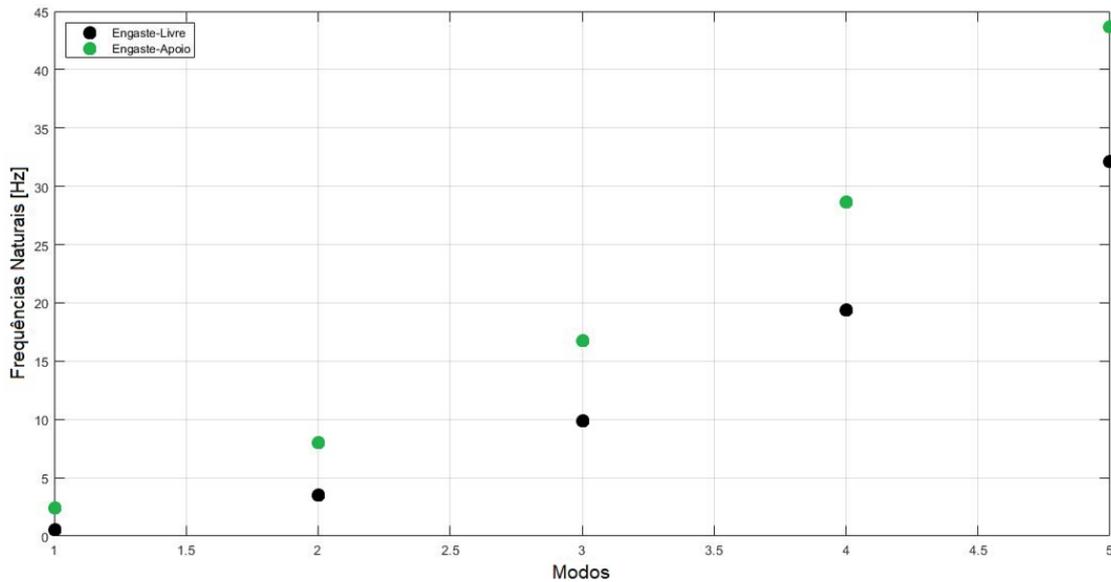
Assim, foram obtidos todos os parâmetros necessários para as análises modais e extração dos resultados

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 VIGA COMPÓSITA RESINA EPÓXI – FIBRA DE CANA-DE-AÇÚCAR

A Figura 7 mostra o gráfico que representa o comportamento das 5 primeiras frequências naturais em função dos modos de vibrar e da faixa de frequência que varia de 0 a 50 Hz. Observa-se que as frequências naturais nas condições de Engaste-Livre são sempre menores que nas condições de Engaste-Apoio e também é possível observar que a diferença entre cada modo tende a aumentar.

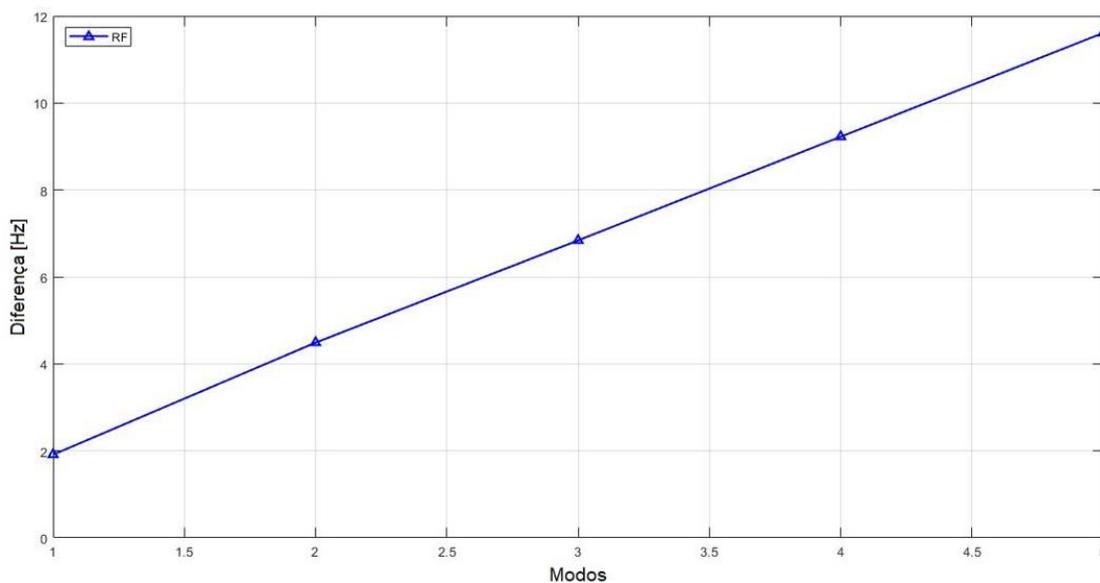
Figura 7: Frequências naturais do compósito RF



Fonte: Autor (2021)

A linha da diferença entre as frequências naturais entre os modos é mostrada na Figura 8 e prova que a diferença tende a aumentar linearmente como dito anteriormente.

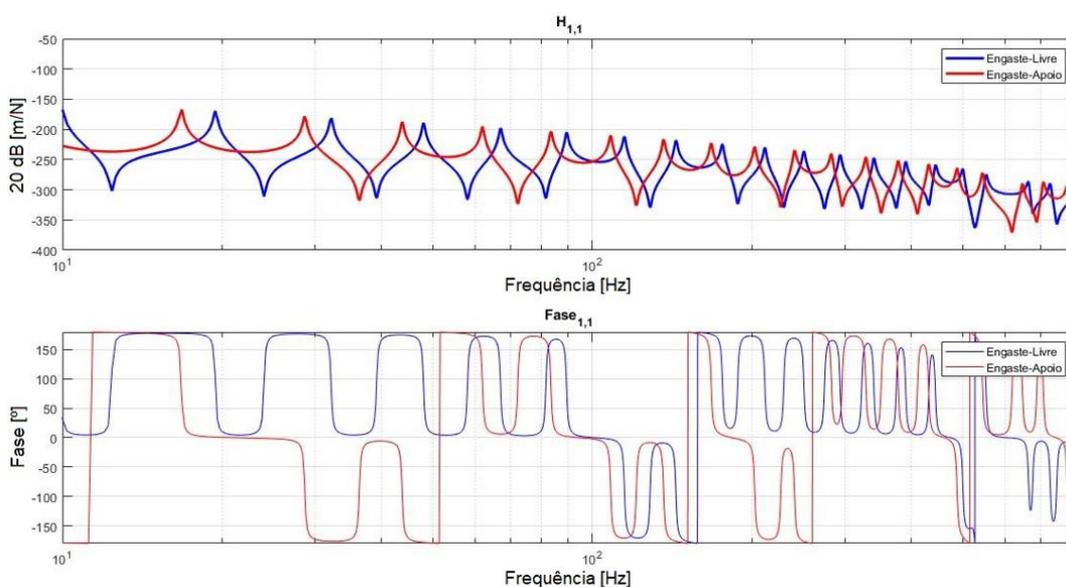
Figura 8: Diferença das frequências naturais entre as duas situações de contorno



Fonte: Autor (2021)

Os resultados relacionados às Funções de Resposta em Frequência (**FRF**) são representados pelas Figuras 9 e 10, sendo a primeira mostrando **FRF** $H_{1,1}$ (entrada no primeiro GDL e saída no primeiro) e a segunda mostrando a **FRF** $H_{19,1}$ (entrada no primeiro GDL e saída no penúltimo), respectivamente. Os gráficos estão expressos no formato de Diagrama de Bode (**FRF** seguida pela Fase).

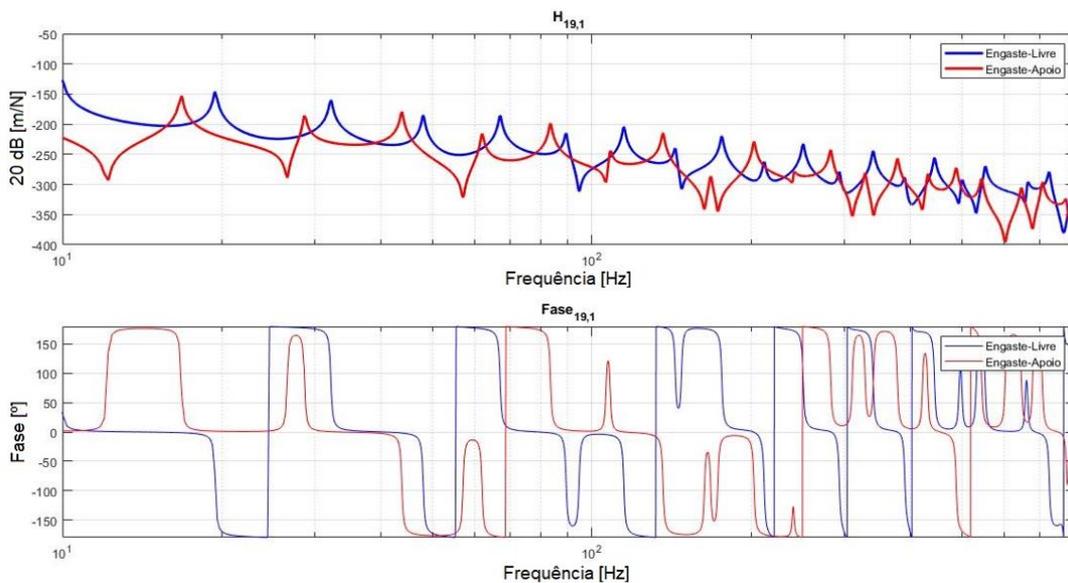
Figura 9: Diagrama de Bode para $H_{1,1}$ (RF)



Fonte: Autor (2021)

Percebe-se no diagrama da Figura 10 que a diferença da amplitude entre as condições de contorno em dB é maior quando comparada com a diferença de amplitude do gráfico da Figura 9. Isso pode ser explicado pelo fato do primeiro grau de liberdade estar próximo ao engaste em ambas as situações, enquanto que no penúltimo grau de liberdade há influência de restrição de movimento para a situação Engaste-Apoio, explicando essa diferença de magnitude.

Figura 10: Diagrama de Bode para $H_{19,1}$ (RF)

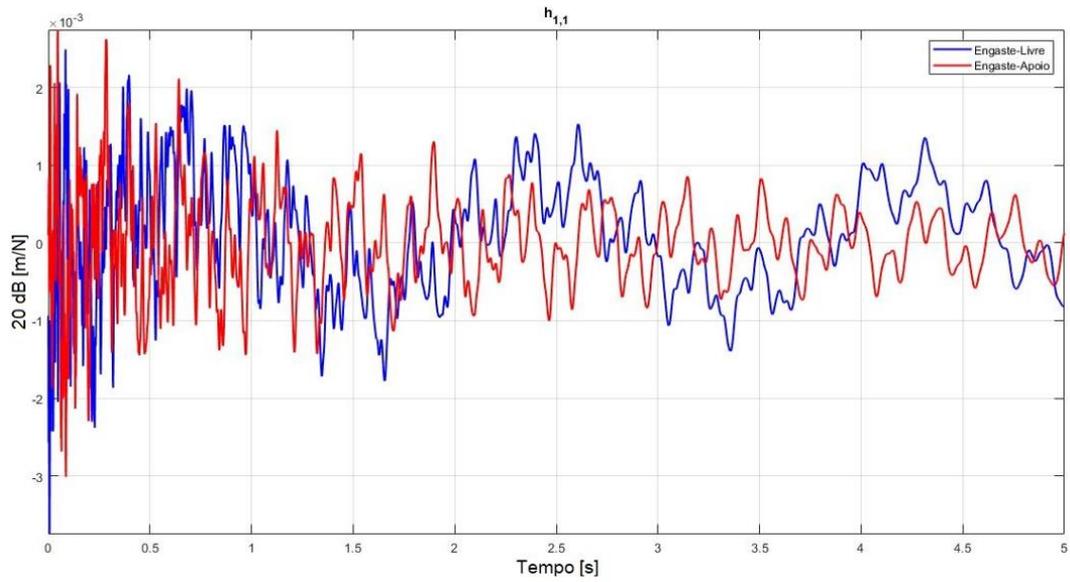


Fonte: Autor (2021)

Aplicando o algoritmo de IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*), do próprio Software, foi possível calcular as respostas ao impulso $h_{1,1}$ (entrada no primeiro GDL e saída no primeiro) e $h_{19,1}$ (entrada no primeiro GDL e saída no penúltimo), expressas nas Figuras 11 e 12, respectivamente.

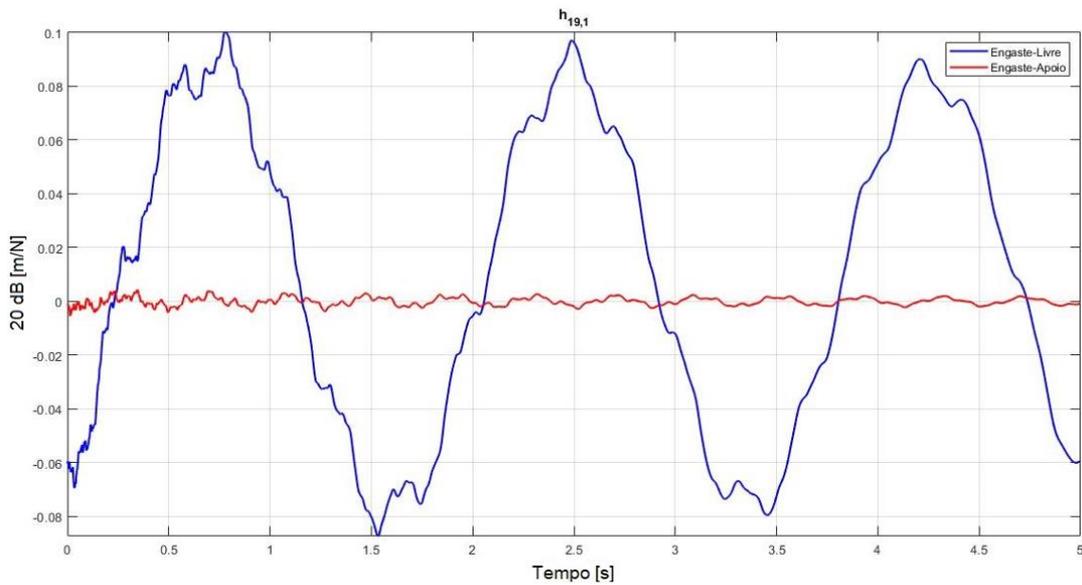
Em $h_{1,1}$ (Figura 11) nota-se que próximo ao engaste as amplitudes são muito pequenas, na ordem de 10^{-3} , sendo a condição de Engaste-Livre maior em magnitude que a condição de Engaste-Apoio. Por mais que a magnitude ainda seja pequena (ordem de 10^{-2}), como mostrado no gráfico da Figura 12, é 10 vezes maior. No gráfico da Figura 12 também se torna evidente a influência do apoio na outra extremidade da viga, mostrando que a resposta ao impulso próxima ao apoio é quase nula e volta rapidamente à condição de equilíbrio.

Figura 11: Resposta ao Impulso para $h_{1,1}$ (RF)



Fonte: Autor (2021)

Figura 12: Resposta ao Impulso para $h_{19,1}$ (RF)



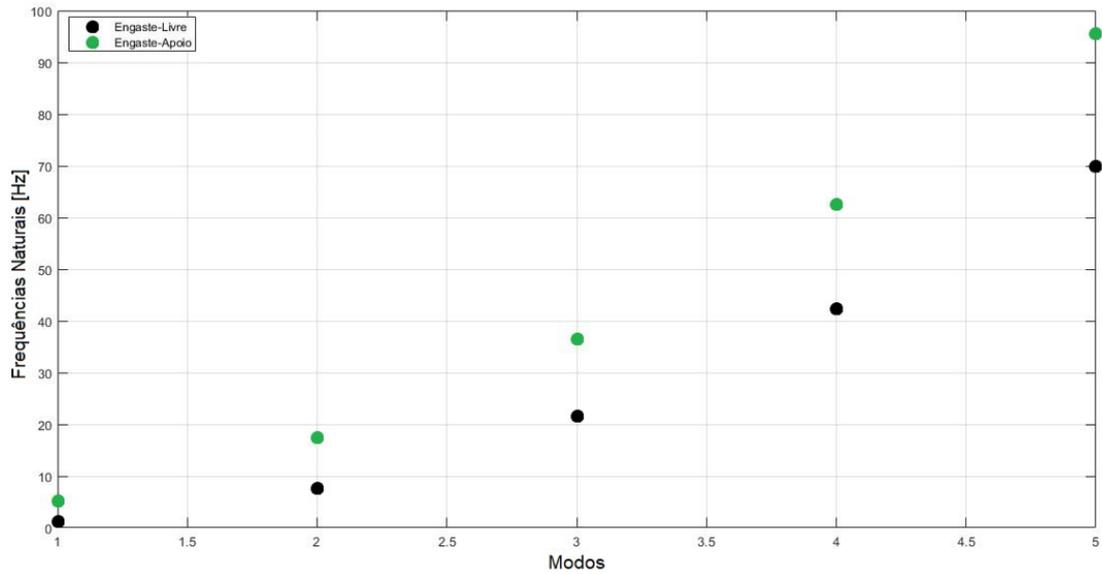
Fonte: Autor (2021)

3.2 VIGA DE CONCRETO C40

A Figura 13 mostra de forma visual a evolução das frequências naturais em relação aos modos e a frequência. Percebe-se, que do mesmo modo em relação ao

compósito RF, as frequências naturais na situação de Engaste-Apoio são sempre maiores do que as da situação Engaste-Livre.

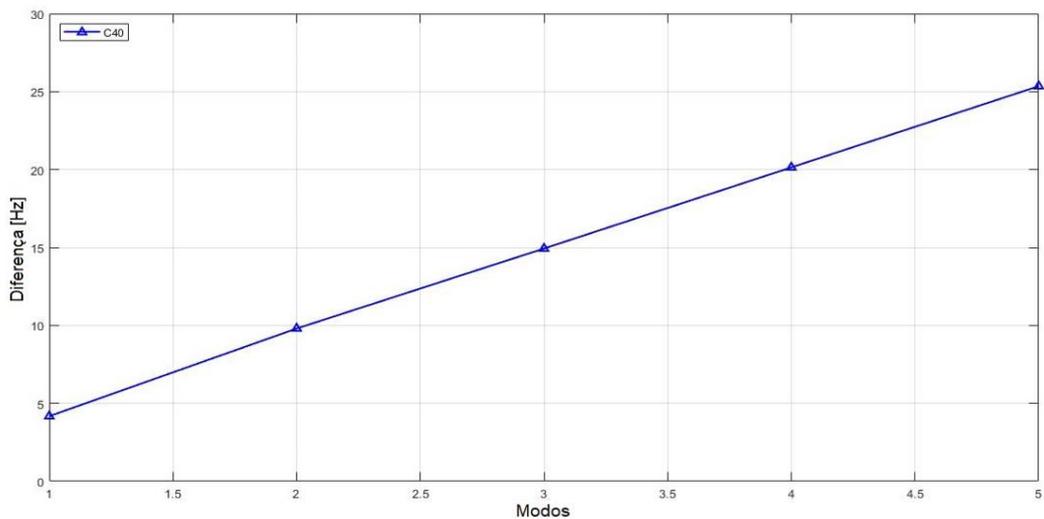
Figura 13: Frequências naturais do C40



Fonte: Autor (2021)

A linha da diferença entre as frequências naturais entre os modos é mostrada na Figura 14. Nota-se que as primeiras cinco frequências naturais do concreto são maiores em relação a RF nas mesmas condições. Isso pode ser explicado devido ao maior Módulo de Elasticidade que o material possui.

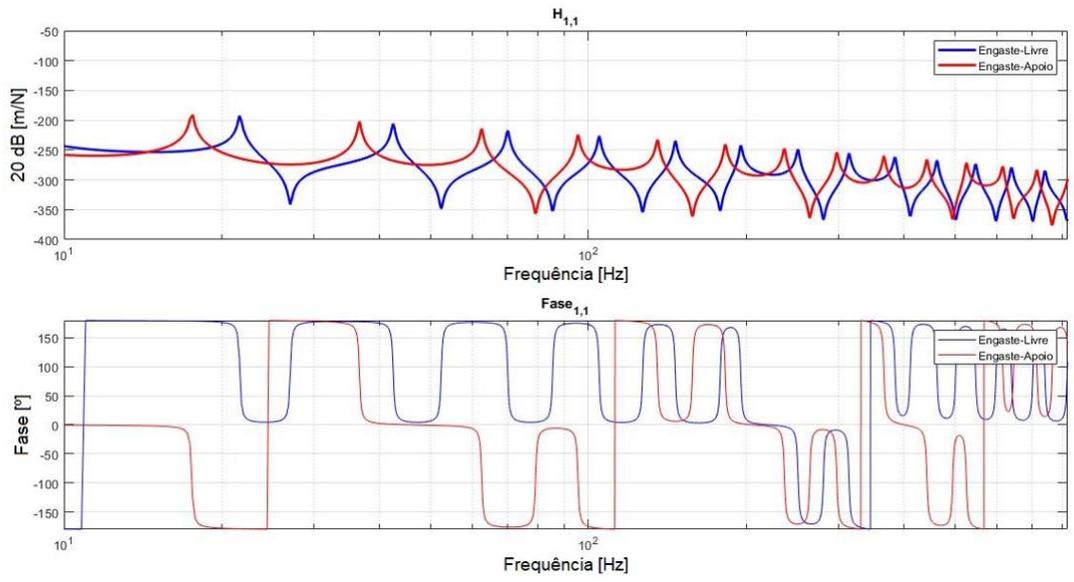
Figura 14: Diferença entre as Frequências Naturais para as duas situações de contorno.



Fonte: Autor (2021)

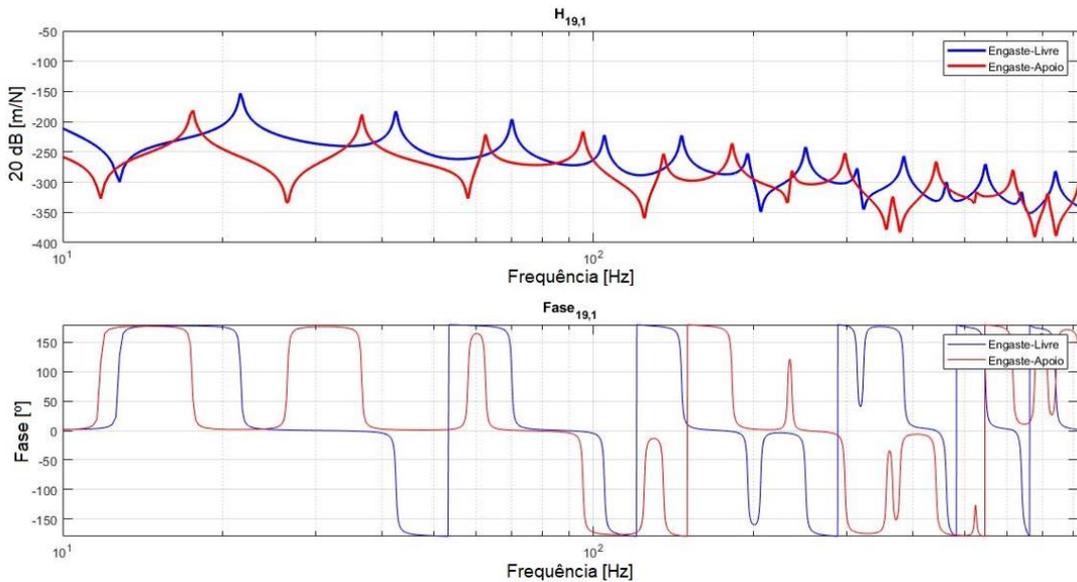
Os resultados relacionados às Funções de Resposta em Frequência são representados pelas Figuras 15 e 16, sendo a primeira mostrando a **FRF** $H_{1,1}$ e a segunda mostrando a **FRF** $H_{19,1}$, assim como as respostas ao impulso $h_{1,1}$ e $h_{19,1}$, expressas nas Figuras 17 e 18 da mesma forma que os resultados exibidos para a RF.

Figura 15: Diagrama de Bode para $H_{1,1}$ (C40)



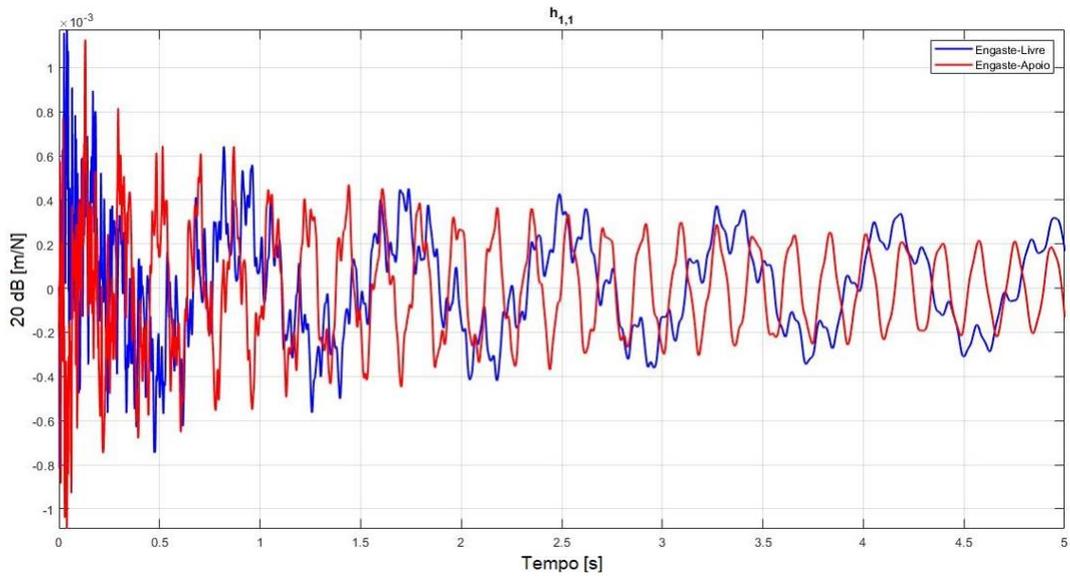
Fonte: Autor (2021)

Figura 16: Diagrama de Bode para $H_{19,1}$ (C40)



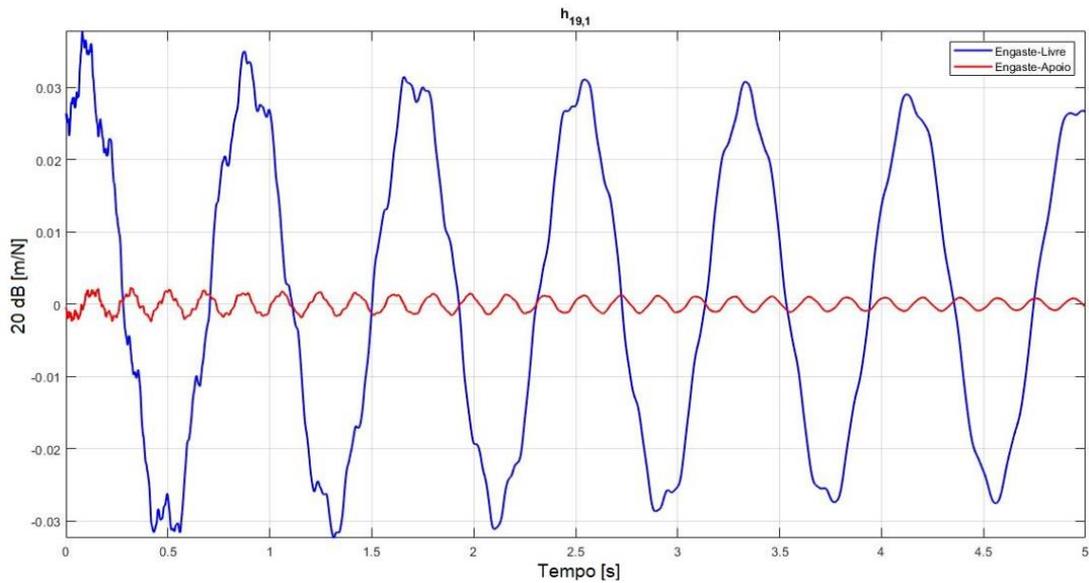
Fonte: Autor (2021)

Figura 17: Resposta ao Impulso para $h_{1,1}$ (Concreto)



Fonte: Autor (2021)

Figura 18: Resposta ao Impulso para $h_{19,1}$ (Concreto)



Fonte: Autor (2021)

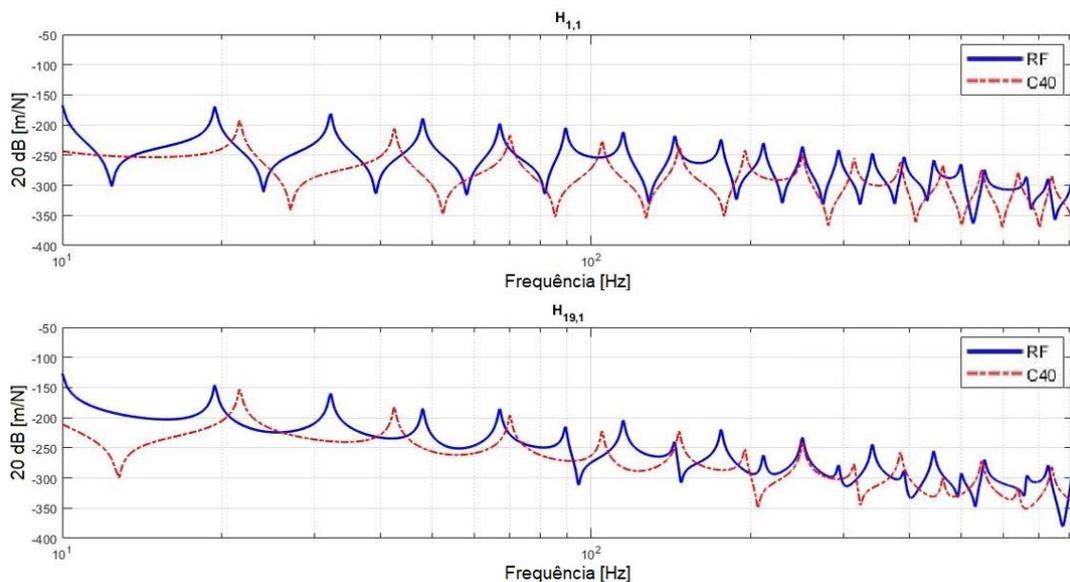
É importante observar que existe a mesma diferença da amplitude entre as condições de contorno em dB entre as Figuras 15 e 16, sendo a segunda de maior diferença de amplitude e a mesma diferença de ordem (10 vezes) entre 17 e 18, e a condição de Engaste-Apoio apresentando sempre os menores valores.

3.3 COMPARAÇÃO ENTRE OS MATERIAIS

Com os resultados obtidos para os dois tipos de materiais, foi possível analisar e comparar, a influência da utilização de cada material. Verificado pelos resultados acima que a condição de contorno Engaste-Livre se mostrou com amplitudes maiores em todos os casos, buscando observar o pior caso de cada material, a condição Engaste-Livre foi adotada para realizar o comparativo entre os materiais. Nas Figuras 19 e 20, é possível visualizar a diferença entre as FRF e resposta ao impulso.

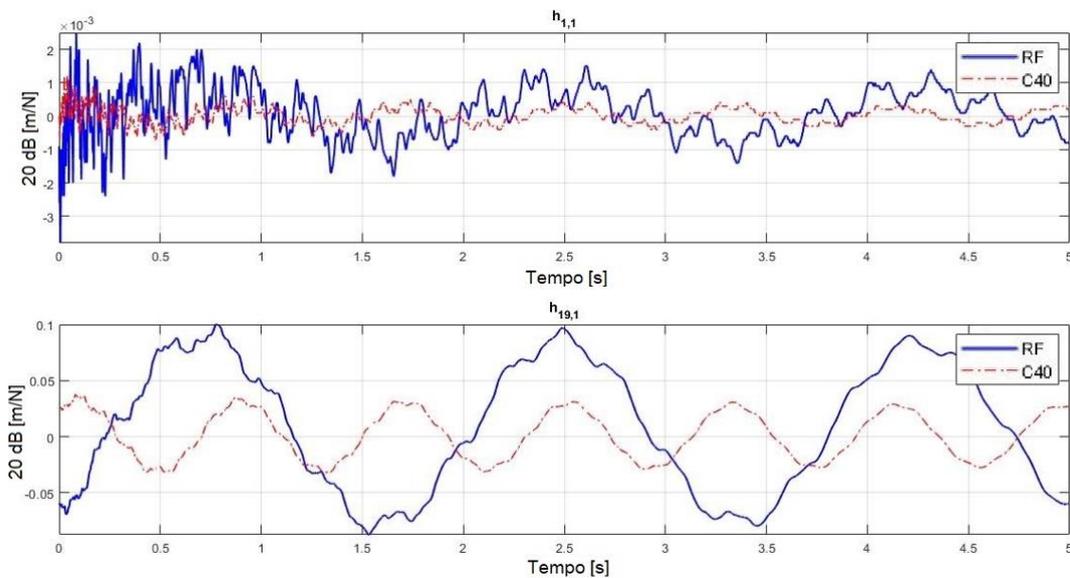
. Pela faixa de frequência analisada, revelam-se 19 picos de ressonância para a RF, enquanto apenas 13 picos para o C40. Além disso, é possível visualizar que para baixas frequências, existem mais picos de ressonância para o Compósito RF e a sua amplitude em dB é levemente maior, enquanto que para maiores frequências essa diferença decai e elas passam a ter mesma amplitude.

Figura 19: Comparação das Funções de Resposta em Frequência $H_{1,1}$ e $H_{19,1}$ entre os materiais estudados



Fonte: Autor (2021)

A diferença em magnitude das respostas ao impulso foi bem visível, como pode ser observado na Figura 20. Essa diferença é maior quando próximo à $h_{1,1}$, e se torna menor perto da extremidade livre. Na primeira situação, a viga composta por concreto mostrou tendência de retorno ao estado de equilíbrio, enquanto na segunda, ambas demonstraram precisar de um tempo excessivamente maior para retornarem ao estado de equilíbrio

Figura 20: Comparação das Respostas ao Impulso $h_{1,1}$ e $h_{19,1}$ entre os materiais

Fonte: Autor (2021)

A Tabela 6 demonstra o cálculo comparativo entre os maiores valores de cada gráfico. Em $H_{1,1}$ a maior amplitude observada da RF corresponde à frequência de 10 Hz sendo $-167,43 \times 20 \text{ dB}$ e $-192,03 \times 20 \text{ dB}$ para o C40 em aproximadamente 11 Hz, em $H_{19,1}$ com frequência de 10 Hz a amplitude é de $-125,04 \times 20 \text{ dB}$ para RF e $-150,02 \times 20 \text{ dB}$ para C40 (aproximadamente em 11 Hz) já em $h_{1,1}$, a maior amplitude foi observada próxima dos 0,1 segundos com valores de $0,0038 \times 20 \text{ dB}$ e $0,0012 \times 20 \text{ dB}$ para RF e C40 respectivamente.

Por fim, em $h_{19,1}$, a maior amplitude, $0,1 \times 20 \text{ dB}$, ocorreu em 0,8 segundos para RF, e para o C40, ocorreu próximo à 0,2 segundos, equivalendo, $0,04 \times 20 \text{ dB}$. Pelos valores demonstrados, é possível notar que as diferenças nas Funções de Resposta em Frequência não são tão significativas quanto as Respostas ao Impulso, atingindo uma diferença de aproximadamente 20%. Onde o valor de $h_{1,1}$ para RF é mais que o triplo do valor para C40 e $h_{19,1}$ atingindo 150%.

Tabela 6: Diferenças obtidas em H e h em relação a RF e C40

<i>Parâmetro</i>	<i>RF [20dB]</i>	<i>C40 [20dB]</i>	<i>Diferença [%]</i>
$H_{1,1}$	-167,4300	-192,0300	14,69
$H_{19,1}$	-125,0400	-150,02	19,98
$h_{1,1}$	0,0038	0,0012	216,67
$h_{19,1}$	0,1000	0,0400	150,00

Fonte: Autor (2021)

Pela diferença observada, é possível afirmar pelos resultados obtidos que a viga de concreto C40 apresentou ser uma estrutura mais estável que a viga do Compósito RF. Em questões de projetos de engenharia, é também interessante analisar o custo para o material. Porém, o material não demonstrou resultado satisfatório com relação ao estudo proposto.

4 CONCLUSÃO

Os resultados obtidos numericamente nas condições estabelecidas no trabalho levam às seguintes conclusões:

Para um mesmo material, uma viga em condições de Engaste-Livre apresentou frequências naturais menores do que em condição Engaste-Apoio;

As frequências naturais foram maiores para a viga confeccionada com Concreto, sendo um ponto positivo pois as frequências que afetam as estruturas normalmente são baixas.

O Concreto obteve menos picos de ressonância do que o Compósito RF, portanto dificultando o colapso por entrarem em ressonância no material;

Para um mesmo componente, o Concreto demonstrou ser a estrutura mais estável, fazendo com que a mesma retorne mais rapidamente ao equilíbrio;

O presente trabalho aborda um componente mecânico simples em condições de força e amostragem ideais e arbitrárias. Para estudos em componentes de alta resistência mecânica, utilizados na construção civil, seria interessante uma modelagem com geometrias e cargas mais fiéis à problemática;

Buscando uma maior precisão de resultados, sugere-se a confecção destas vigas de cada material e a realização de uma Análise Experimental, colhendo dados e comparando resultados obtidos neste trabalho. Em futuros trabalhos seria interessante verificar como a orientação de cada lâmina do compósito afeta as frequências naturais do componente mecânico, como foi visualizado por Tita (1999).

5 REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ALBUQUERQUE NETO, J. R. , Carvalho, L. H., ARAÚJO, E. M. (2007). **Influência da adição de uma carga nanoparticulada no desempenho de compósitos poliuretano/fibra de juta**. Polímeros, 17(1), 10-15.

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos. A Base da Tecnologia CAE / Análise Dinâmica**. Primeira ed. São Paulo: Editora Érica Ltda, 2005.

AZWA, Z. N., YOUSIF, B. F., MANALO, A. C., KARUNASENA, W. (2013). **A review on the degradability of polymeric composites based on natural fibres**, Materials and Design 47, pp. 424-442.

BHAVIKATTI, S.S. **Finite Element Analysis**. New Age International Publishers, 2005.

CALLISTER, W. **Ciência e Engenharia de Materiais: uma introdução**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos S.A, 2002.

CAMPBELL, F. C. **Structural Composite Materials**. Ohio: ASM International, 2010.

CHUNG, D. D. L. **Composite Materials: Science and applications**. New York: Springer, 2009.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. New York: McGraw-Hill, 1975.

D'ALEMBERT, J. R. **Traité de Dynamique**. Paris, 1743.

HAHN, H. T. Simplified Formulas for Elastic Moduli of Unidirectional Continuous Fiber Composites. **Composites Technology Review**, Fall, 1980.

HAHN, S. **Os papéis da ciência dos materiais e da engenharia para uma sociedade sustentável**. Estudos Avançados, [S. l.], v. 8, n. 20, p. 36-42, 1994.

HULL, D.; CLYNE, T. W. **An Introduction to Composite Materials**. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.

LUZ, S., GOLÇALVES, A. R., & DEL'ARCO, A. P. Jr (2006). **Microestrutura e propriedades mecânicas de compósitos de polipropileno reforçado com celulose de bagaço e palha de cana**. Revista Matéria, 11(2), 101-110.

MOTTA, L. A. C.; AGOPYAN, V. **Caracterização de fibras curtas empregadas da construção civil**. São Paulo: EPUSP, 2007. RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas**. Quarta ed. São Paulo: PEARSON, 2009.

SATYANARAYANA, K. G.; GUIMARÃES, J. L.; WYPYCH, F. (2007). **Studies on lignocellulosic fibers of Brazil**. Part I: Source, production, morphology, properties and applications. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 38, pp. 1694-1709.

TITA, V. **Análise dinâmica teórica e experimental de vigas fabricadas a partir de materiais compósitos poliméricos reforçados**. 1999. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

VINSON, J. R.; SIERAKOWSKI, R. L. **The Behaviour os Structures Composed of Composite Materials**. New York: Kluwer Academic Publishers, 1996.

ZARBIN, Aldo J. G. **Química de (nano) materiais**. *Quím. Nova*, São Paulo, v. 30, n. 6, p. 1469-1479, dez. 2007.