



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS

APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS NA ESTIMATIVA DE CRESCIMENTO DE HÍBRIDOS COMERCIAIS DE MILHO

GABRIELLY SANCHES MACHADO

DOURADOS-MS

Dezembro 2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS

APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS NA ESTIMATIVA DE CRESCIMENTO DE HÍBRIDOS COMERCIAIS DE MILHO

Gabrielly Sanches Machado

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Lucas Terra Peixoto

Co-orientador: Prof. Dr. Mábio Silvan José da Silva

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal da Grande Dourados, como
parte dos requisitos para obtenção do título de
Zootecnia.

Dourados-MS

Dezembro 2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP).

M149a Machado, Gabrielly Sanches

Aplicação de modelos matemáticos na estimativa de crescimento de híbridos comerciais de milho [recurso eletrônico] / Gabrielly Sanches Machado. -- 2024.

Arquivo em formato pdf.

Orientador: Eduardo Lucas Terra Peixoto.

Coorientador: Mábio Silvan José da Silva.

TCC (Graduação em Zootecnia)-Universidade Federal da Grande Dourados, 2024.

Disponível no Repositório Institucional da UFGD em:

<https://portal.ufgd.edu.br/setor/biblioteca/repositorio>

1. Modelo Logístico. 2. Qualidade de ajuste. 3. Valores observados e preditos. I. Peixoto, Eduardo Lucas Terra. II. Silva, Mábio Silvan José Da. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

©Direitos reservados. Permitido a reprodução parcial desde que citada a fonte.

DEDICATÓRIA

À Deus, Jesus e o Espírito Santo

Aos meus pais, Maria Iria e Aparecido Dirley

Ao meu companheiro, Ademar Neto

E ao meu orientador, Eduardo Peixoto por todo discernimento

Aos meus professores

E aos meus amigos



CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS NA ESTIMATIVA DE CRESCIMENTO DE HÍBRIDOS COMERCIAIS DE MILHO

GABRIELLY SANCHES MACHADO

PROF. DR. EDUARDO LUCAS TERRA PEIXOTO

Aprovada como parte das exigências para a obtenção do grau de bacharel em **ZOOTECNIA** pela comissão examinadora.

Prof. Dr. Eduardo Lucas Terra Peixoto
(Orientador)

Prof. Dr. Mábio Silvan José da Silva
(UFGD)

Letícia Silva Sales
(Mestranda PPGZ – UFGD)

Data de realização: 13 de dezembro de 2024

Prof. Dr. Rodrigo Garófallo Garcia
Presidente da comissão do TCC-Zootecnia

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço à Deus, pela força e coragem que me deu, por chegar até aqui, para enfrentar os desafios, pois sem Ele, nada disso seria possível.

Agradeço, em especial, minha mãe Maria Iria, por ser a base da família. Sou grata a ela por acreditar em mim e tornar possível a realização desse sonho.

Ao meu pai, Aparecido Dirley, mesmo não estando mais presente entre nós, sou grata por todo que nos proporcionou em vida.

Ao meu companheiro de vida, Ademar Neto, por toda ajuda, e por estar ao meu lado a cada momento, sempre me apoiando.

Ao meu orientador, Eduardo Lucas Terra Peixoto, pelos ensinamentos e toda orientação até aqui, principalmente pela paciência e dedicação à sua profissão. Seu apoio foi fundamental para o meu desenvolvimento acadêmico.

E aos meus colegas e ao grupo de pesquisa NEPAF (Núcleo de Estudos em Pastagens e Autonomia Forrageira), que de alguma forma contribuíram para realização do meu trabalho de conclusão de curso.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	vii
RESUMO	1
ABSTRACT	2
1.0 INTRODUÇÃO.....	3
2.0 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 CURVA DE CRESCIMENTO.....	5
2.2 MODELOS LINEARES E NÃO LINEARES.....	6
2.3 MODELO DE GOMPERTZ.....	6
2.4 MODELO LOGÍSTICO.....	7
2.5 POTENCIAIS USOS DOS MODELOS MATEMÁTICOS.....	7
3.0 MATERIAIS E MÉTODOS.....	8
4.0 RESULTADOS E DISCUSSÃO	11
5.0 CONCLUSÃO	14
6.0 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	15

LISTA DE TABELAS

Tabela 01. Diferentes modelos usados para estimar a curva de crescimentos dos híbridos de milho comercial.....	10
Tabela 01. Indicadores de qualidade do ajuste (R^2 ajustado, AIC e erro quadrático médio de predição) dos modelos de Linear, Gompertz, Logístico e Lewis, para a curva de crescimento dos híbridos de milho.....	12
Tabela 02. Parâmetros dos modelos, Linear, Gompertz, Logístico, e Lewis para a curva de crescimento dos híbridos de milho.....	13

MACHADO, Gabrielly Sanches. **Aplicação de modelos matemáticos na estimativa de crescimento de híbridos comerciais de milho**. 2024. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Zootecnia) - Faculdade de Ciências Agrárias, Universidade Federal da Grande Dourados, Dourados, 2024.

RESUMO

Com o avanço dos estudos, direcionado ao cruzamento de espécies de plantas e animais, os híbridos de milho surgiram, com o propósito de se obter sementes com alto vigor híbrido, capazes de gerar plantas com produtividade superior em relação aos milhos tradicionais. Desse modo, é necessário conhecer o crescimento dos diferentes híbridos presente no mercado, pois cada híbrido apresenta sua particularidade, por serem mais produtivos e precoce, principalmente os híbridos do tipo simples, que são caracterizados por possuírem maior potencial de produção, e ainda oferecem plantas e espigas mais uniformes na lavoura, porém necessitam de um maior nível de tecnologia para o cultivo. Já os híbridos do tipo duplos apresentam menor produtividade em comparação a anterior, entretanto, para sua produção exige menor nível de tecnologia, reduzindo assim os custos de produção. E com isso, conhecer o desenvolvimento de cada híbrido é extremamente importante, de modo que, possa auxiliar o produtor na escolha de um híbrido que melhor represente sua realidade, assim, havendo necessidade de estudar melhor os tipos de híbridos disponíveis no mercado. Desta forma, objetivou-se avaliar diferentes modelos matemáticos, com o intuito de identificar aquele que descreve mais adequadamente a curva de crescimento de híbridos de milho. O experimento foi realizado no Campo Agrostológico – Faculdade de Ciências Agrárias da Universidade Federal da Grande Dourados, onde os híbridos de milho foram distribuídos em delineamento experimental em faixas, com oito híbridos sendo entre eles (UENF 506-11, UENF 2210, SHS 5570, B2829R, BM 270, P3707VYH, SZ7634VIP3, SS2118EVIP3) com quatro repetições. Os híbridos de milho receberam adubação de base no plantio, com N-P-K e posteriormente uma adubação de cobertura. As plantas foram mensuradas semanalmente, para verificação da altura, com auxílio de uma trena, e quantificação do número de folhas completamente expandida a cada mensuração. Os dados coletados, foram avaliados por meio do programa estatístico R, sendo utilizado os modelos Linear, Gompertz, Logístico e Lewis, para a determinação do modelo que melhor representasse a curva de crescimento de híbridos de milho, a escolha dos quatro modelos, se deu pelo fato de serem os mais usuais para aplicação em curvas de crescimento das mais diversas espécies. Os resultados encontrados, por meio da avaliação dos quatro modelos matemáticos, demonstraram que o modelo Linear e Lewis não são recomendados para a prática de avaliação de altura de crescimento, pois ambos apresentaram valores negativos para os coeficientes avaliados, o que não pode ser explicado biologicamente. O contrário foi encontrado para os modelos de Gompertz e Logístico, uma vez que para os indicadores de qualidade de ajuste (R^2 ajustado, AIC e erro quadrático médio de predição), ambos modelos apresentam semelhança de resultados, ou seja, melhores modelos ajustado aos dados. Entretanto para a determinação da escolha de um modelo que melhor represente a curva de crescimento de híbridos de milho, o modelo Logístico foi o que apresentou um grau de significância entre os parâmetros avaliados nos coeficientes a, b e K, sendo ele o mais indicado para avaliar estimativa de crescimento de híbridos de milho comerciais, por apresentar uma interpretação biológica válida.

Palavras chaves: Modelo Logístico, Qualidade de ajuste, Valores observados e preditos.

ABSTRACT

With the advancement of studies focused on the crossbreeding of plant and animal species, corn hybrids emerged with the purpose of obtaining seeds with high hybrid vigor, capable of generating plants with superior productivity compared to traditional corn varieties. Thus, it is necessary to understand the growth of the different hybrids available on the market, as each hybrid has its own particular characteristics. Single hybrids, for example, are characterized by their higher production potential and also offer more uniform plants and ears in the field. However, they require a higher level of technology for cultivation. On the other hand, double hybrids have lower productivity compared to single hybrids, but their production requires a lower level of technology, thereby reducing production costs. For this reason, understanding the development of each hybrid is extremely important to help producers choose a hybrid that best fits their reality, highlighting the need for further studies on the types of hybrids available in the market. Thus, the objective was to evaluate different mathematical models to identify the one that most adequately describes the growth curve of corn hybrids. The experiment was conducted at the Agrostology Field – Faculty of Agricultural Sciences, Federal University of Grande Dourados, where corn hybrids were distributed in a strip-plot experimental design with eight hybrids (UENF 506-11, UENF 2210, SHS 5570, B2829R, BM 270, P3707VYH, SZ7634VIP3, SS2118EVIP3) and four replications. The corn hybrids received basal fertilization at planting with N-P-K and later topdressing fertilization. The plants were measured weekly to assess height using a measuring tape and to quantify the number of fully expanded leaves at each measurement. The collected data were analyzed using the R statistical software, employing the Linear, Gompertz, Logistic, and Lewis models to determine which model best represented the growth curve of corn hybrids. These four models were chosen because they are the most commonly used for growth curve applications across various species. The results of the evaluation of the four mathematical models showed that the Linear and Lewis models are not recommended for evaluating growth height, as both presented negative values for the evaluated coefficients, which cannot be biologically explained. In contrast, the Gompertz and Logistic models demonstrated better fit quality indicators (adjusted R^2 , AIC, and mean squared prediction error), with both models yielding similar results, indicating a better fit to the data. However, for determining the best model to represent the growth curve of corn hybrids, the Logistic model stood out. It presented a significant degree of consistency among the evaluated parameters for coefficients a , b , and K , making it the most suitable for estimating the growth of commercial corn hybrids due to its valid biological interpretation.

Keywords: Logistic Model, Fit Quality, Observed and Predicted Values.

1.0 INTRODUÇÃO

O milho (*Zea mays*) é um cereal cultivado em grande parte do mundo, sendo destinado para alimentação dos animais, principalmente por ser um nutriente energético, responsável por compor o concentrado, ou o volumoso para silagem. A cultura do milho é destaque para a silagem, principalmente pela tradição do cultivo, por possuir uma elevada produtividade e pelo bom valor nutricional. Destaca-se que a utilização de híbridos tem se demonstrado ser uma ótima prática, por serem mais produtivos e adaptados às diferentes condições locais e apresenta uma boa aceitabilidade pelos animais (Paziani et al., 2009)

Híbridos de milho que apresentam maior proporção de fração vegetativa, em relação ao grão, é de interesse principalmente aos produtores de leite e carne, pois diminuem a ocorrência de doenças provocadas pelo uso de grande proporção de concentrado (grãos) na alimentação (Mayombo et al., 1997).

Os híbridos de milho são conhecidos de maneira geral por possuírem maior precocidade em relação aos demais milhos comercializados, pelo fato de possuir uma taxa de crescimento mais acelerada (dias após germinação) e atingirem sua maturidade mais rapidamente (inflorescência) conforme a altura que a planta se encontra, onde no momento em que a planta apresenta crescimento mais veloz é conhecido pela fase vegetativa da planta, que vai desde a germinação até o florescimento, sendo encontrado diferentes períodos de desenvolvimento das fases como VE, V1, V2, V3, V4, V(n), VT, que nada mais é que, a quantidade de folhas desenvolvida e o VT sendo responsável pelo pendoamento, momento em que o potencial tamanho das espigas começa a ser definido, para posteriormente iniciar o estágio reprodutivo, que ocorre após o florescimento e incluem a formação das espigas, sendo marcado por fases como R1, R2, R3, R4, R5, R6, onde cada R define a forma que o grão do milho de encontra (embonecamento, bolha d'água, leitoso, pastoso, formação de dente e maturidade fisiológica).

Desse modo, entender a fenologia do milho é de extrema importância, pois o seu conhecimento pode auxiliar na identificação de desenvolvimento da planta, de modo que permite relacionar seu desenvolvimento com as condições ambientais, além de contribuir para aplicação de adubos ou produtos químicos, no momento correto, conforme a fase que a planta se encontra, ou ainda a exigência de condição hídrica, uma vez que, na fase de transição a planta demanda quantidade de água significativa, para o enchimento de grãos (Magalhães et al, 2006).

Dentre as vantagens do cultivo do milho, pode se destacar este é considerado uma das melhores plantas para ensilar devido ao fato de apresentar uma boa produção de MS por hectare, elevado valor nutritivo, e tem sido uma ótima solução para os períodos de baixa produção de forragens, de modo a proporcionar um volumoso de boa qualidade e largamente utilizado na alimentação de ruminantes (Allen et al., 2003).

Desta forma, o estudo do crescimento de uma planta, é necessário, visto que, por meio de análises é que se conhecesse como ocorre o crescimento de uma espécie, de modo que possa contribuir para determinar um manejo que seja mais adequado para a cultura. Com isso, os modelos têm demonstrado ser uma ótima ferramenta, para a produção animal e vegetal, pelo fato de simular um fenômeno do mundo real através da capacidade em fazer previsões, e são utilizados nas diversas áreas de pesquisa. Por meio dessa tecnologia é possível reduzir os custos de produção, minimizar possíveis perdas com os riscos ambientais e ainda proporcionar sustentabilidade ao planejamento (Veloso, et al 2009).

De modo geral, na estatística, estuda-se relações existentes entre duas variáveis como X e Y por meio de uma função utilizando regressão, de forma que explique essa relação. Com isso, os principais objetivos da regressão é prever a variável resposta, selecionar variáveis e estimar parâmetros e inferir com relação aos mesmos (Tedeschi, 2023). Mediante a isso, é imprescindível o estudo dos diferentes modelos matemáticos, de maneira a entender o comportamento do crescimento da planta, buscar encontrar aquele que melhor aproxima das condições reais e, com isso, permitir atender ao produtor com uma ferramenta simples e prática que possibilite a escolha do híbrido, pelo rápido crescimento, ou maior rendimento de massa verde.

Desta forma, objetivou-se avaliar diferentes modelos matemáticos, como o Linear, Gompertz, Logístico e Lewis, afim de encontrar dentre os modelos citados, qual melhor pode representar a curva de crescimento de híbridos de milho.

2.0 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os modelos matemáticos são estudos de uma representação do fenômeno real, ou seja, são aproximações da realidade, que permitem representar por meio de equações matemáticas os processos reais. Todavia existem diversos modelos disponíveis, sendo necessário a escolha de um que represente melhor os dados reais coletados a campo.

Os modelos matemáticos são conhecidos por serem eficientes em processar dados monitorados no sistema, em informações pertinentes. Desta forma, essa ferramenta tem contribuído para tomada de decisões, pela capacidade que esses modelos apresentam em prever resultados de diferentes formas de alternativa de manejo e ainda evidenciar estratégias. De maneira mais simplificada, a modelagem é uma habilidade fundamental da mente humana e está relacionado à simplificação intencionais da realidade (Tedeschi et al. 2019).

Desta maneira, existem formas de classificar os modelos, como em empíricos e mecanísticos e determinístico, ou seja, um modelo é dito que é empírico, quando os dados são coletados sem levar em conta os passos intermediários que ocasionaram a resposta final, de modo a atribuir diretamente ao tratamento correspondente, em relação ao modelo mecanísticos. Os dados são obtidos com a compreensão da forma que foram gerados (Sampaio, 2002). Enquanto o modelo determinístico é responsável por solucionar, de forma exata, para o mesmo conjunto de entradas, ou seja, isso determina que o modelo depende exclusivamente de valores iniciais e cálculos realizados durante o processo de simulação (Tholon & Queiroz, 2009).

2.1 CURVA DE CRESCIMENTO

Os modelos têm contribuído para a análise qualitativa do crescimento vegetal, que consiste, basicamente, em avaliação de dados obtidos através de coletas sequenciais, de forma a descrever mudanças na produção de biomassa em função do tempo, por exemplo, e ajustadas com cálculos de taxas de crescimento. A análise de crescimento é uma ferramenta que pode investigar a adaptação ecológica de cultura a novos ambientes, a competição entre espécies e variedades existentes, o efeito do manejo e tratos culturais e ainda a identificação da capacidade produtiva de diferentes genótipos

Uma curva de crescimento é uma sequência de medidas como, peso, comprimento, altura, entre outros, tomadas repetidamente ao longo do tempo. Além disso, estudar as curvas de crescimento, por meio de modelos lineares ou não lineares, apresenta uma grande capacidade

de sintetização das informações presentes no conjunto de dados, de modo a resumir em apenas alguns parâmetros com interpretações práticas (Terra et al., 2010).

Desta forma, vários autores tem trabalhado com modelos não lineares, principalmente para descrever curva de crescimento, em diversas áreas. As funções não lineares mais utilizadas na descrição de curva de crescimento são as de Richards, Gompertz, Von Bertalanffy, Brody e Logístico (Mazzini et al., 2003).

2.2 MODELOS LINEARES E NÃO LINEARES

Os modelos podem ser classificados matematicamente em lineares e não lineares. A modelagem linear e não linear é usada para otimização de problemas de uma ou mais variáveis é comumente utilizada na agricultura. As variáveis de decisão representam as variáveis desconhecidas (independentes), de modo que seus valores otimizados produzirão a solução para o problema (Tedeschi et., 2020).

Desta forma, um modelo é considerado linear quando todos os parâmetros estão dispostos linearmente, mesmo quando existem termos elevados ao quadrado, ao cubo, etc. (Tholon e Queiroz, 2009). De modo geral, os modelos lineares podem apresentar apenas uma solução para cada um dos parâmetros, que é obtida por meio da matriz de informação do sistema que contém somente elementos numéricos (Tedeschi et al., 2023).

Enquanto nos usos de modelos de regressão não lineares, o sistema de equação normais não apresenta uma forma fechada para estimar os parâmetros, ou seja, as estimativas são obtidas por meio de métodos iterativos (Draper & Smith, 1998). De modo geral, esses métodos consistem em basicamente a partir de um valor inicial para os parâmetros, ir melhorando-o até que ocorra a convergência para o valor real (Mazucheli et al., 2002). Nesse sistema, busca-se um valor mínimo para a soma de quadrados do erro ou resíduo.

2.3 MODELO DE GOMPERTZ

O modelo de Gompertz é uma ferramenta provedora de informações, para possíveis intervenções direcionadas a adequações no sistema produtivo, considerando cada cenário individualmente. Este modelo tem descrito crescimento, tanto de fenômenos biológicos, quanto econômicos. De maneira geral, o modelo tem sido utilizado para evidenciar, crescimento de plantas, frangos de corte, poedeiras, de bovinos, ovinos e tilápias do Nilo (Brusamarelo et al., 2020).

De acordo com Tjørve & Tjørve (2017), algumas parametrizações são mais utilizadas, devido à facilidade que se encontra para interpretação de seus parâmetros, de modo que a configuração mais simplificada do modelo de Gompertz levará em consideração três informações biológicas do crescimento.

2.4 MODELO LOGÍSTICO

O modelo logístico é utilizado para avaliação quanto às suas características matemáticas e quanto ao método de estimar seus parâmetros, sendo extensivamente utilizado para a representação do crescimento animal e vegetal (Lyra et al., 2003).

De acordo com Lyra (2008), que avaliou modelo de crescimento logístico e exponencial para o milho br 106, em três épocas de plantio, concluiu que a análise do ajuste do modelo logístico à matéria seca da parte aérea (caule, folhas, espigas e total), demonstrou conformação significativas, tanto para a variável dependente graus-dia acumulados como dias após a emergência, independente da época do ano.

De acordo com Muianga (2016), que avaliou o ajuste do modelo de Gompertz e Logístico, para estimar os parâmetros de curva de crescimento dos frutos de caju, concluiu que o modelo Logístico com uma estrutura autorregressiva da primeira ordem, descreveu o crescimento dos frutos de cajueiro com bons indicadores de qualidade de ajuste.

2.5 POTENCIAIS USOS DOS MODELOS MATEMÁTICOS

Conhecer a curva de crescimento de uma planta, permite realizar o manejo adequado da cultura, de modo a auxiliar, por exemplo, na identificação das diferentes fases fenológicas envolvidas em seu desenvolvimento, quando se trata de frutas, a época de maior ganho de massa do fruto, bem como o momento ideal para aplicação de adubação e principalmente auxilia na determinação do ponto ótimo de colheita (Fernandes et al., 2014).

Já em relação a cultura do milho, propriamente dito, há amplas possibilidade de aplicação de modelos de simulação, principalmente nas áreas de avaliação de interação genótipo x ambiente, caracterização de ambiente para instalação de ensaios, caracterização de seca, manejo de nitrogênio e de água, época de semeadura, avaliação de efeitos de mudanças climáticas no desempenho das culturas, entre outros (Andrade et al., 2009).

Com relação as questões ambientais, os modelos podem ser empregados, para avaliar riscos de lixiviação de nitrato, tanto em sistemas de produção que envolvem fertilização

química, quanto naquela que utilizam dejetos de animais. Os modelos podem ser usados para avaliar cenários de manejo da cultura que possibilitem aumentar o estoque de carbono no solo, por exemplo de modo a contribuir para redução de emissões deste. Ainda extensionistas e consultores podem utilizar os modelos matemáticos para comparar cultivares e avaliar os efeitos da correção do solo, da fertilização, e da irrigação no desempenho e na rentabilidade da cultura (Andrade et al., 2009).

3.0 MATERIAIS E MÉTODOS

O experimento foi realizado na Área Experimental de Forragicultura e Pastagens, na Faculdade de Ciências Agrárias, localizada na Universidade Federal da Grande Dourados, em Dourados, Mato Grosso do Sul. Para uma melhor condução do experimento, foi realizado o preparo do solo, com revolvimento com arado, seguido por nivelamento com grade.

A semeadura dos híbridos, ocorreu em solo classificado como Latossolo Distrófico vermelho (Santos, 2018). O delineamento experimental utilizado foi em faixas, sendo utilizados 8 (oito) híbridos, sendo eles (UENF 506-11, UENF 2210, SHS 5570, B2829R, BM 270, P3707VYH, SZ7634VIP3, SS2118EVIP3) com 4 (quatro) repetições. As parcelas experimentais foram compostas por cinco linhas com cinco metros de comprimento, e 0,5 metro de espaçamento entre linhas, com stand de plantas de 75.000 plantas/ha.

Os híbridos de milho comerciais também receberam adubação de base, sendo realizada no seu plantio com as seguintes doses de N-P-K (32 kg/ha nitrogênio, 64 kg/ha fósforo e 112 kg/ha de potássio), e ainda durante o crescimento dos híbridos, nas fases V4 e V5 de estágio fenológico (estádio vegetativo do milho com 4 e 5 folhas totalmente expandidas) houve uma reaplicação de adubação de cobertura com as seguintes doses, 90kg/ha de N e 60kg/ha de P, onde as adubações nitrogenadas de cobertura foi realizada a 20 cm das fileiras de plantas e ainda incorporada a 3,0 cm de profundidade e o P e K, foram lançadas ao meio da cultura.

Decorridos 10 dias após a emergência das plântulas, selecionou-se, dentro da área útil das parcelas, cinco plantas por repetição. Estas foram previamente identificadas com barbantes coloridos, para mensurações semanais dos parâmetros de: tamanho da planta, mensurado com o auxílio de uma trena e número de folhas completamente expandidas na planta. As mensurações forma encerradas quando as plantas emitiram a inflorescência, momento no qual elas atingiram seu potencial máximo de crescimento.

Os dados obtidos foram avaliados por meio dos modelos de Linear, Gompertz, Logístico e Lewis (Tabela 1

Tabela 01. Diferentes modelos usados para estimar a curva de crescimentos dos híbridos de milho comercial

Modelo	Equação	Referência
Linear	$ALT = a + bT$	-
Gompertz	$ALT = a * \exp(-b * \exp(-k * T))$	GOMPERTZ, (1825)
Logístico	$ALT = a / (1 + \exp(b - k * T))$	RICHARDS (1959)
Lewis	$ALT = \exp(-k * T)$	LEWIS (1921)

ALT = altura da planta (cm); T= dias após germinação; a = reflete uma estimativa da altura da planta no final; b = é uma constante de integração, não possui interpretação biológica e é estabelecido pelos valores iniciais da característica e a idade; k = é interpretado como taxa de crescimento (cm dia⁻¹) e indica a velocidade de crescimento da planta de milho.

Os modelos matemáticos foram ajustados por meio de análise de regressão não-linear pelo método Gauss Newton. A significância dos parâmetros dos modelos foi avaliada pelo teste t adotando o nível de 5% de probabilidade.

A análise do modelo que mais se adequa aos dados foi efetuada utilizando o erro quadrático médio de previsão (EQM), os coeficientes de determinação ajustados (R² ajustado) e o critério de Akaike.

O EQM foi determinado pela equação:

$$EQM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Onde:

- n é o número de amostras.
- y_i é o valor real da amostra i.

- $\hat{y}_i$ é o valor previsto pelo modelo para a amostra i .

O critério de informação de Akaike (AIC) permite utilizar o princípio da parcimônia na escolha do melhor modelo, ou seja, de acordo com este critério nem sempre o modelo mais parametrizado é melhor (Burnham e Anderson, 2004). Menores valores de AIC refletem um melhor ajuste (Akaike, 1974). Sua expressão é dada por: $AIC = -2\ln(L) + 2p$ – em que: p é o número de parâmetros e $\ln L$ o valor do logaritmo da função de verossimilhança (L) considerando as estimativas dos parâmetros.

4.0 RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com os valores encontrados, para os modelos que foram avaliados, pode-se dizer, que o modelo de Gompertz e Logístico são os que apresentaram melhor qualidade de ajuste (Tabela 02).

Tabela 03. Indicadores de qualidade do ajuste (R^2 ajustado, AIC e erro quadrático médio de predição) dos modelos de Linear, Gompertz, Logístico e Lewis, para a curva de crescimento dos híbridos de milho

Modelo	R^2_{ajust}	AIC	EQM	Shapiro-Wilk
Linear	0,847	6408,9	804,6	<0,001
Gompertz	0,914	6023,8	452,2	<0,001
Logístico	0,913	6029,2	455,9	<0,001
Lewis	0,856	6725,0	1291,7	<0,001

R^2 ajust = coeficiente de determinação do modelo ajustado; AIC = critério de Akaike; EQM = erro quadrático médio de predição

O R^2 ajustado, desses modelos, foram os que obtiveram valores mais próximos de 1, o que demonstra ter mais confiabilidade, e isso ocorreu também para o parâmetro AIC, que segundo Akaike (1974), espera-se menores valores de AIC, já que reflete um melhor ajuste. Com base nesses critérios, o melhor modelo ajustado aos dados foram o de Gompertz e o Logístico, além disso, os valores do EQM, que mede a precisão dos modelos, foram baixos e, quanto mais baixo, melhor. O modelo Linear e, principalmente, o de Lewis apresentaram valores elevados de EQM, um indicativo das ocorrências de erros, ou seja, o menos adequado para o conjunto de dados analisados.

Além disso os referidos modelos possuem parâmetros de modelos com explicação biológica aceitável, ao passo que os modelos Linear e Lewis, seriam eliminados, por apresentar coeficientes de interesse negativos, o que não pode ser explicado biologicamente, de modo que os modelos só foram avaliados pelo fato de serem comumente utilizados em curva de crescimento das mais diversas espécies, com isso a possibilidade de apresentar resultados significativos para tal estudo avaliado.

Contudo o parâmetro a , para o modelo de Gompertz não apresentou diferença estatística, e para o K , demonstrou que a planta cresceu apenas 0,01 cm diariamente, enquanto no modelo de logístico, ambos coeficientes apresentaram diferença significativa, e para o coeficiente K , foi encontrado 0,07 cm, que significa que a planta crescia diariamente esse valor (Tabela 03).

Tabela 04. Parâmetros dos modelos, Linear, Gompertz, Logístico, e Lewis para a curva de crescimento dos híbridos de milho

Modelo	Parâmetros do modelo	Erro padrão	P-Valor dos parâmetros
Linear	$\alpha = -52,309$	2.493	<0,0001
	$\beta = 4,422$	0.072	<0,001
Gompertz	$a = 530,900$	3843	0,168
	$b = 7,067$	0,554	<0,001
	$K = 0,014$	0,002	<0,001
Logístico	$a = 603$	115,9	<0,0001
	$b = 4,448$	0,117	<0,0001
	$K = 0,072$	0,003	<0,0001
Lewis	$K = - 0,103$	0,0002	<0,0001

ALT = altura da planta (cm); T= dias após germinação; a = reflete uma estimativa da altura da planta no final; b = é uma constante de integração, não possui interpretação biológica e é estabelecido pelos valores iniciais da característica e a idade; k = é interpretado como taxa de crescimento (cm dia⁻¹) e indica a velocidade de crescimento da planta de milho

Ou seja, dos quatros modelos avaliados, somente o modelo Logístico que apresentou todos parâmetros ter interpretação biológica válida e significância do modelo.

De acordo com Mangueira (2015) que avaliou o modelo logístico com três tipos de erros assimétricos e heterocedásticos sendo eles (modelo logístico normal, modelo logístico skew-normal e modelo logístico skew-t) aplicados a dados de altura do milho, o modelo logístico considerando erros normais assimétricos foi o que resultou em melhor ajuste aos dados de altura da planta do milho do híbrido transgênico, conforme o critério de informação do Akaike.

Mendes (2011), também avaliou diferentes ajuste de modelos como de Gompertz e Logístico na descrição de curvas de crescimento de tomates, ambos modelos apresentaram valores para as estimativas dos parâmetros coerentes com a realidade dos frutos de tomateiro, entretanto, na comparação entre os modelos, apesar dos bons ajustes aos dados, o modelo logístico foi considerado com o melhor e mais adequado para explicar o comportamento dos dados, encontrado pela autora, similar ao ocorrido no presente estudo.

Lucena (2016), avaliando ajustes de crescimento do comprimento do cladódio de *Nopalea Cochenillifera*, com o objetivo de modelar o crescimento do comprimento do cladódio em relação a idade, espessura e largura do cladódio, ajustados com diferentes modelos, concluiu que o modelo logístico, tangente hiperbólico e polinomial foram os mais adequados para

explicar o comportamento do crescimento do cladódio, por apresentarem coeficiente de determinação de elevado grau, baixo AIC, e menores soma de quadrados de resíduos.

Ao plotar os valores estimados com os observados é possível notar que para os modelos de Gompertz e Logístico são os que mais se aproximaram os valores observados e dos estimados (Figura 01), no entanto, notou-se que o modelo Logístico, é o que mais se manteve próximo dos valores estimados, demonstrando ser uma ótima ferramenta para se utilizar na predição de altura de planta de milho. Todavia, ainda é necessário realizar estudos de novos modelos que podem descrever melhor a curva de crescimento de híbridos comerciais de milho.

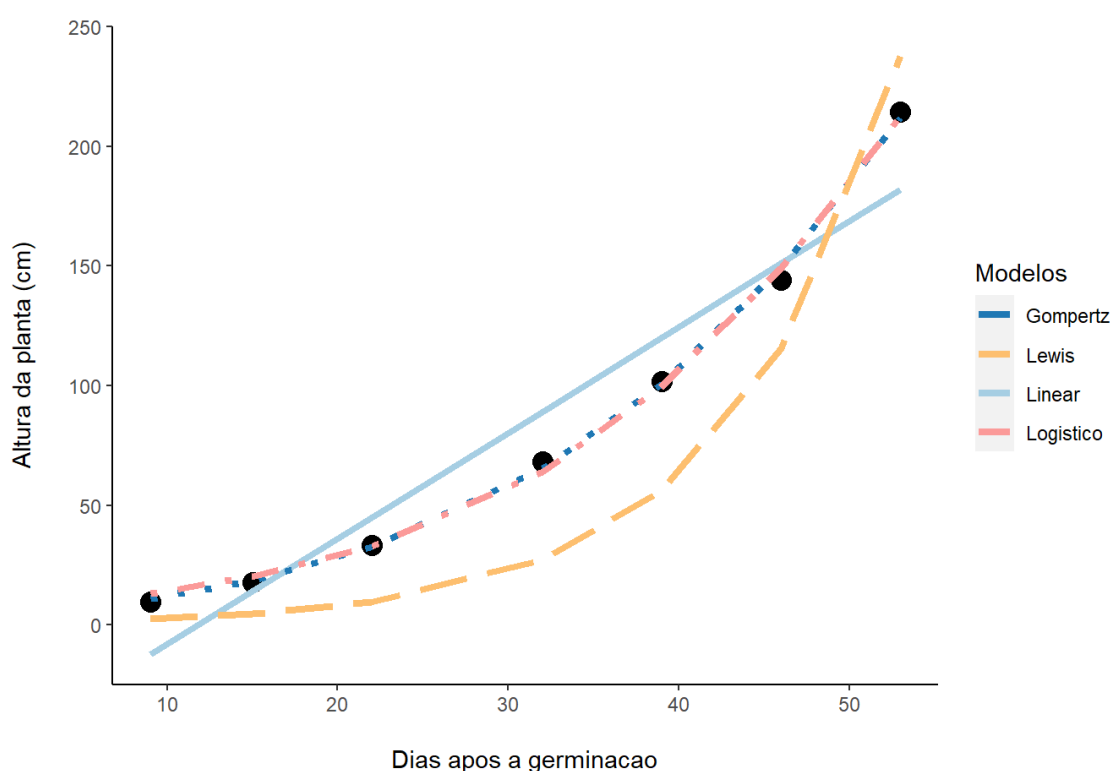


Figura 1. Gráfico com valores observados e curvas preditas pelos modelos, Linear, Gompertz, Logístico e Lewis, para a curva de crescimento dos híbridos de milho.

Vale salientar que a altura da planta não é um ótimo preditor, como seria se tivesse sido utilizado a massa de forragem, por este apresentar uma variabilidade grande nas características a campo. No entanto, nesse estudo, optou-se por usar essa variável como preditora, devido sua facilidade de mensuração a campo e não ser um método destrutivo. Tal variabilidade pode ter afetado a qualidade do ajuste dos modelos, assim como a resposta genotípica em função das características ambientais, fazendo assim que mais estudos sejam realizados e que incluam nos modelos aspectos que considerem fatores ambientais (temperatura, luminosidade, pluviosidade, radiação solar) e parâmetros fisiológicos (índice de

área foliar e interceptação luminosa), isso permitirá ter modelos mais precisos e robustos, capazes de gerar mais informações práticas.

5.0 CONCLUSÃO

Diante ao apresentado conclui-se que o modelo Logístico foi o que apresentou melhor qualidade de ajuste com parâmetros que possuem interpretação biológica para curvas de crescimento dos híbridos comerciais de milho avaliados, na região de Dourados – MS.

6.0 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKAIKE, H. A New Look at the Statistical Model Identification. I.E.E.E. **Transactions on Automatic Control**, pp. 716-723. 1974.
- ALLEN, M.S.; COORS, J.G.; ROTH, G.W. Corn Silage.; et al. Silage science and technology. **Soil Science Society of America**, p.547-608, 2003.
- ANDRADE, T. L. C.; AMARAL, A. T.; JÚNIOR, B. F. C. J. et al. Modelagem do Crescimento de culturas: aplicações à cultura do milho. **Embrapa milho e sorgo**. p.65, ISSN 1518-4277, 2009.
- BORGES, D.B.; DUARTE, V.H.; GAZZONI J.J. et al. Silagem de milho - Características agronômicas e considerações (Silage corn – Agronomic characteristics and considerations). **Revista Eletrônica de Veterinária**, vol.10, n.2, ISSN: 1695-7504, 2009.
- BRUSAMARELO E.; PEREIRA, S.V.T.; BRUSAMARELO, D. et al. Modelo de crescimento de Gompertz na avicultura: algumas considerações. **Research, Society and Development**, v. 9, n.8, 2020.
- BURNHAM, K. P., ANDERSON, D. R. Multimodel Inference: Understanding AIC and BIC in Model Selection. **Sociological Methods & Research**, v. 33, n.2, p. 261-304, 2004.
- DRAPER, N.R.; SMITH H. Applied regression analyses. **New York: Wiley**, p.709, 1980.
- FERNANDES, J. T.; PEREIRA, A. A.; MUNIZ, A. J.; SAVIAN, V. T. Seleção de modelos não lineares para a descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro. **Coffee Science**, v. 9, n. 2, p. 207-215, 2014
- FIGUEREDO, L. G. M.; DOURADO NETO, D.; OLIVEIRA, R. F.; MANFRON, P. A.; MARTIN, T. N. Modelo para estimativa do índice de área foliar da cultura de milho. **Revista Brasileira de Milho e Sorgo**, v.4, n.1, p.8-13, 2005
- GOMPERTZ B. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London B: Biological Sciences**, 182:513–85, 1825.
- Lewis, W. K. The rate of drying of solid materials. **Industrial & Engineering Chemistry**, 13(5), 427-432, 1921.
- LUCENA, R. R. L.; LEITE, V. M. L. M.; PEREIRA, S. P. et al. Ajuste de curvas de crescimento do comprimento do cladódio de *Nopalea Cochenillifera*. **Biomatemática**, ISSN 1679-365, 2016.
- LYRA, B. G.; SOUZA, L. J.; LYRA, B. G. et al. Modelo de crescimento logístico e exponencial para o milho br 106, em três épocas de plantio. **Revista Brasileira de Milho e Sorgo**, v.7, n.3, p. 211-230, 2008.
- MANGUEIRA, F. A. R. **O modelo logístico com erros assimétricos e heterocedásticos aplicado a dados de altura do milho**. 2015. Tese (Estatística e Experimentação Agronômica) – Universidade de São Paulo.
- MAYOMBO, A.P.; DUFRASNE, I.; HORNICK, J.L. et al. Influence du stade de maturité de la plante de may récolté pour ensilagesur la composition, la digestibilité apparente, lês

caractéristiques de fermentation dans le rume et les performances zootechniques chez le taurillon à l'engraissement. **Animal Zootech**, v.46, p.43-55, 1997.

MAZUCHELI J.; ACHCAR J.A. Algumas considerações em regressões não-linear. **Acta Scientiarum**, v.24, n.6, p.1761-1770, 2002.

MAZZINI, A. R. et al. Análise da curva de crescimento de machos Hereford. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 27, n. 5, p. 1105-1112, 2003.

MENDES, N. P. **Ajuste dos modelos gompertz e logístico na descrição das curvas de crescimento de tomates: uma abordagem bayesiana**. 2011. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

MOTA, F. S. **Meteorologia Agrícola**. 4 ed. São Paulo: Nobel. 376 p, 1979.

MUIANGA, A. C.; MUNIZ, J. A; et al. Descrição da curva de crescimento de frutos do cajueiro por modelos não lineares. **Revista Brasileira de Fruticultura, Jaboticabal - SP**, v.38, n. 1, p. 022 - 032, 2016.

PAZIANI, S. F.; DUARTE, A. P.; NUSSIO, L.G. GALLO, P.B.; BITTAR, C.M.M.; ZOPOLLATTO, M.; RECO, P.C. Características agronômicas e bromatológicas de híbridos de milho para produção de silagem. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 38, n. 3, p. 411- 417, 2009.

REZENDE, O.; FERREIRA, U. L.; ALMEIDA, P. D. Modelagem matemática para descrição da cinética de secagem do feijão adzuki (*Vigna angularis*). **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, v.12, n.2, p.171-178, ISSN 1517-8595, 2010.

REZENDE, R. B.; LIMA, S. M.; SANTANA, A. H; SANTOS, V. W. et al. Modeling the Growth of Forage Legumes. **Journal of Agricultural Sciences**. v. 12, ISSN 1916-9752, 2020.

RICHARDS, F.J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, Oxford, v.10, p.290-300, 1959.

SAMPAIO I.B.M. Modelos matemáticos na nutrição animal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, ISSN 1516-3598, 2002.

SANTOS, H. G.; JACOMINE, P. K. T.; ANJOS, L. H. C.; OLIVEIRA, V. A.; LUMBRERAS, J. F.; COELHO, M. R.; ALMEIDA, J. A.; ARAUJO FILHO, J. C.; OLIVEIRA, J. B.; CUNHA, T. J. [2018]. **Sistema Brasileiro de Classificação de Solos**. Disponível em: <file:///C:/Users/adalv/Downloads/SiBCS2018ISBN9788570358004.pdf>. Acessado em: outubro, 18, 2024.

TEDESCHI, L. O. ASN-ASAS SYMPOSIUM: FUTURE OF DATA ANALYSIS IN NUTRITION: Mathematical modeling in ruminant nutrition: approaches and paradigms, existing models, and perspectives for future predictive analyses ^{1,2}. **American Society of Animal Science**, v. 7, ISSN 2160-6064, 2019.

TEDESCHI, L. O. Mathematical modeling in animal production. **Animal Agriculture**, p. 431-453, 2020.

TEDESCHI, L. O. The classifications and predominant mathematical modeling paradigms to support the advancement of sustainable animal production. **The international Journal of Animal Biosciences**, v. 17, ISSN: 1751-7311, 2023.

TERRA, M. F.; MUNIZ, J. A.; SAVIAN, T. V. Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz aos dados de crescimento de frutos da tamareira-anã (*Phoenix roebelenii* O'BRIEN). **Magistra**, Cruz das Almas, v. 22, n. 1, p. 1-7, 2010.

THOLON, P.; QUEIROZ, S. A. Modelos matemáticos utilizados para descrever curvas de crescimento em aves aplicados ao melhoramento genético animal. **Ciência Rural**, v.39, p.2261-2269, 2009.

TJØRVE, K. M. C., TJØRVE, E. The use of Gompertz models in growth analyses, and new Gompertz - model approach: An addition to the Unified - Richards family. **PLOS ONE**, 12 (6), 1 - 17. (2017).

VELOSO, F. R.; BARIONI, G. L.; JÚNIOR, M. B. G. Emprego de Modelos Matemáticos para Pesquisa e Gerenciamento de Sistemas Integrados de Lavoura e Pecuária. **Embrapa Cerrado**, ISSN 1517-5111, 2003.