

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS Faculdade de Engenharia Engenharia Civil - FAEN

LUCAS FELIPE DE OLIVEIRA

Análise comparativa entre o dimensionamento de vigas ao cisalhamento de acordo com a utilização das normas ABNT NBR 6118:2014 e o ACI 318-19

LUCAS FELIPE DE OLIVEIRA

Análise comparativa entre o dimensionamento de vigas ao cisalhamento de acordo com a utilização das normas ABNT NBR 6118:2014 e o ACI 318-19

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora da Universidade Federal da Grande Dourados, como pré-requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil, sob a orientação do Profo Dr. André Felipe Aparecido de Mello com área de concentração 3.01.00.00-3 – Engenharia Civil.



ANEXO H – ATA DE DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Às 11:00 horas do dia 20 de abril de 2023, realizou-se no(a) Lab 01 - Vídeo-conf. e Proc. de Imagens (SELAB/FAEN) da Faculdade de Engenharia - UFGD a defesa pública do Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Civil, intitulado "ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O DIMENSIONAMENTO DE VIGAS AO CISALHAMENTO COM A UTILIZAÇÃO DAS NORMAS ABNT NBR 6118:2014 E O ACI 318-19", de autoria do(a) discente Lucas Felipe de Oliveira, como requisito para a aprovação no componente curricular Trabalho de Conclusão de Curso II.

Após a defesa e posterior arguição, a banca examinadora concluiu que o Trabalho apresentado deve ser:

(X) Aprovado

() Reprovado

O(A) discente(a) declara ciência de que a sua aprovação está condicionada à entrega da versão final (encadernada, corrigida e assinada) do Trabalho de Conclusão de Curso, nos termos em que especifica o regulamento do componente curricular, em anexo ao Projeto Pedagógico do Curso de Engenharia Civil da UFGD. O(A) orientador(a) se responsabilizará pela verificação e aprovação das correções do manuscrito feitas pelo(a) discente(a) para a elaboração da versão final.

OBSERVAÇÕES ADICIONAIS



ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O DIMENSIONAMENTO DE VIGAS AO CISALHAMENTO COM A UTILIZAÇÃO DAS NORMAS ABNT NBR 6118:2014 E O ACI 318-19.

Lucas Felipe de Oliveira¹; André Felipe Aparecido de Mello².

iam.lucasfelipe@gmail.com1; andremello@ufgd.edu.br2.

RESUMO

Existem diversas maneiras de se determinar a resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado, como através da teoria do campo de compressão modificado proposto por Bentz e Vecchio (1986), do modelo de escoras e tirantes e da treliça clássica e generalizada ambos propostos por Ritter (1899) e Mörsch (1909), além de outros. No presente trabalho, foi selecionada uma viga de concreto armado, onde sua armadura transversal é dimensionada conforme os dois modelos de cálculo da ABNT NBR 6118:2014 e também através dos dois métodos de cálculo do ACI 318-19. Essas normas diferem na maneira como se determina a parcela de contribuição do concreto, mas ambas são baseadas no modelo de treliça de Ritter (1899) e Mörsch (1909). O dimensionamento é realizado utilizando-se das cargas disponibilizadas através da ABNT NBR 6120:2019; a combinação de cargas, taxas de armadura e espaçamentos foram calculados a critério de cada norma, além de que o estudo contará com auxílio do software Ftool (2017) para a obtenção das solicitações e do Microsoft Excel (2018) para as planilhas de cálculo. São apresentados quadros e figuras com os resultados obtidos para realizar a análise dos resultados e estabelecer os fatores que influenciaram no dimensionamento. Através de uma análise estatística, constatou-se que o confronto entre o dimensionamento através do modelo de cálculo I da ABNT e o modelo simples do ACI apresentou resultado pouco disperso e simétrico, já nas demais comparações houve considerável dispersão e assimetria, porém no confronto entre o modelo II da ABNT e o método detalhado do ACI houve simetria. No geral, o dimensionamento conforme o ACI proporcionou maior consumo de aço.

Palavras chave: estruturas; força cortante; estribos.

ABSTRACT

There are several ways to determine the shear strength in reinforced concrete beams, such as through the modified compression field theory proposed by Bentz and Vecchio (1986), the struts and ties model and the classic and generalized truss both proposed by Ritter (1899) and Mörsch (1909). among others. In the present work, a reinforced concrete beam was selected, where its transverse reinforcement is dimensioned according to the two calculation models of ABNT NBR 6118:2014 and also through the two calculation methods of ACI 318-19. These standards differ in the way the concrete contribution is determined, but both are based on the truss model by Ritter (1899) and Mörsch (1909). The dimensioning is carried out using the loads made available through ABNT NBR 6120: 2019: the combination of loads, reinforcement ratios and spacings were calculated at the discretion of each standard, in addition to the fact that the study will rely on the aid of the Ftool (2017) software to obtain the requests and Microsoft Excel (2018) for the calculation worksheets. Tables and figures are presented with the results obtained to carry out the analysis of the results and establish the factors that influenced the sizing. Through a statistical analysis, it was verified that the comparison between the sizing through the calculation model I of the ABNT and the simple model of the ACI presented a little dispersed and symmetrical result, already in the other comparisons there was considerable dispersion and asymmetry, however in the confrontation between the ABNT model II and the detailed method of the ACI there was symmetry. Overall, design according to ACI provided higher steel consumption.

Keywords: structures; cutting force; stirrups.

1 INTRODUÇÃO

O concreto armado é composto por barras de aço envolvidas por estribos e essa junção é revestida por concreto. As vigas de concreto armado são elementos estruturais que são utilizados em muitos tipos de construções, à exemplo de prédios, pontes, viadutos, entre outros. (PINHEIRO, 2007).

Elas podem ser pré-fabricadas, pré-moldadas ou moldadas in loco, e a seção transversal pode ser de geometria retangular, T, I, entre outras. Possuem longa vida útil e necessitam de pouca manutenção, além disso, o concreto é um material resistente ao fogo, o que é fundamental em estruturas que possam ser expostas a incêndios. Para além do mais, elas oferecem uma vantagem econômica em relação a outros materiais, pois são produzidas com materiais abundantes e disponíveis em larga escala, como cimento, areia e brita. (PINHEIRO, 2007).

O seu dimensionamento deve levar em consideração as características do projeto, como as cargas a serem resistidas, condições climáticas e geológicas, entre outras. São dimensionadas de forma a atender todos os critérios estabelecidos pelas entidades normativas para garantir a confiabilidade desse tipo de estrutura. (GIONGO, 2007).

Conforme Bentz, Vecchio e Collins (2006), há mais de 100 anos é estudada a maneira como o concreto armado se comporta quando submetido a força cortante, porém, mesmo assim permanece em aberto a maneira como se determina sua resistência ao cisalhamento. A depender do código escolhido para se realizar uma comparação, é possível que ocorra diferenças da ordem de duas vezes, ou mais.

Diferentes teorias e modelos foram desenvolvidos para a análise de vigas de concreto armado sob força cortante, como a teoria do campo de compressão modificado (VECCHIO; COLLINS, 1986), o modelo de escoras e tirantes e a treliça clássica e generalizada (MÖRSCH, 1909; RITTER, 1899), além de outros, sendo o modelo de treliça, o mais empregado nas principais entidades normativas internacionais, devido a ser um modelo simples e funcional. (LEE; KIM, 2016).

A ABNT NBR 6118:2014 se mostra defasada em relação ao ACI 318-19, devido a tratar a parcela de contribuição do concreto com base apenas nas dimensões da seção transversal da viga e da resistência à tração do concreto.

Já o ACI 318-19 possui equações específicas em que é possível determinar essa parcela de contribuição empregando a equação simplificada ou a equação em que leva em consideração a influência da armadura longitudinal na resistência ao cisalhamento, com essa segunda equação possuindo uma variação que acrescenta o efeito escala, em que esse efeito considera não linearidade no aumento da resistência ao cisalhamento,

conforme a altura da viga é aumentada, esse efeito é considerado em vigas com alturas superiores a 10 polegadas.

Com isso, o presente estudo tem por objetivo realizar uma análise comparativa do dimensionamento de uma viga de concreto armado aplicando as prescrições estabelecidas nas normas ABNT NBR 6118:2014 e o ACI 318-19.

2 FUNDAMENTAÇÃO TÉORICA

2.1 Cisalhamento em vigas de concreto armado

Segundo Pinheiro (2007), ao se aplicar um carregamento a uma viga, o elemento de concreto passa por fases em que o grau de fissuração, que começa em zero, tende a aumentar a tal ponto em que se atinge a ruína da seção. Essas fases são denominadas como estádios, os quais se denominam: estádio I, II e III.

- Estádio I: Corresponde ao início do carregamento. O Concreto consegue resistir às tensões de tração.
- Estádio II: O carregamento aumenta e a resistência a tração do concreto é superada, surgindo fissuras.
- Estádio III: O carregamento atinge tal nível, de maneira que a zona comprimida se encontra plastificada e o concreto está na iminência da ruptura.

Em vigas sob carregamento uniforme, ocorrem momentos fletores e forças cortantes. Devido a isso, surge um sistema de tensões principais inclinadas, esse sistema é representado por uma série de curvas perpendiculares, que na altura da linha neutra apresentam uma inclinação de 45°, em relação ao seu eixo longitudinal conforme visto na Figura 1. (LEONHARDT; MÖNNING, 1977).

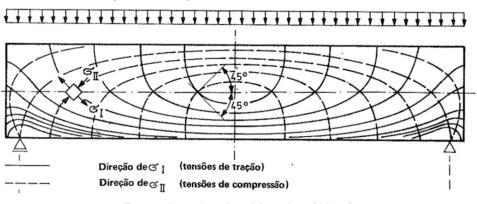


Figura 1 - Trajetória das tensões principais.

Fonte: Leonhardt e Mönning (1977).

As fissuras diagonais surgem apenas após o esgotamento da resistência à tração do concreto e que a partir desse momento os estribos são solicitados. A armadura transversal torna-se mais efetiva com o aumento da carga após as fissuras de cisalhamento se estenderem até a meia altura da viga. (ARSLAN; POLAT, 2011).

Os estribos também atuam diminuindo o crescimento e a abertura das fissuras inclinadas, proporcionando uma ruptura mais dúctil às vigas. Porém, foi observado que, conforme se aumenta a quantidade de armadura transversal, a rigidez ao cisalhamento após a fissuração e a resistência ao cisalhamento aumentam, mas em contrapartida a ductilidade diminui. (BENTZ; VECCHIO; COLLINS, 2006).

No que se refere a parcela de resistência do concreto ao esforço cortante, existem cinco mecanismos que são responsáveis pela transferência desses esforços. Com os dois primeiros sendo os que mais contribuem com a parcela resistente do concreto de acordo com Kuchma *et al.* (2019).

Conforme Bastos (2017), esses mecanismos são definidos por:

- Intertravamento dos agregados: Em uma fissura inclinada ocorre resistência ao deslizamento entre as duas superfícies, com essas superfícies sendo de elevada rugosidade, são capazes de transferir tensões de compressão e cisalhamento devido ao atrito.
- Efeito arco: O banzo de concreto comprimido pela flexão inclina-se em direção aos apoios, formando um arco na viga entre os apoios, a biela comprimida inclinada que surge, absorve uma parte da força cortante.
- Tensões residuais de tração nas fissuras: Pequenas partículas do concreto continuam ligando as duas superfícies na fissura, e continuam a transmitir forças de tração.
- Concreto comprimido não fissurado: A zona não fissurada de concreto comprimido pela flexão proporciona parcela de resistência a força cortante, que depende da altura da zona comprimida.
- Ação de pino: As barras de aço da armadura longitudinal proporcionam uma parte da resistência a força cortante, que na presença de estribos, tendem a aumentar essa parcela de resistência.

Existem muitos parâmetros que influenciam a capacidade resistente à força cortante. Em Leonhardt e Mönning (1977), são analisados diversos desses fatores, entre os quais citam-se:

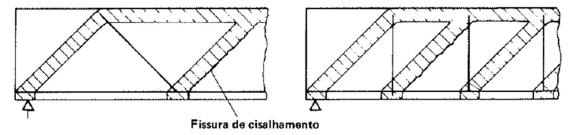
Tipo de carregamento (carga concentrada, carga distribuída);

- Posição da carga e esbeltez da viga;
- Modo de introdução da carga e tipos de apoio;
- Armadura longitudinal;
- Armadura de cisalhamento na alma;
- Classe do concreto;
- Granulometria do concreto;
- Forma da seção transversal;
- Altura total da viga;
- Sistema estrutural: vigas de um vão ou vigas contínuas.

2.2 Analogia de treliça clássica

O modelo clássico de treliça idealizado por Ritter (1899) e Mörsch (1909), se baseia na analogia entre uma viga fissurada e uma treliça com banzos paralelos, diagonais comprimidas a 45° e diagonais de tração com um ângulo de 45° ou 90°, conforme é mostrado na Figura 2. O banzo e as diagonais comprimidas representam as regiões de concreto entre as fissuras, o banzo tracionado à armadura de flexão e as diagonais tracionadas à armadura de cisalhamento. (LEONHARDT; MÖNNING, 1977).

Figura 2 - Analogia de treliça clássica.



Fonte: Leonhardt e Mönning (1977).

A armadura de cisalhamento pode ser constituída de barras longitudinais de tração dobradas ou por estribos inclinados, no entanto, por razões práticas, são adotados principalmente os estribos verticais. O dimensionamento da armadura de cisalhamento é feito de maneira simplificada, considerando a treliça com diagonais de tração simples. (LEONHARDT; MÖNNING, 1977).

2.3 Analogia de treliça generalizada

A analogia da treliça de Ritter (1899) e Mörsch (1909) foi ampliada de tal forma que o comportamento estrutural efetivo correspondente à treliça é atualmente considerado com o banzo superior arqueado e com diagonais comprimidas com inclinação inferior a 45°, conforme visto na Figura 3. Assim, chega-se a uma analogia de treliça generalizada, na qual as inclinações dos elementos comprimidos dependem das relações de rigidez e do valor da armadura de cisalhamento. (LEONHARDT; MÖNNING, 1977).

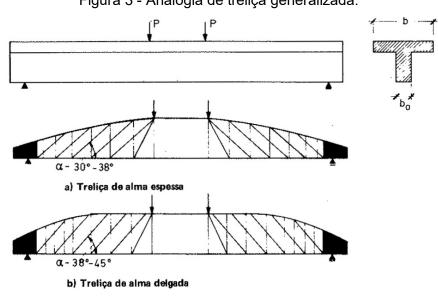


Figura 3 - Analogia de treliça generalizada.

Fonte: Leonhardt e Mönning (1977).

Da mesma forma que na analogia clássica da treliça, a analogia da treliça generalizada pode ser também adotada para mostrar, com o emprego de treliças simples, a influência da inclinação do banzo comprimido e da inclinação das diagonais comprimidas sobre as forças atuantes nos banzos e na alma. (LEONHARDT; MÖNNING, 2007).

3 METODOLOGIA

Este trabalho, tem por objetivo a realização do estudo de caso em que é feita uma comparação entre os resultados do dimensionamento à cortante de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 com a utilização dos dois modelos de cálculo presentes e o ACI 318-19 com uso dos dois métodos de cálculo.

Foi selecionada uma viga de concreto armado, conforme demonstra a Figura 4, escolhida dentro do projeto de um edifício residencial com 4 pavimentos. As cargas utilizadas são oriundas dos valores disponibilizados através da ABNT NBR 6120:2019,

dispensando os valores da *American Society of Civil Engineers/Structural Engineering Institute* (ASCE/SEI 7-10), de forma a simplificar a obtenção das reações de apoio das lajes, realizada manualmente, os carregamentos distribuídos representam as reações de apoio de lajes, que são compostas pelo peso próprio do concreto da laje com 2,5 kN/m², contrapiso com 0,63 kN/m², piso com 1,00 kN/m², forro com 0,25 kN/m², a carga de parede corresponde a tijolos de 14 cm com revestimento de 2 cm em ambos os lados com 1,9 kN/m² e sobrecarga de 1,50 kN/m², as cargas pontuais representam vigas apoiadas.

V6 (14x40)

p1
q2
q3
q4
q5
P2
P2
14x30
P10
14x50
341
P18
14x40
293
142

Figura 4 - Viga a ser dimensionada.

Fonte: Autor (2023).

As normas possuem diferentes coeficientes de majoração para a combinação das cargas, devido a isso, é necessário realizar combinações diferentes para realizar o dimensionamento da viga, a equação (1) representa a condição de estado limite ultimo da ABNT NBR 6118:2014 e a equação (2) a resistência requerida do ACI 318-19. A combinação das cargas pode ser visualizada no Quadro 1.

$$F_d = 1.4 g + 1.4 q \tag{1}$$

$$U = 1.2 D + 1.6 L \tag{2}$$

Onde:

 F_d é o estado limite último;

U é a resistência requerida;

g e D são as cargas permanentes;

q e L são as cargas de utilização.

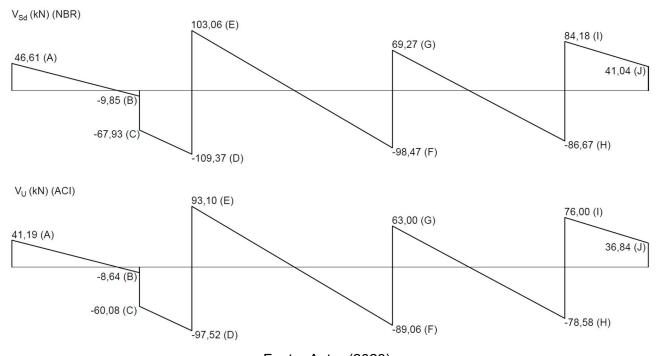
Quadro 1 - Combinação de cargas.

Carga	Unidade	NBR	ACI	
q1	kN/m	13,01	13,17	
q2	kN/m	23,28	23,82	
q3	kN/m	29,55	30,24	
q4	kN/m	26,61	27,29	
q5	kN/m	15,19	15,58	
p1	kN	29,04	29,44	
p2	kN	20,52	20,94	

Fonte: Autor (2023).

Em decorrência das cargas provenientes do Quadro 1, observa-se na Figura 5 o diagrama de esforços cortantes que será utilizado para o dimensionamento das armaduras transversais.

Figura 5 – Diagramas de cortante da viga.



Fonte: Autor (2023).

A viga a ser analisada, traz consigo os seguintes aspectos:

- Resistencia característica do concreto (f_{ck}): 25 MPa;
- Altura da viga (h): 40 cm;
- Largura da viga (b_w): 14 cm;
- Resistencia característica do aço (f_{yk}) : 500 MPa;

- Diâmetro das barras da armadura longitudinal (Ø₁): 10 mm;
- Diâmetro das barras da armadura transversal (Ø_t): 6,3 mm.

3.1 Dimensionamento à força cortante conforme a ABNT NBR 6118:2014

A norma brasileira, no que tange o dimensionamento à força cortante, traz prescrições que se aplicam a elementos lineares de concreto armado ou protendido. Além disso suas fórmulas possuem como base, o sistema métrico de unidades e medidas. A norma preconiza dois modelos de cálculo em que se considera a analogia de treliça:

- Modelo de cálculo l: admite a analogia de treliça clássica, com a fixação do ângulo de inclinação das diagonais comprimidas (θ) em 45°;
- Modelo de cálculo II: considera a analogia de treliça generalizada, com a inclinação das diagonais comprimidas (θ) podendo variar de 30° a 45°, a critério do projetista.

Em ambos os modelos, existe uma parcela adicional de resistência, associada aos mecanismos resistentes complementares do concreto, que varia dependendo do modelo de cálculo escolhido.

A resistência do elemento estrutural é considerada satisfatória, quando as condições, referentes as equações (3) e (4) forem simultaneamente verificadas. Caso essas condições não sejam atendidas, haverá o risco de esmagamento do concreto, se assim for, será necessário redimensionar a seção transversal da viga ou adotar um concreto com maior resistência característica à compressão.

$$V_{sd} \le V_{rd2} \tag{3}$$

$$V_{sd} \le V_{rd3} \tag{4}$$

Onde:

 V_{sd} é a força cortante solicitante de cálculo;

 V_{rd2} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas;

 V_{rd3} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal.

Todos os elementos lineares submetidos à força cortante, devem conter armadura transversal mínima constituída por estribos, visando resistir à abertura de fissuras e garantir a ductilidade, é obtida através da equação (5):

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w s \operatorname{sen} \alpha} \ge 0.2 \frac{f_{ct,m}}{f_{vwk}} \tag{5}$$

Onde:

 ρ_{sw} é a taxa geométrica de armadura transversal;

 A_{sw} é a área da seção transversal dos estribos;

 b_w é a largura da seção;

s é o espaçamento entre os estribos, medido segundo o eixo longitudinal da viga; α é a inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal da viga;

 $f_{ct,m}$ é a resistência a tração média do concreto $\left(f_{ct,m}=0.3\sqrt[3]{f_{ck}^2}\right)$;

 f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto;

 f_{ywk} é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal.

3.1.1 Modelo de cálculo I

O dimensionamento, conforme o modelo de cálculo I, modelo este, baseado na analogia de treliça clássica, cujo ângulo das diagonais comprimidas (θ) e o ângulo de inclinação dos estribos são fixados, respectivamente em 45° e 90°, com a verificação dessa diagonal comprimida se dando através da equação (6).

Verificação da diagonal comprimida:

$$V_{rd2} = 0.54 \,\alpha_{v2} f_{cd} \,b_w \,d \, \sin^2 \theta \,(\cot \alpha + \cot \theta) \tag{6}$$

Onde:

 f_{cd} é a resistência de projeto à compressão do concreto $(f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c)$;

 α_{v2} é um coeficiente de redução relacionado a resistência característica à compressão do concreto ($\alpha_{v2}=1-f_{ck}/250$);

 θ é a inclinação das diagonais comprimidas;

d é a altura útil da viga.

Além disso, a força resistente de cálculo, que se dá pela soma das parcelas resistentes do concreto e do aço, é obtida através da equação (7), a parcela resistente do aço é dada pela equação (9). Valendo lembrar que, se o valor da parcela resistida pelo aço apresentar valor negativo, significa que o concreto é capaz de resistir sozinho ao esforço cisalhante, nesse caso, pode se adotar a taxa mínima de armadura.

Cálculo da armadura transversal:

$$V_{rd3} = V_c + V_{sw} \tag{7}$$

$$V_{c0} = 0.6 f_{ctd} b_w d ag{8}$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0.9 \ d \ f_{ywd} \left(\cot \alpha + \cot \theta\right) \ \sin \alpha \tag{9}$$

Onde:

 V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares;

 V_{c0} é a parcela de contribuição do concreto para o modelo de cálculo I;

 $V_c = V_{c0}$ na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

 V_{sw} é a parcela resistida pela armadura transversal;

 f_{ctk} é a resistência característica à tração do concreto $\left(f_{ctk} = 0.21 \, f_{ck}^{2/3}\right)$;

 f_{ctd} é a resistência de projeto à tração do concreto $(f_{ctd} = f_{ctk}/\gamma_c)$;

 f_{ywd} é a resistência de projeto do aço da armadura transversal, limitada ao valor de f_{yd} no caso de estribos e a 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando em ambos os casos, valores superiores a 435MPa.

3.1.2 Modelo de cálculo II

O dimensionamento, através do modelo de cálculo II, baseado na analogia de treliça generalizada, cujo ângulo das diagonais comprimidas é variável entre 30° e 45°, e fica a critério do projetista o ângulo de inclinação dos estribos variando de 45° a 90°, a verificação da diagonal comprimida também se dá por meio da equação (6):

Além disso, a força resistente de cálculo, que se dá pela soma das parcelas resistente do concreto e do aço, é obtida também por vias da equação (7), a parcela resistente do aço, também é dada pela equação (9). Ademais, para esse modelo a parcela resistente do concreto sofre redução à medida em que o valor da força solicitante de cálculo aumenta.

A parcela de contribuição do concreto se dá da seguinte maneira:

 $V_{c1} = V_{c0}$ quando $V_{sd} \leq V_{c0}$;

 $V_{c1} = 0$ quando $V_{sd} = V_{rd2}$ interpolando-se linearmente para valores intermediários.

Onde:

 V_{c1} é a parcela de contribuição do concreto no modelo de cálculo II.

3.1.3 Espaçamentos limite

Para evitar situações em que o espaçamento calculado é desproporcionalmente grande, a ABNT NBR 6118:2014 estabelece limites para os espaçamentos visando garantir a segurança da estrutura.

Se
$$V_{Sd} \le 0.67 V_{Rd2}$$
 :: $S_{max} = 0.6 d \le 30 cm$;

Se
$$V_{Sd} > 0.67 V_{Rd}$$
 :: $S_{max} = 0.3 d \le 20 cm$.

3.2 Dimensionamento à força cortante conforme o ACI 318-19

A norma estadunidense, ao que se refere o dimensionamento à força cortante, traz uma relação geral que considera os efeitos combinados da altura do elemento e porcentagem de armadura longitudinal na previsão da capacidade de resistência ao cisalhamento do concreto armado. Com a norma utilizando-se do sistema imperial de unidades e medidas.

A parcela contribuinte do concreto, é tomada como a força que causa a fissura inclinada, onde, após a fissuração, é atribuída a mecanismos resistentes complementares. Somando-se a isso, a norma considera apenas o modelo clássico de treliça, considerando o ângulo de inclinação das diagonais comprimidas em 45°, permitindo, como também na norma brasileira, que o projetista escolha a inclinação dos estribos, variando de 45° a 90°.

Segundo o ACI 318-19, a resistência ao cisalhamento nominal, dada pela soma das parcelas resistentes do concreto e do aço, é calculada pela equação (10):

$$V_n = V_c + V_s \tag{10}$$

Onde:

 V_n é a resistência ao cisalhamento nominal;

 V_c é a resistência fornecida pelo concreto;

 V_s é a resistência fornecida pela armadura de cisalhamento.

A área mínima de armadura de cisalhamento é calculada conforme a equação (11), devendo ser optado pelo valor em que resultar na maior taxa de armadura.

$$\frac{A_{v,min}}{s} = max \left(0.75 \sqrt{f_c'} \frac{b_w}{f_{yt}}; 50 \frac{b_w}{f_{yt}} \right) \tag{11}$$

Onde:

 $A_{v,min}$ é a área mínima de armadura transversal;

 f_c' é a resistência à compressão do concreto;

 b_w é a largura da viga;

s é o espaçamento da armadura transversal;

 f_{yt} é o limite de escoamento da armadura transversal.

É necessário satisfazer as condições estabelecidas abaixo. Em que a equação (12) representa a verificação da biela comprimida do concreto.

$$V_u \le \phi \left(V_c + 8 \sqrt{f_c'} b_w d \right) \tag{12}$$

Onde:

 V_u é a força de cisalhamento fatorada na seção;

 ϕ é o fator de redução de força;

d é a altura útil da viga.

A equação (13) estabelece o valor limite para a parcela de contribuição do concreto.

$$V_c \le 5 \lambda \sqrt{f_c'} b_w d \tag{13}$$

Onde:

 λ é o fator de modificação baseado na composição dos agregados do concreto.

A equação (14) é a usada de maneira a se conceber a parcela de contribuição do aço em seções específicas, onde $V_u \ge \phi V_c$, à exemplo de vigas com alturas inferiores a 10 polegadas.

$$V_{S} \ge \frac{V_{u}}{\phi} + V_{c} \tag{14}$$

Para a determinação da parcela contribuinte de resistência do concreto, em casos de taxa de armadura maior que a mínima $(A_v \ge A_{v,min})$, utiliza-se as equações (15) e (16), com a equação (15), sendo chamada de método simplificado pois dispensa a influência da armadura longitudinal, e a equação (16), chamada de método detalhado.

$$V_c = 2 \lambda \sqrt{f_c'} b_w d \tag{15}$$

$$V_c = 8 \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f_c'} b_w d$$
 (16)

Já em quando se tem taxa de armadura menor do que a mínima $(A_v < A_{v,min})$, temos a equação (17). Porém, nesse caso, será necessário o acréscimo de um fator de efeito escala, calculado conforme a equação (18):

$$V_c = 8 \lambda_s \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f_c'} b_w d$$
 (17)

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{d}{10}}} \le 1 \tag{18}$$

Onde:

 λ_s é o fator de modificação do efeito escala;

 ρ_w é a porcentagem de armadura longitudinal.

Para o cálculo da parcela de contribuição resistente do aço, tem-se a equação (19).

$$V_{s} = \frac{A_{v} f_{yt} (\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha) d}{s}$$
 (19)

Onde:

 A_v é a área da armadura transversal;

 α é a ângulo entre os estribos inclinados e o eixo longitudinal da barra.

3.2.2 Espaçamentos limite

Assim como no caso da ABNT NBR 6118:2014, o ACI 318-19 estipula valores máximos de espaçamento, esses valores são obtidos avaliando os critérios abaixo.

Se
$$V_s \le 4\sqrt{f_c'} b_w d : S_{max} = d/2 \le 24 \text{ polegadas};$$

Se
$$V_s > 4\sqrt{f_c'} b_w d : S_{max} = d/4 \le 12 \text{ polegadas}.$$

3.2.3 Relação de $f_c{'}$ com f_{ck}

De acordo com Souza e Bittencourt (2003), a distribuição estatística da resistência característica à compressão do concreto adotada pela NBR 6118:2014 é diferente da distribuição estatística adotada pelo ACI 318-19, devido a isso é necessário utilizar um valor correspondente de resistência, esse valor é dado pela equação (20).

$$f_c' = f_{ck} - 2{,}04 (20)$$

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As cargas utilizadas no dimensionamento foram baseadas nos valores disponíveis na NBR 6120:2019, dispensando os valores contidos no ASCE/SEI 7-10, devido a que algumas das cargas que seriam utilizadas, proporcionariam certo alivio por serem de menor dimensão se comparadas os valores da NBR 6120:2019, pois o objetivo deste trabalho é realizar a comparação da maneira mais equiparada possível.

Com as cargas já combinadas, foi empregado o software Ftool (2017) para se obter os diagramas de momento e força cortante, combinadas conforme a equação (1) para o caso da NBR 6118:2014 e da equação (2) no caso do ACI 318-19. Primeiramente foi realizado o dimensionamento da armadura longitudinal com o objetivo de se obter as taxas de armadura longitudinais, necessárias para se determinar a contribuição do concreto através do método detalhado do ACI 318-19, em seguida, o dimensionamento da armadura de cisalhamento, conforme pode ser observado no Apêndice — A (Tabelas de dimensionamento) e que será detalhada a seguir:

Conforme o Quadro 2 é observada uma diferença média de 12% na magnitude das cargas de projeto atuantes, essa divergência ocorre devido aos coeficientes de majoração adotados em cada código, a combinação utilizada para realizar o dimensionamento das armaduras é denominada estado limite último para a ABNT NBR 6118:2014 e resistência requerida para o ACI 318-19. A norma americana adota um valor menor para a majoração da carga permanente devido a facilidade de se prever a dimensão desse tipo de

carregamento, além de possuírem um maior controle tecnológico sobre a qualidade do concreto empregado nas construções, diferente do caso das cargas de utilização, que são difíceis de serem previstas com exatidão e por isso é empregado um coeficiente maior.

Quadro 2 - Força cortante de projeto.

Seção	Vsd (kN)	V∪ (kN)
Α	46,61	41,18
В	9,85	8,64
С	67,93	60,08
D	109,37	97,52
E	103,06	93,10
F	98,47	89,06
G	69,27	63,00
Н	86,67	78,58
Ī	84,18	76,00
J	41,04	36,84

Fonte: Autor (2023).

É exibido na Figura 6 o resultado do cálculo das taxas de armadura de acordo com os dois modelos de cálculo baseados na equação (9) que são previstos na ABNT NBR 6118:2014, onde o modelo I fixa o ângulo de inclinação das bielas de compressão em 45° e o modelo II que permite-o variar de 30° a 45°, mas que nesse artigo será fixado em 45°, para que o ângulo de inclinação da biela comprimida seja equivalente em ambos os modelos, e também conforme as equações previstas no ACI 318-19, em que a equação (15) é vista como uma maneira simplificada de se obter a parcela contribuitiva do concreto e a equação (16) que considera a taxa de armadura longitudinal na seção, que quanto maior for, maior será a participação do concreto na resistência devido ao efeito de ação de pino.

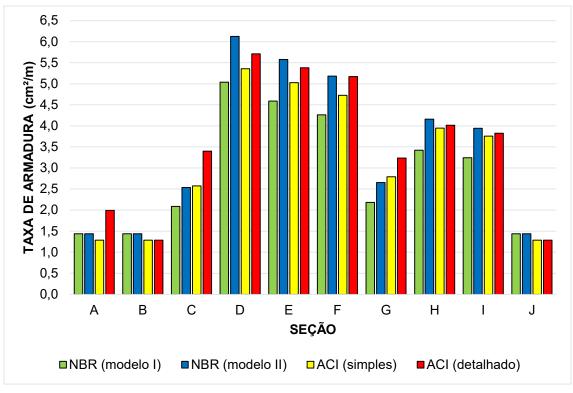


Figura 6 – Taxas de armadura calculadas.

Fonte: Autor (2023).

Ressalta-se que é preciso aplicar a taxa mínima de armadura afim de remediar situações em que a força de cálculo é menor que a força solicitante mínima, evitando situações de contribuição negativa para a parcela do aço e também de espaçamentos exorbitantes. A força solicitante mínima é calculada a critério da equação (5) no caso da ABNT NBR 6118:2014, com seu valor correspondendo a 58,80kN para o modelo I e no modelo II variável entre 43,55kN e 58,80kN; da equação (11) para o ACI 318-19, no caso do método simples sendo de 51,28kN e para o método detalhado seu valor varia entre 36,46kN e 50,06kN a depender da taxa de armadura longitudinal disposta na seção analisada.

Com base na Figura 6 é possível notar os maiores consumos de aço no dimensionamento através do modelo de cálculo II da NBR e do método detalhado do ACI 318-19. Mesmo com uma carga que em média é 12% menor, a taxa de aço do ACI 318-19 se manteve em patamar muito próximo da NBR, a diferença nas taxas de armadura se deve principalmente aos coeficientes de redução de resistência relacionados ao aço, no caso do ACI: $\phi = 0.75$, para a ABNT: $\gamma_s = 1.15$. Dessa forma, a resistência característica do aço de bitola $\emptyset 6.3mm$ que é de 500 MPa é reduzida em 25% no caso do ACI 318-19, o que resulta em uma resistência de cálculo equivalente a 375 MPa e uma redução de cerca de 13% para a ABNT NBR 6118:2014, com sua resistência se reduzindo a 434,8 MPa. Esses

valores atendem aos critérios de resistência máxima, que no caso do ACI 318-19 é de 60 kips, equivalente a 413,7 MPa e de 435 MPa para a ABNT NBR 6118:2014.

Em relação ao concreto, sua parcela de contribuição para a NBR, no caso do modelo I, é fixado em 38,64kN, e que no modelo II foi variável entre 23,40kN e 38,64kN, considerável diminuição que ocorre devido ao modelo II diminuir a contribuição do concreto conforme maior for a força solicitante. Para o ACI 318-19, manteve-se fixo em 34,12kN no método simples, e no método detalhado variou entre 19,15kN e 32,75kN, representando diminuição em relação ao método simples, porém, conforme maior a taxa de armadura longitudinal, maior foi a contribuição.

Ainda sobre o concreto, é preciso realizar uma conversão de resistência devido a questões relacionadas ao controle estatístico da qualidade do concreto, dessa maneira, para fins de cálculo, o concreto produzido no Brasil deve ter sua resistência reduzida em 2,04 MPa. Emprega-se o mesmo valor do coeficiente de majoração do aço para o concreto, no caso do ACI: $\phi=0.75$ e esse coeficiente é aumentado para a ABNT: $\gamma_c=1.4$. Devido a isso, para o caso do ACI 318-19 a resistência característica de 25MPa é reduzida em 31%, resultando em uma resistência de cálculo de 17,22MPa e para a ABNT NBR 6118:2014 a redução é de 28,6%, reduzindo-se para 17,86MPa. A resistência do concreto é muito próxima para os dois casos, o que ressalta ainda mais a preponderância da resistência do aço.

De acordo com os valores de taxa de armadura contidos no gráfico da Figura 6, foram calculados os espaçamentos, visualizados no Quadro 3.

Quadro 3 - Espaçamento calculado.

	ŀ	Espaçamento calculado (cm)					
Seção	NBR	NBR	ACI	ACI			
	(modelo I)	(modelo II)	(simples)	(detalhado)			
Α	43	43	48	31			
В	43	43	48	48			
С	30	25	24	18			
D	12	10	12	11			
Е	14	11	12	12			
F	15	12	13	12			
G	29	24	22	19			
Н	18	15	16	16			
I	19	16	17	16			
J	43	43	48	48			

Fonte: Autor (2023).

Conforme descrito em ambas as normas, é preciso estabelecer limites para que o espaçamento não seja muito elevado, o que acarretaria em menor segurança para a estrutura, mesmo que o critério da armadura mínima seja respeitado, como à exemplo do caso dos trechos A, B, C, G e J, que possuem os maiores espaçamentos representados no Quadro 3. É preciso adotar valores que satisfaçam as condições limites de espaçamento conforme explicado em 3.1.3 para a ABNT NBR 6118:2014 e em 3.2.2 para o ACI 318-19. Esses novos valores de espaçamento estão estabelecidos no Quadro 4.

Quadro 4 - Espaçamento adotado.

	Espaçamento adotado (cm)					
Seção	NBR (modelo l)	NBR (modelo II)	ACI (simples)	ACI (detalhado)		
А	21	21	17	17		
В	21	21	17	17		
С	21	21	17	17		
D	12	10	11	10		
Е	13	11	12	11		
F	14	12	13	12		
G	21	21	17	17		
Н	18	14	15	15		
I	19	15	16	16		
J	21	21	17	17		

Fonte: Autor (2023).

Além de respeitar os critérios de espaçamento máximo, foi prioritário adotar valores inteiros múltiplos de 1 para os trechos de maior solicitação, almejando manter proximidade ao valor de cálculo. Esses valores estabelecidos no Quadro 4 atendem a todos os critérios especificados tanto na NBR 6118:2014 quanto no ACI 318-19.

Nos trechos de menos solicitação, na sua maioria utilizando-se a taxa de armadura mínima, foi necessário respeitar o critério do limite de espaçamento, que no caso da ABNT NBR 6118:2014 foi de 21 centímetros, e no ACI 318-19 de 17 centímetros, representando uma redução de 19%. Com isso sendo preponderante para definir a quantidade de estribos utilizados na armação desta viga.

Realizado o detalhamento da armadura transversal da viga dimensionada, foi empregado no máximo três valores de espaçamento por vão, o menor espaçamento próximo a face dos pilares, região de maior solicitação em relação a força cortante, e um maior espaçamento no meio do vão, equivalente a armadura mínima e região de menor solicitação na maioria dos casos. Assim foi obtido o quantitativo de estribos utilizados para

a armação da viga, somando-se a isso a armadura de suspensão, que foi incrementada nos trechos da viga que são utilizados como forma de apoio indireto, no caso as demais vigas que se apoiam e que são representadas pelas cargas pontuais. Esse quantitativo é observado visualmente através da Figura 7.

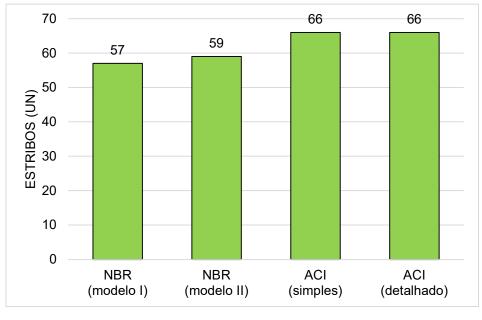


Figura 7 - Quantidade de estribos utilizados.

Fonte: Autor (2023).

Dessa forma, foi realizada uma análise estatística quanto a porcentagem de diferença no espaçamento calculado em termos de valor absoluto que ocorre comparando os modelos de cálculo da ABNT NBR 6118:2014 com os métodos de cálculo do ACI 318-19, com as informações referidas a essa análise podendo ser extraídas do diagrama de caixas contido na Figura 8.

40 35 30 Porcentagem (%) 25 20 15 10 5 0 NBR (modelo I) NBR (modelo I) NBR (modelo II) NBR (modelo II) ACI (simples) ACI (detalhado) ACI (simples) ACI (detalhado)

Figura 8 - Diagrama de caixas da porcentagem de diferença nos espaçamentos calculados.

Fonte: Autor (2023).

O diagrama de caixas contido na Figura 8, demonstra a dispersão nos dados que ocorreram no confronto entre os modelos de cálculo I e II da ABNT NBR 6118:2014 com os métodos simples e detalhado do ACI 318-19. No confronto entre o modelo I e o método simples, vemos pouca dispersão, o que demonstra certa uniformidade e simetria, já que a mediana se encontra próxima ao meio do boxplot, já para os demais confrontos, ocorre grande dispersão, com o confronto entre o modelo I e o método detalhado demonstrando simetria positiva, e o confronto entre o modelo II e o método simples demonstrando simetria negativa, ambas ocorrendo pois os dados tendem para menos e para mais diferença, respectivamente, já para o último confronto, apesar de demonstrar a maior dispersão entre os confrontos, ele é simétrico, com seus valores demonstrando maior uniformidade.

O resultado condiz com a abordagem de Andrade e Bittencourt (2020), em que se estabelece que o ACI 318-19 tende a ser mais conservador do que a NBR 6118, que no caso desse estudo, isso se demonstra através de taxas de armaduras equiparáveis, mesmo com solicitações em média 12% menores, além de serem menores os limites de espaçamento. Isso se traduz em uma estrutura menos econômica, pois demandaria maior consumo de material e mão de obra em sua execução

5 CONCLUSÕES

Este estudo teve como objetivo comparar a combinação de cargas, taxas de armadura calculadas, espaçamentos calculados e adotados, além do quantitativo de

estribos utilizados de uma viga de concreto armado utilizando as recomendações da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT NBR 6118:2014) e do *American Concrete Institute* (ACI 318-19), onde ambas têm como base o modelo de treliça de Ritter (1899) e Mörsch (1909).

Com fim de realizar a comparação de maneira mais equiparada possível, foram mantidas fixas as características geométricas, a resistência do aço, a resistência do concreto, as cargas e o ângulo de inclinação das bielas comprimidas e da armadura transversal. Ao realizar a comparação dos resultados, verificou-se que a norma americana é mais conservadora que a brasileira, e que em termos práticos o seu emprego influiu num aumento de cerca de 12,12% no consumo de estribos para a execução dessa viga e que numa escala maior, a exemplo do consumo de aço para as armaduras transversais das vigas de um edifício de múltiplos pavimentos, acarretaria num aumento significativo nos custos da construção.

Este estudo, teve foco em realizar o dimensionamento preciso da viga em questão, porém, podendo ser refeito utilizando-se das cargas do ASCE/SEI 7-10 ou realizar a análise com uma viga em que suas características façam com que seja necessário utilizar o efeito escala, por exemplo. Outras proposições de estudos são: analisar o dimensionamento ao cisalhamento para vigas ou lajes, comparando com outras normas internacionais ou fazer análises no que se refere a torção em vigas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-19**: Building Code Requirements for Structural Concrete. Farmington Hills. ACI, 2019.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **ASCE/SEI 7-10**: Minimum Design Loads of Buildings and Other Structures. Reston. ASCE, 2010.

ANDRADE, R.; BITTENCOURT, T.. Viga de concreto armado sujeita ao cisalhamento e torção: uma comparação entre a Norma Brasileira ABNT NBR 6118:2014, ACI 318/2014 e a AASHTO. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 160-170, 2020.

ARSLAN, G.; POLAT, Z.. Contribuition of concrete to shear strength of RC beams failing in shear. **Journal of Civil Engineering and Management**, Istanbul, v. 19, n. 3, p. 400-408, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro. ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro. ABNT, 2019.

BASTOS, P.. Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante. Bauru: FE-UNESP, 2017.

BENTZ, E.; VECCHIO, F.; COLLINS, M.. Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements. **ACI Structural Jornal**, [s.l], v. 103, n. 4, p. 614-624, 2006.

Ftool: Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas. Versao educacional 4.00.03. Rio de Janeiro: Marlin, 2017. Disponível em: https://www.ftool.com.br/Ftool/>. Acesso em: 01 fev. 2023.

GIONGO, J.. **Concreto armado**: projeto estrutural de edifícios. São Paulo: EESC-USP, 2007.

HWANG, S.; YANG, Y.; LI, Y.. Maximum shear strength of reinforced concrete beams. **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 119, n. 2, p. 19-30, 2022.

KUCHMA, D.; WEI, S.; SANDERS, D.; BELARBI, A.; NOVAK, L.. Development of the one-way shear design provisions of ACI 318-19 for reinforced concrete. **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 116, n. 4, p. 285-295, 2019.

LEE, Jung-Yoon; KIM, Jinyoung. Simplified equation based on compability-aided truss model for shear strength of reinforced concrete beams, **ACI Structural Journal**, [s.l], v. 113, n. 6, p. 1301-1312, 2016.

LEONHARDT, F.; MÖNNING, E.. **Construções de concreto**: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado. 2ª ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

Microsoft Excel 2019. Versão 2302. Redmond: Microsoft, 2018. Disponível em: https://www.microsoft.com/pt-br/microsoft-365>. Acesso em: 01 mar. 2023.

MÖRSCH, E.. Concrete – steel construction (der eisenbetonbau). 3ª ed. New York: The Engineering News Publishing Company, 1909.

PINHEIRO, L.. Fundamentos do concreto e projeto de edifícios. São Paulo: EESC-USP, 2007.

RITTER, W.. Die bauweise hennebique. Zürich: ETZH, 1899.

SOUZA, R.; BITTENCOURT, T.. Definição de expressões visando relacionar f'c e fck, **IV Encontro Tecnológico da Engenharia Civil e Arquitetura**, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

VECCHIO, F.; COLLINS, M.. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. **ACI Journal**, [s.l], v. 83, n. 2, p. 219-231, 1986.

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO II

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE O DIMENSIONAMENTO DE VIGAS AO CISALHAMENTO COM A UTILIZAÇÃO DAS NORMAS ABNT NBR 6118:2014 E O ACI 318-19. ACADÊMICO: LUCAS FELIPE DE OLIVEIRA

APÊNDICE - A (TABELAS DE DIMENSIONAMENTO)

Propriedades	Propriedades geométricas				
c (cm)	3,0				
Ø⊤ (mm)	10,0				
Øw (mm)	6,3				
h (cm)	40,0				
h (in)	15,7				
bw (cm)	14,0				
bw (in)	5,5				
d' (cm)	4,1				
d (cm)	35,9				
d (in)	1/11				

Coeficientes de redução				
γc 1,4				
γs	1,15			
ф	0,75			
λ	0,85			
λs	-			

Propriedades do concreto					
25					
1,786					
3330					
0,256					
0,180					
0,128					
0,9					

Proprieda	Propriedades do aço					
fywк (MPa)	500					
fywb (kN/cm ²)	43,48					
fүт (psi)	54389					
Nº ramos	2					
Asw (cm ²)	0,623					
Av (in²)	0,097					

$$f_c' = f_{ck} - 2,04$$

Vrd2 (kN)	217,91
Vco (kN)	38,64
θ (°)	45
α (°)	90
ρsw,mín (%)	0,10
Vsd,mín (kN)	58,80
Vsw,min (kN)	20,16

$$v_{Rd2} = 0.54 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d sen^2 \theta (\cot \alpha + \cot \theta)$$

$$V_{c0} = 0.6 f_{ctd} b_w d$$

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w s \sec \alpha} \ge 0.2 \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}}$$

V _{RD2} (kN)	217,91
Vco (kN)	38,64
θ (°)	45
α (°)	90
ρsw,mín (%)	0,10
Vsw.min (kN)	20.16

	NBR - MODELO DE CÁLCULO I									
Trecho	Vsd (kN)	Vsd ≤ VRd2	Vsw (kN)	Asw/s (cm ² /m)	s (cm)	Smáx (cm)	Sadot (cm)	Vsw,ef (kN)	V _{Rd3} (kN)	ρsw (%)
Α	46,61	OK!	20,16	1,436	43,41	21,522	21	41,67	80,31	0,21
В	9,85	OK!	20,16	1,436	43,41	21,522	21	41,67	80,31	0,21
С	67,93	OK!	29,29	2,087	29,88	21,522	21	41,67	80,31	0,21
D	109,37	OK!	70,73	5,039	12,37	21,522	12	72,92	111,57	0,37
E	103,06	OK!	64,42	4,589	13,58	21,522	13	67,31	105,96	0,34
F	98,47	OK!	59,83	4,262	14,63	21,522	14	62,51	101,15	0,32
G	69,27	OK!	30,63	2,182	28,57	21,522	21	41,67	80,31	0,21
Н	86,67	OK!	48,03	3,422	18,22	21,522	18	48,62	87,26	0,25
I	84,18	OK!	45,54	3,244	19,22	21,522	19	46,06	84,70	0,23
J	41,04	OK!	20,16	1,436	43,41	21,522	21	41,67	80,31	0,21

$$V_{sw} = V_{sd} - V_{c} \qquad \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) = \frac{V_{sw}}{0.9 \ d \ f_{ywd} \ (cotg\alpha + cotg\theta) \ sen\alpha} \qquad S = \frac{0.9 \ A_{sw} \ d \ f_{ywd}}{V_{sw}} \qquad S_{m\acute{a}x} = 0.6 \ d \le 30 \ cm \rightarrow se \ V_{sd} \le 0.67 V_{rd2} \\ S_{m\acute{a}x} = 0.3 \ d \le 20 \ cm \rightarrow se \ V_{sd} > 0.67 V_{rd2} \qquad V_{sw.ef} = \frac{0.9 \ A_{sw} \ d \ f_{ywd}}{S_{adot}} \qquad V_{Rd3} = V_{c} + V_{sw.ef} \qquad \rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_{w} \ S_{adot}} * 100 \ section{100}{c}$$

NBR - MODELO DE CÁLCULO II												
Trecho	Vsd (kN)	Vsd ≤ VRd2	Vc (kN)	Vsd,mín (kN)	Vsw (kN)	Asw/s (cm ² /m)	s (cm)	Smáx (cm)	Sadot (cm)	Vsw,ef (kN)	V _{Rd3} (kN)	ρsw (%)
А	46,61	OK!	36,92	57,08	20,16	1,436	43,41	21,522	21	41,67	78,60	0,21
В	9,85	OK!	38,64	58,80	20,16	1,436	43,41	21,522	21	41,67	80,31	0,21
С	67,93	OK!	32,33	52,49	35,60	2,536	24,58	21,522	21	41,67	74,00	0,21
D	109,37	OK!	23,40	43,55	85,97	6,125	10,18	21,522	10	87,51	110,90	0,45
E	103,06	OK!	24,76	44,91	78,30	5,579	11,18	21,522	11	79,55	104,31	0,40
F	98,47	OK!	25,75	45,90	72,72	5,181	12,03	21,522	12	72,92	98,67	0,37
G	69,27	OK!	32,04	52,20	37,23	2,652	23,50	21,522	21	41,67	73,71	0,21
Н	86,67	OK!	28,29	48,45	58,38	4,159	14,99	21,522	14	62,51	90,80	0,32
1	84,18	OK!	28,83	48,98	55,35	3,944	15,81	21,522	15	58,34	87,16	0,30
J	41,04	OK!	38,13	58,28	20,16	1,436	43,41	21,522	21	41,67	79,80	0,21

$$V_{c1} = V_{c0} \frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \qquad V_{Sd,min} = V_{sw,min} + V_{c}$$

Vc (lbf)	7636,03
Vc,máx (lbf)	19090,08
Vc ≤ Vc,máx	OK!
Vu,max (lbf)	32677,73
Vs,min (lbf)	3891,90
Vu,min (lbf)	11527,93
α (°)	90

$$V_c = 2 \lambda \sqrt{f_c'} b_w d$$

$$V_{c,max} = 5 \lambda \sqrt{f_c'} b_w d$$

$$V_{u,max} = \phi \left(V_c + 8 \sqrt{f_c'} b_w d \right)$$

$$\frac{A_{v,min}}{s} > \begin{cases} 0.75 \sqrt{f_c'} \frac{b_w}{f_{yt}} \\ 50 \frac{b_w}{f_{yt}} \end{cases}$$

					ACI - MÉTO	DO SIMPLES					
Trecho	V∪ (kN)	V∪ (lbf)	Vu ≤ Vu,máx	Vs (lbf)	A _v /s (in ² /ft)	s (in)	Smáx (in)	Sadot (cm)	Vs,ef (lbf)	Vn (lbf)	ρsw (%)
А	41,18	9257,6	OK!	3891,90	0,061	19,07	7,06	17	11089,94	18725,97	0,26
В	8,64	1942,3	OK!	3891,90	0,061	19,07	7,06	17	11089,94	18725,97	0,26
C	60,08	13506,5	OK!	7779,50	0,122	9,54	7,06	17	11089,94	18725,97	0,26
D	97,52	21923,4	OK!	16196,35	0,253	4,58	7,06	11	17138,99	24775,03	0,40
E	93,1	20929,7	OK!	15202,69	0,238	4,88	7,06	12	15710,74	23346,78	0,37
F	89,06	20021,5	OK!	14294,47	0,223	5,19	7,06	13	14502,22	22138,26	0,34
G	63	14163,0	OK!	8435,94	0,132	8,80	7,06	17	11089,94	18725,97	0,26
Н	78,58	17665,5	OK!	11938,47	0,187	6,22	7,06	15	12568,59	20204,63	0,30
I	76	17085,5	OK!	11358,46	0,177	6,53	7,06	16	11783,06	19419,09	0,28
J	36,84	8282,0	OK!	3891,90	0,061	19,07	7,06	17	11089,94	18725,97	0,26

$$V_{s} = V_{u} - \phi V_{c} \quad \frac{A_{v}}{s} = \frac{V_{s}}{f_{yt} \left(\sin \alpha + \cos \alpha \right) d} \qquad s = \frac{A_{v} f_{yt} \left(\sin \alpha + \cos \alpha \right) d}{V_{s}} \qquad if V_{s} \le 4 \sqrt{f_{c}'} b_{w} d \therefore S_{m\acute{a}x} = \frac{d}{2} \le 24 in$$

$$if V_{s} > 4 \sqrt{f_{c}'} b_{w} d \therefore S_{m\acute{a}x} = \frac{d}{4} \le 12 in$$

$$V_{s,ef} = \frac{A_{v} f_{yt} \left(\sin \alpha + \cos \alpha \right) d}{s_{adot}} \qquad V_{n} = V_{sef} + V_{c} \qquad \rho_{sw} = \frac{A_{v}}{b_{w}} S_{adot} * 100$$

ACI MÉTODO DETALHADO													
Trecho	V∪ (kN)	V∪ (lbf)	Vu ≤ Vu,máx	ρω (%)	Vc (lbf)	Vs (lbf)	A _v /s (in ² /ft)	s (in)	Smáx (in)	Sadot (cm)	Vs,ef (lbf)	Vn (lbf)	ρsw (%)
Α	41,18	9257,6	OK!	0,28	4305,07	6028,83	0,094	12,31	7,06	17	11089,94	15395,01	0,26
В	8,64	1942,3	OK!	0,28	4305,07	3891,90	0,061	19,07	7,06	17	11089,94	15395,01	0,26
С	60,08	13506,5	OK!	0,28	4305,07	10277,72	0,161	7,22	7,06	17	11089,94	15395,01	0,26
D	97,52	21923,4	OK!	0,84	6208,99	17266,63	0,270	4,30	7,06	10	18852,89	25061,88	0,45
E	93,1	20929,7	OK!	0,84	6208,99	16272,98	0,254	4,56	7,06	11	17138,99	23347,98	0,40
F	89,06	20021,5	OK!	0,70	5842,88	15639,33	0,244	4,75	7,06	12	15710,74	21553,63	0,37
G	63	14163,0	OK!	0,70	5842,88	9780,81	0,153	7,59	7,06	17	11089,94	16932,82	0,26
Н	78,58	17665,5	OK!	1,40	7361,57	12144,31	0,190	6,11	7,06	15	12568,59	19930,16	0,30
I	76	17085,5	OK!	1,40	7361,57	11564,31	0,181	6,42	7,06	16	11783,06	19144,63	0,28
J	36.84	8282.0	OK!	1.40	7361.57	3891.90	0.061	19.07	7.06	17	11089.94	18451.51	0.26

$$V_c = 8 \lambda \rho_w^{\frac{1}{3}} \sqrt{f_c'} b_w d$$