

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS  
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA**

**TCHAILA REGINA SANTINO TOMASCHESKI**

**EDUCAÇÃO PARAGUAIA E OS CONHECIMENTOS ESPECIALIZADOS DO  
PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA: COMPREENSÕES EMERGENTES  
DO CURRÍCULO PRESCRITO AO MANUAL DIDÁTICO DO QUARTO ANO**

**DOURADOS-MS  
2024**

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS  
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA

TCHAILA REGINA SANTINO TOMASCHESKI

EDUCAÇÃO PARAGUAIA E OS CONHECIMENTOS ESPECIALIZADOS DO  
PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA: COMPREENSÕES EMERGENTES  
DO CURRÍCULO PRESCRITO AO MANUAL DIDÁTICO DO QUARTO ANO

Dissertação apresentada ao Programa de  
Ensino de Ciências e Matemática da  
Universidade Federal da Grande  
Dourados, como requisito obrigatório  
para a obtenção do título de Mestre em  
Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup> Edvonete Souza de  
Alencar.

Coorientador: Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup> José Wilson dos  
Santos.

Área de concentração: Ensino de  
ciências e matemática

DOURADOS-MS  
2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP).

T655e Tomascheski, Tchaila Regina Santino  
EDUCAÇÃO PARAGUAIA E OS CONHECIMENTOS ESPECIALIZADOS DO  
PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA: COMPREENSÕES EMERGENTES DO  
CURRÍCULO PRESCRITO AO MANUAL DIDÁTICO DO QUARTO ANO [recurso eletrônico] /  
Tchaila Regina Santino Tomascheski. -- 2025.  
Arquivo em formato pdf.

Orientadora: Edvonete Souza de Alencar.  
Coorientador: José Wilson dos Santos.  
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)-Universidade Federal da Grande  
Dourados, 2024.  
Disponível no Repositório Institucional da UFGD em:  
<https://portal.ufgd.edu.br/setor/biblioteca/repositorio>

1. Educação Paraguaia. 2. Manual didático. 3. MTSK. 4. Anos Iniciais. 5. Currículo. I. Alencar,  
Edvonete Souza De. II. Santos, José Wilson Dos. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

©Direitos reservados. Permitido a reprodução parcial desde que citada a fonte.

**EDUCAÇÃO PARAGUAIA E OS CONHECIMENTOS ESPECIALIZADOS DO  
PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA: COMPREENSÕES  
EMERGENTES DO CURRÍCULO PRESCRITO AO MANUAL DIDÁTICO DO  
QUARTO ANO**

**BANCA EXAMINADORA**

Documento assinado digitalmente  
 EDVONETE SOUZA DE ALENCAR  
Data: 21/01/2025 13:21:09-0300  
Verifique em <https://validar.itb.gov.br>

---

Prof. Dr. Edvonete Souza de Alencar  
Universidade de Brasília

Documento assinado digitalmente  
 JOSE WILSON DOS SANTOS  
Data: 21/01/2025 09:54:10-0300  
Verifique em <https://validar.itb.gov.br>

---

Prof. Dr. José Wilson dos Santos  
Universidade Federal da Grande Dourados

Documento assinado digitalmente  
 ELIZABETH MATOS ROCHA  
Data: 20/01/2025 16:22:27-0300  
Verifique em <https://validar.itb.gov.br>

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup>. Elizabeth Matos Rocha  
Universidade Federal da Grande Dourados

Documento assinado digitalmente  
 JORGE HENRIQUE GUALANDI  
Data: 22/01/2025 08:09:01-0300  
Verifique em <https://validar.itb.gov.br>

---

Prof. Dr. Jorge Henrique Gualandi  
Instituto Federal do Espírito Santo

Data: 22/11/2024

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, pelas preces atendidas desde a aprovação até o presente momento.

À Arissa, que é meu maior incentivo todos os dias. Minha filha, gratidão por ser minha luz e minha força em tantos momentos.

Aos meus pais José e Sandra, que desde a infância fizeram de tudo para que eu pudesse estudar, que foram meus maiores incentivadores na busca pela concretização dos meus sonhos.

À minha irmã Aline, que esteve comigo diariamente, auxiliando com os cuidados da Arissa para que pudesse organizar meus estudos e realizar esta pesquisa. Minha irmã, obrigada por cada riso, choro e acolhimento que teve comigo na construção diária deste sonho.

Agradeço aos meus avós Clóvis e Maria e minha mãe do coração, Lenir que juntos aos meus pais, me incentivaram, foram rede de apoio, cuidaram e zelaram da minha filha nos momentos que precisei me ausentar.

À minha orientadora Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Edvonete, que ao me escolher, oportunizou a realização do sonho em cursar mestrado, minha gratidão por seu apoio, paciência e compreensão durante a realização desta pesquisa, que ainda em nossas reuniões fora de hora na reta final, transformou momentos de correria e tensão em tranquilidade e confiança de que tudo daria certo, gratidão pela confiança em mim, por sua contribuição em minha vida acadêmica, profissional e pessoal.

Aos professores que me cativaram à pesquisa, em especial a Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Elizabeth que em meio a altos e baixos sempre me acolheu com um sorriso no rosto, um abraço confortante e uma palavra amiga.

Ao meu co-orientador, Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> José Wilson, com contribuições essenciais para a construção desta pesquisa e da minha vida acadêmica.

À minha amiga Ana que me acolheu em seu lar, para que pudesse frequentar as aulas e tornou a vivência em Dourados em momentos descontraídos, alegres e revigorantes.

À minha comadre Viviane que por muitas quintas-feiras fez meu bolo de chocolate favorito, que dedicou seu tempo para estar comigo nos intervalos e pós aulas para conversarmos e descontrair em meio a correria. Estar contigo e Nicole tornou os meus dias melhores.

Às minhas grandes incentivadoras e amigas Cristina, Marlene e Sandra que me apoiaram desde quando o mestrado era apenas um sonho, que em meio as suas orações sempre lembraram de mim, que foram meu apoio e ombro amigo.

Aos meus amigos e amigas por todo o apoio, incentivo e compreensão ao longo desta jornada. Vocês estiveram ao meu lado nos momentos de alegria e também nas dificuldades, sempre prontos para oferecer uma palavra de conforto ou uma boa risada quando mais precisei.

Às minhas amigas do PPGECCMat, Alessandra, Hessini e Vera, vocês foram essenciais, tornaram os dias mais leves, as aulas divertidas, os trabalhos menos sofridos. Conhecer vocês foi um grande presente.

Aos meus alunos do 3ºE.M.A de 2023, que durante as correrias em sala de aula não me deixaram esquecer e desistir da seleção de ingresso, me apoiando dia a dia com palavras e gestos de carinho e motivação.

À todos vocês meu carinho e gratidão!

*“Eu idealizei e vocês fizeram com  
que se tornasse possível”.  
À aqueles que sonharam comigo e  
me deram forças para continuar.  
Tchaila Tomascheski*

## RESUMO:

Ao considerarmos nosso país e suas regiões de fronteira com o Paraguai e as influências de um país sobre o outro no âmbito educacional, faz-se necessário ter conhecimento sobre o desenvolvimento educacional do Paraguai, uma vez que se observa a escassez de pesquisa sobre essa temática. Esta pesquisa de mestrado realizada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, trata-se de uma qualitativa do tipo Investigação documental definida por Phillips, elaboramos a estrutura organizando-a em formato multipaper composta por três artigos, que nos possibilitam desenvolver discussões específicas, que objetivam responder à questão de como são apresentados os currículos prescritos paraguaios e verificar quais evidências do conhecimento especializado do professor de matemática emergem do manual didático do 4º ano do ensino básico. No primeiro artigo, realizamos um estudo sobre a educação Paraguaia, seu sistema de ensino e o currículo prescrito em vigor. O segundo e o terceiro artigo tratam-se de um estudo metodológico de pesquisa documental fundamentada em Ludke e André, no artigo dois analisamos quais conhecimentos especializados do professor emergem na unidade de geometria e no artigo três analisamos quais os conhecimentos especializados para se ensinar aritmética estão presentes no manual didático. Analisamos o manual didático da coleção Ñepytvõ Rekávodo 4º ano, utilizando como lente teórica o modelo de Carrillo, *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK)*, ao qual verificamos e classificamos em seus seis subdomínios os conhecimentos especializados do professor que emergem do manual didático nas unidades de geometria e aritmética. Em conclusão às análises observamos a necessidade de que o professor tenha domínio e compreenda as representações específicas de cada conteúdo matemático aliados à capacidade de transmiti-los de forma clara e acessível, pois em alguns momentos no manual didático a abordagem do conteúdo é feita de forma que induz ao erro, por não ter tido uma explicação completa e até exercícios onde a resolução é apresentada de maneira incorreta ou com dupla resposta.

Palavras-chave: Educação Paraguaia. Manual didático. MTSK. Anos Iniciais. Currículo.

## ABSTRACT/RESUMÉN:

When considering our country and its border regions with Paraguay and the influences of one country on another in the educational sphere, it is necessary to have knowledge about the educational development of Paraguay, since it is observed that there is a lack of research on this theme. This master's research carried out in the Graduate Program in Science and Mathematics Teaching, is a qualitative of the type Documentary investigation defined by Phillips, we elaborate the structure organizing it in multipaper format composed of three articles, which allow us to develop specific discussions, which aim to answer the question of how the prescribed Paraguayan curricula are presented and verify what evidence of the specialized knowledge of the teacher of Mathematics emerge from the textbook of the 4th year of basic education. In the first article, we conducted a study on Paraguayan education, its education system and the prescribed curriculum in force. The second and third articles are a methodological study of documentary research based on Ludke and André, in article two we analyze which specialized knowledge of the teacher emerges in the geometry unit and in article three we analyze which specialized knowledge to teach arithmetic is present in the didactic manual. We analyzed the didactic manual of the Ñepytvõ Rekávodo 4th grade collection, using as a theoretical lens the Carrillo model, *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK)*, to which we

verified and classified in its six subdomains the teacher's specialized knowledge that emerges from the didactic manual in the units of geometry and arithmetic. In conclusion to the analyses, we observed the need for the teacher to have mastery and understand the specific representations of each mathematical content combined with the ability to transmit them in a clear and accessible way, because at some moments in the didactic manual the approach to the content is made in a way that induces error, for not having had a complete explanation and even exercises where the resolution is presented incorrectly or with a double answer.

Key-words: Paraguayan Education. Didactic manual. MTSK. Early Years. Curriculum.



## SUMÁRIO

|                                                                                                                                          |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| RESUMO .....                                                                                                                             | 6          |
| ABSTRACT/RESUMÉN: .....                                                                                                                  | 6          |
| APRESENTAÇÃO .....                                                                                                                       | 9          |
| <b>ARTIGO 1: CURRÍCULO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARAGUAIA: COM FOCO NO ENSINO DO 4º ANO ESCOLAR PRIMÁRIO .....</b>                          | <b>14</b>  |
| Resumo .....                                                                                                                             | 14         |
| Introdução .....                                                                                                                         | 14         |
| Caminhos da investigação: metodologia .....                                                                                              | 17         |
| Mas afinal o que é o currículo? E que currículo iremos tratar neste artigo?.....                                                         | 18         |
| A educação Paraguaia: Análise dos dados.....                                                                                             | 21         |
| O ensino de matemática nos documentos paraguaios .....                                                                                   | 27         |
| Considerações.....                                                                                                                       | 33         |
| Referências.....                                                                                                                         | 35         |
| <b>ARTIGO 2: O CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NO MANUAL DIDÁTICO PARAGUAIO DO 4º ANO .....</b>       | <b>37</b>  |
| Resumo .....                                                                                                                             | 37         |
| Introdução .....                                                                                                                         | 38         |
| Aporte teórico: O que é o modelo teórico MTSK? .....                                                                                     | 39         |
| O conhecimento especializado do professor para o ensino de geometria.....                                                                | 43         |
| Construção da pesquisa: Metodologia .....                                                                                                | 44         |
| Análises: Quais são os conhecimentos para se ensinar geometria evidenciados no manual didático Paraguio .....                            | 45         |
| Considerações.....                                                                                                                       | 68         |
| Referências.....                                                                                                                         | 70         |
| <b>Artigo 3: O ENSINO DE ARITMÉTICA NO MANUAL DIDÁTICO PARAGUAIO DO 4º ANO : QUAIS CONHECIMENTOS SÃO EVIDENCIADOS AO PROFESSOR?.....</b> | <b>71</b>  |
| Resumo .....                                                                                                                             | 71         |
| Introdução .....                                                                                                                         | 72         |
| Aporte teórico: O modelo MTSK e a Aritmética .....                                                                                       | 72         |
| Metodologia .....                                                                                                                        | 77         |
| Análises: Quais são os conhecimentos para se ensinar aritmética presentes no manual didático Paraguio.....                               | 78         |
| Conclusão.....                                                                                                                           | 102        |
| Referências.....                                                                                                                         | 104        |
| <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>                                                                                                        | <b>105</b> |
| <b>REFERÊNCIAS .....</b>                                                                                                                 | <b>109</b> |

## APRESENTAÇÃO

A fronteira determinada como linha divisória, delimitação de um território, demarcação simbólica e física da soberania político-administrativa, sendo um conceito que está presente em diversos campos do conhecimento, como geografia, política, economia e sociologia.

Dessa forma, a fronteira deixa de ser apenas um limite físico, configurando-se como um espaço de interação e troca entre diferentes realidades. Nesse contexto, a educação surge como um elemento crucial para transcender barreiras culturais e sociais, promovendo o diálogo e a cooperação entre nações vizinhas. No caso específico do Brasil e Paraguai, a proximidade geográfica e os laços históricos favorecem a construção de um ambiente propício ao compartilhamento de saberes e experiências, fortalecendo a integração regional e a valorização da diversidade como base para o desenvolvimento conjunto.

A educação apresenta-se como fonte de conhecimento, de promoção da igualdade e equidade, como possibilidade de compreender o outro, com o diferente, agregar culturas e compartilhar saberes, onde Brasil e Paraguai compartilham várias influências educacionais devido à proximidade geográfica, à interação histórica e à integração de políticas e programas regionais.

No Paraguai, o bilinguismo (espanhol e guarani) é uma característica forte, o que impacta também as regiões fronteiriças do Brasil, como o Mato Grosso do Sul. Essa influência linguística faz com que, em alguns municípios brasileiros, haja políticas e programas de incentivo ao ensino de espanhol. No Brasil, o português predomina, mas a interação com o Paraguai também fomenta o aprendizado do espanhol em áreas de fronteira, promovendo intercâmbios culturais e linguísticos.

Brasil e Paraguai participam do MERCOSUL, que possui projetos específicos voltados à educação, como o "Setor Educativo do MERCOSUL" (SEM), que promove a integração educativa na região. A SEM trabalha para homologar certificados, desenvolver programas de formação docente e harmonizar currículos, principalmente no ensino médio, fortalecendo a mobilidade estudantil e a qualificação docente em ambos os países.

Observando o manual didático, sendo uma ferramenta utilizada em ambos os países nas escolas de ensino básico, podendo ser adaptada/o a distintas funcionalidades, podendo ser um possibilitador do conhecimento dos professores, percebemos que ao

realizar uma análise do manual didático Paraguaio, podemos possibilitar aos professores de ambos os países à compreensão deste manual.

Entendemos também a importância deste material ao levarmos em consideração que este manual didático estrutura-se por meio de regras e que por sua vez, apresentam conteúdos que são determinados como necessários para o estudante, mas que não se limita a isso, que direta ou indiretamente propõe a forma a qual se trabalhará, determinado tema/conteúdo, que por consequência se torna essencial aos saberes docentes. De acordo com Santos (2021) o manual didático apresenta ao professor os conteúdos a serem ensinados, caracterizados pela ordem a qual devem/podem ser trabalhados em sala, além de oferecer, orientações de como desenvolver as atividades propostas.

Posto isto, se faz necessária a compreensão sobre os conhecimentos dos professores e a relação com o que lhe é proposto ensinar em sala de aula, de forma que estes sejam coerentes para que aconteça, satisfatoriamente, a abordagem conceitual durante o ano letivo. Sob esta perspectiva o manual didático também possa ser utilizado não apenas como instrumento de ensino, mas também de formação, pois os conhecimentos que são mobilizados a partir do manual didático podem propiciar formas de aperfeiçoamento daquilo que o professor necessita para mediar os conhecimentos que são propostos na formação do currículo e que serão exigidos dos estudantes.

Ao considerarmos as pesquisas sobre o manual didático, observamos que o manual Brasileiro, tem se tornado objeto de estudo frequente para muitos pesquisadores, no entanto pouco se sabe sobre o manual didático Paraguaio. Uma das possíveis causas se deve ao fato de no Paraguai não existir um programa governamental sobre o manual didático como no Brasil, onde temos o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), um dos maiores programas de livros didáticos do mundo, e que abrange um conjunto de ações focadas em disponibilizar às escolas, obras didáticas, literárias e pedagógicas, e que possibilite aos pesquisadores acesso sobre as abordagens e formas as quais os manuais didáticos são pensados, organizados, produzidos, avaliados e distribuídos.

Ao observar durante a graduação, em aulas de estágios que os professores brasileiros quando se deparam com alunos advindos do país vizinho sentem dificuldade ao trabalhar, pois não conhecem o currículo e não compreendem a formação e a organização das etapas de ensino paraguaio, se faz necessário que conheçamos

referenciais curriculares, documentos que embasam a educação Paraguaia e os conhecimentos aos quais o professor precisa desenvolver para o exercício da docência.

Ao observarmos as chamadas fronteiras secas, existem casos de estudantes que moram no Paraguai, foram alfabetizados em seu país, mas posteriormente são transferidos para as escolas brasileiras, essa realidade nos apresenta as influências educacionais de um país sobre o outro.

Diante da realidade vivida por esta pesquisadora, desde a primeira infância, sendo uma criança filha de pais brasileiros, nascida no Paraguai, aonde cresceu e foi alfabetizada, posteriormente em meio ao ensino básico foi transferida para escola brasileira, onde passou por dificuldades relacionadas ao acompanhamento escolar, as diferenças entre os conteúdos, as abordagens e até mesmo algumas complexidades do idioma. Posteriormente, na graduação ainda em cidade fronteiriça, com a realização de projetos de pesquisa, extensão e estágios, onde trabalhando com o ensino da matemática foram percebidas por mim, as dificuldades tanto dos professores em lidar com estudantes advindos do país vizinho, quanto dos alunos em se adaptar ao sistema de ensino brasileiro, se tornando um ponto de reflexão ao longo dos anos de atuação como professora. No atual momento, mesmo não morando em região fronteiriça, considere que se mostrou oportuna a construção desta pesquisa diante da necessidade de analisar e conhecer enquanto pesquisadora, sobre o sistema de ensino, currículo prescrito e a formação dos professores no Paraguai.

Esse cenário descrito anteriormente impulsionou o desenvolvimento desta pesquisa, não somente pela necessidade de compreensão, mas particularmente por não termos encontrado pesquisas voltadas para o currículo prescrito e manual didático do Paraguai, particularmente que nos levem aos conhecimentos especializados presentes no mesmo.

Desta forma, buscaremos com essa pesquisa auxiliar professores e estudantes de ambos os países, que possam, a partir do conhecimento do currículo, do cenário da educação paraguaia e dos conhecimentos possibilitados ao professor através do manual didático paraguaio, melhor representar e elaborar suas práticas.

O estudo que ora propomos tem como referência um modelo que nos permite mapear quais conhecimentos especializados emergem das análises do manual didático.

Vislumbramos por meio deste, apresentar possibilidade de melhorar à compreensão deste manual didático pelos professores de ambos os países, para que possibilite o apoio no estudo realizado deste material para repensarem a importância da organização do manual didático para o fazer docente.

Assim, essa pesquisa busca responder a seguinte questão: Quais documentos oficiais fundamentam o currículo prescrito e o currículo planejado do Paraguai e quais evidências do conhecimento especializado do professor de matemática emergem do manual didático do 4º ano do ensino básico?

Buscando analisar o currículo prescrito da educação Paraguaia,, sua formação e concepções acerca do mesmo, através de leitura e análise de documentos que regem a educação paraguaia, assim como verificar quais são os conhecimentos especializados do professor que aparecem no livro e manual didático na unidade de Geometria e aritmética; as duas análises referentes as evidências do conhecimento especializado do professor foram determinadas as áreas de Geometria e Números, pois considerando as cinco áreas temáticas, estas são as que apresentam menores inovações ao ensino e aprendizagem da matemática.

Ao levarmos em consideração a abrangência desta produção, seguiremos o modelo Multipaper, sendo:

“[...] um conjunto de artigos que podem apresentar multi-autoria e publicações, possuindo independência entre si mas em que os trabalhos dialogam e revisitam temas de forma que um manuscrito complemente o outro, se reconfigurando e se resignificando, pretendendo-se algo coeso” (Garnica, 2011, p.8).

Seguindo deste modo, uma divisão de temas relacionados, de modo que o objetivo geral nos possibilite alcançar os objetivos específicos de cada artigo. O artigo 1, ao qual intitulamos “Currículo e educação matemática paraguaia: documentos oficiais que regulamentam o ensino e a produção do livro didático”, tem por objetivo Analisar o currículo prescrito da educação Paraguaia, sua formação e concepções. O artigo dois: “O conhecimento especializado do professor para o ensino de geometria no manual didático Paraguaio do 4º ano” com objetivo de: Analisar como podem ser mobilizados os conhecimentos especializados do professor que aparecem no livro e manual didático na unidade de Geometria. No terceiro artigo intitulado “O ensino de aritmética no manual didático paraguaio do 4º ano: quais conhecimentos são evidenciados ao professor?” Com objetivo de verificar evidências dos conhecimentos especializados do professor que aparecem no livro e manual didático na unidade de números.

Analisar as evidências dos conhecimentos especializados do professor nos, possibilita o desenvolvimento de abordagens envolvendo os temas específicos de cada artigo, conectando-os objetivos específicos ao objetivo geral, possibilitando melhor desempenho nas análises através da compreensão dos três estudos, determinamos este como o modelo adequado ao que buscamos.

Esperamos que, ao apresentarmos como os conhecimentos especializados do professor emergem do manual didático paraguaio, bem como as influencias na formação dos docentes e a representação direta deste conhecimento no currículo prescrito, instigue pesquisadores brasileiros e de países vizinhos a buscar e analisar os componentes que possam estar interligados ao tema, possibilitando um olhar para a educação matemática nas regiões de fronteira.

## ARTIGO 1: O CURRÍCULO PRESCRITO PARAGUAIO E A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS<sup>1</sup>

### RESUMO

A educação é a espinha dorsal de qualquer sociedade, moldando não apenas o conhecimento, mas também os valores e as perspectivas dos cidadãos. Visando ampliar os efeitos dessa compreensão, propomos este artigo com o objetivo de analisar o currículo prescrito da educação paraguaia, sua formação e suas concepções. Para isso, a fundamentação teórica tem ancoragem nos estudos de Sacristán e Goodson, teorias importantes para realização da leitura e análise completa da Ley n° 1.264 (*Ley General de Educación*) e da leitura de materiais complementares à lei, sendo estes: *Programa de Alimentación Escolar del Paraguay* (PAEP) e *Priorización Curricular 2022*. Realizamos a descrição geral sobre o sistema educacional e uma análise curricular do referencial do 4º ano. O referencial curricular de matemática do 4º ano, pertencente ao 2º ciclo do ensino, apresenta uma abordagem de forma a priorizar dinâmicas e desenvolvimento de situações e/ou ações que envolvam o cotidiano, possibilitando o incentivo aos estudantes por meio de abordagens que os façam ter compreensões da sua realidade através dos conteúdos.

**Palavras-chave:** educação paraguaia; ensino fundamental; currículo paraguaio.

### ABSTRACT/RESUMÉN:

Education is the backbone of any society, shaping not only knowledge but also citizens' values and perspectives. In order to broaden the effects of this understanding, we propose this article with the objective of analyzing the prescribed curriculum of Paraguayan education, its formation and its conceptions. For this, the theoretical foundation is anchored in the studies of Sacristán and Goodson, important theories for the complete reading and analysis of Law No. 1,264 (General Education Law) and the reading of complementary materials to the law, namely: *Programa de Alimentación Escolar del Paraguay* (PAEP) and *Curricular Prioritization 2022*. We carried out a general description of the educational system and a curricular analysis of the 4th grade framework. The 4th grade mathematics curricular framework, belonging to the 2nd cycle of education, presents an approach in order to prioritize dynamics and development of situations and/or actions that involve daily life, enabling the encouragement of students through approaches that make them understand their reality through the contents.

**Keywords:** Paraguayan education; elementary school; Paraguayan curriculum.

---

<sup>1</sup> Aceito para publicação na revista Cadernos Cajuína.

## 1 INTRODUÇÃO

O currículo é uma ferramenta vital para direcionar a educação, pois serve como um guia para definir o conteúdo a ser ensinado, os objetivos a serem alcançados e as estratégias pedagógicas a serem usadas. Ele desempenha um papel importante na educação e no desenvolvimento das habilidades e das competências dos alunos.

Ao examinar a Ley nº 1.264/1998 (*Ley General de Educación*) do Paraguai (PARAGUAY, 1998), o *Programa de Alimentación Escolar Del Paraguay* (PAEP) (PARAGUAY, 2022b) e o documento de *Priorización Curricular 2022* (PARAGUAY, 2022a), foi possível observar as maneiras pelas quais o currículo prescrito definido por Sacristán (2000) se faz presente em todo sistema educativo, como consequência das regulações inexoráveis às quais está submetido. Levando em consideração sua significação social, existe algum tipo de prescrição ou orientação do que deve ser seu conteúdo, principalmente em relação à escolaridade obrigatória.

Inicialmente, os planos de ensino, as diretrizes curriculares e os programas das disciplinas apresentam claramente o plano de estudo, os conteúdos a serem ensinados, as habilidades a serem desenvolvidas e os objetivos a serem alcançados pelos alunos.

Cabe ressaltar que o currículo da educação paraguaia passou por várias reformas ao longo dos anos em um esforço contínuo para melhorar o ensino e ajustar-se às necessidades atuais da sociedade, assim como ressalta Dias:

(...) as reformas curriculares tiveram como objetivo prioritário a melhoria da qualidade da educação recebida pelos alunos, sobretudo por meio da atualização de conteúdos, e também na busca de maior equidade na prestação em particular por meio da introdução da educação bilingue e intercultural em países com população nativa (DIAS, 2016, p. 60).

Levando em consideração essas reformas curriculares, foi realizada a análise do referencial curricular de matemática na educação básica, no 2º ciclo, especificamente do 4º ano.

A educação no Paraguai é composta por diferentes níveis de ensino, desde a educação básica até o ensino superior. O Ministerio de Educación y Ciencias (MEC) é responsável por coordenar e supervisionar o sistema educacional, garantindo o cumprimento das diretrizes curriculares e a qualidade do ensino oferecido.

Além disso, o país tem investido em políticas educacionais e programas de capacitação de professores para garantir que todos os alunos tenham as mesmas



oportunidades. A formação continuada dos professores é de responsabilidade do MEC, que “(...) estabelecerá programas permanentes de atualização, especialização e aperfeiçoamento profissional dos educadores” (Paraguay 1998, p. 13, tradução nossa), que serão ofertados pelos Institutos de Formação Docente. Assim, cabe ao governo proporcionar aos docentes programas de capacitação continuada<sup>2</sup> com o objetivo de melhorar a qualidade do ensino no país.

O Paraguai tem demonstrado avanços significativos na educação, apesar dos desafios enfrentados, como a desigualdade social e a falta de recursos. Portanto, é necessário reconhecer que o país continuou a buscar por melhorias na qualidade de ensino com o objetivo de gerar uma transformação em um sistema com equidade para todos. Isso nos oportuniza repensar juntamente sobre o sistema educacional brasileiro, suas vantagens e suas oportunidades.

O sistema educacional é uma das bases fundamentais da sociedade, responsável por formar cidadãos capazes de pensar criticamente, resolver problemas e contribuir para o desenvolvimento social e econômico de um país. Pensando nisso, consideramos importante analisar o sistema educacional paraguaio e suas evoluções.

Desse modo, tendo o currículo prescrito como uma ferramenta abrangente, sendo em âmbito Nacional, Estadual, Regional e Institucional onde orienta o trabalho docente, a escolha de materiais didáticos, as práticas avaliativas, a formação continuada de professores. As análises nos possibilitam conhecer as diversas normas curriculares que podem ser adaptadas às suas funcionalidades de acordo com os temas de conteúdos de sala de aula. Assim como afirma Goodson (1999), o currículo está em constante fluxo e transformação. Portanto, neste trabalho, será possível observar os avanços, as adaptações e as dificuldades enfrentadas pelo sistema educacional paraguaio.

O sistema educacional paraguaio tem sua relevância para nós, pesquisadores do Brasil, pois se faz necessário conhecer as diferentes perspectivas sobre a educação do país vizinho. Ao discutirmos os desafios e as oportunidades enfrentados pela educação, conseguimos refletir e ter um estudo aprofundado sobre o sistema educacional como um todo. Considera-se importante o estudo acerca do currículo paraguaio porque esse é um modo de auxiliar a identificação de problemas estruturais e desigualdades que podem estar prejudicando o acesso à educação de qualidade para todos os cidadãos.

---

Assim, esta investigação tem como objetivo analisar o currículo prescrito da educação paraguaia, sua formação e suas concepções. Para tanto, propomos uma análise da regulamentação da educação paraguaia, sua organização e sua distribuição das etapas de ensino, bem como do currículo de modo geral, bem como suas construções, a partir das leituras e análises dos documentos: *Priorización Curricular 2022* (PARAGUAY, 2022a), *Ley General de Educación* (PARAGUAY, 1998) e *Programa de Alimentación Escolar del Paraguay* (PAEP) (PARAGUAY, 2022b).

Esperamos, por meio dessa análise, fornecer informações úteis sobre os desafios e avanços na educação paraguaia, destacando as áreas de melhoria e as chances de tornar a educação inclusiva, justa e de alta qualidade para todos os cidadãos do Paraguai.

## 2 CAMINHOS DA INVESTIGAÇÃO: METODOLOGIA

A escolha da metodologia deste artigo foi determinada a partir dos fatores que buscamos compreender e determinamos para a análise dos materiais disponíveis. Portanto, esta é uma pesquisa qualitativa do tipo análise documental. Segundo Phillips (1974, p. 187), documentos são “(...) quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano”.

Esse tipo de pesquisa nos auxilia a buscar, coletar e complementar informações consideradas importantes a partir de questões ou hipóteses de interesse, considerando também uma fonte estável quanto aos dados, permitindo a abrangência de novos temas para pesquisas posteriores.

A “análise documental” é outro tipo de estudo descritivo que fornece ao investigador a possibilidade de reunir uma grande quantidade de informação sobre leis estaduais de educação, processos e condições escolares, planos de estudo, requisitos de ingresso, livros-texto etc (TRIVIÑOS, 1987, p. 111).

Este artigo se classifica como uma análise documental, pois realizamos leituras aprofundadas nos documentos que regem o sistema educacional paraguaio. Com o recorte para o currículo do 4º ano, buscamos construir um aprofundamento sobre o ensino no nosso país vizinho.

A construção para conhecer e compreender a educação paraguaia será dada por meio da leitura completa da Ley nº 1.264/1998, pois é esta lei que rege a educação

Paraguai. A partir disso, será realizada a distinção entre as etapas de ensino, os direitos e os deveres dos estudantes. Posteriormente, realizamos a etapa de caracterização e descrição geral sobre o sistema educacional, etapa realizada em busca de materiais complementares à lei que têm relação com o estabelecimento de alguns direitos citados nela. Entre os materiais complementares, analisamos o *Programa de Alimentación Escolar del Paraguay* (PAEP), pois este foi um grande marco para a educação Paraguai, considerando que os organizadores do mesmo observaram que o desempenho escolar dos estudantes pode estar vinculado ao processo de uma boa alimentação, tendo isto este documento é o que trata dos direitos à garantia de alimentação durante o período de atividades escolares, e o documento *Priorización Curricular 2022*, que apresenta o currículo de matemática. Os documentos citados anteriormente, podem ser encontrados no site do Ministério da Educação do Paraguai.

A escolha pelo currículo do 4º ano do ensino fundamental se deu pela percepção de que não existem pesquisas e análises curriculares sobre esse ano escolar em materiais paraguaios, baseado no modelo que fundamenta nossa análise. Nesse processo, buscamos identificar metodologias, abordagens e as formas com que pode/deve ser trabalhado o ensino de matemática no 4º ano do ensino fundamental.

### **3 AFINAL, O QUE É O CURRÍCULO? DE QUE CURRÍCULO IREMOS TRATAR NESTE ARTIGO?**

O currículo deixou de ser uma área meramente técnica, que se voltava para procedimentos e métodos — os chamados “como”. Hoje, ele é guiado por questões sociais, políticas e epistemológicas, em suma. Isso não faz com que as questões relativas ao currículo percam sua importância; na verdade, elas são vistas em uma nova perspectiva, que incentiva a compreender o “porquê” dessas organizações.

Também temos a visão de currículo escolar não como algo neutro e imparcial, mas como parte de uma construção social, como afirma Goodson (1999):

O currículo é tido enquanto artefato social e cultural, no qual o conhecimento curricular, produzido em cada época, não se limita a uma descrição fossilizada do passado, mas significa a busca pela compreensão dos fatores e dinâmicas sociais que fizeram com que ele se transformasse no que é atualmente.

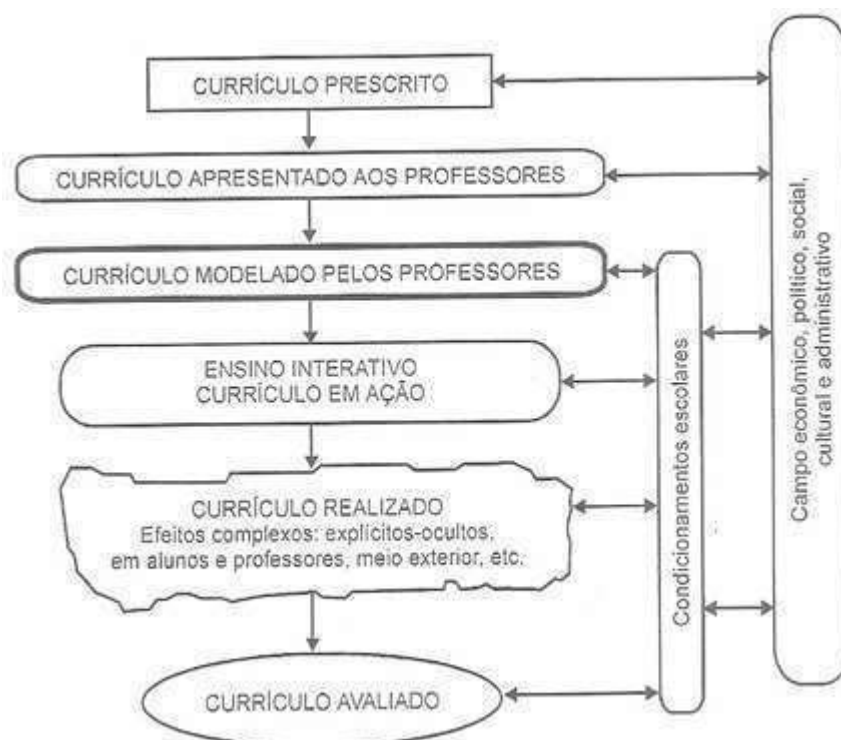
Em outras palavras, o currículo é o resultado de valores, crenças e interesses que permeiam a sociedade em que vivemos. Desse modo é importante que se faça uma análise

crítica, em que se leva em consideração as relações de poder presentes na elaboração do currículo. Goodson afirma que o conhecimento presente no currículo não deve ser algo fixo e imutável; ele deve ser entendido como: “[...]um artefato social e histórico, sujeito a mudanças e flutuações. O currículo tal como o conhecemos atualmente não foi estabelecido, de uma vez por todas, em algum ponto privilegiado do passado. Ele está em constante fluxo e transformação” (GOODSON, 1999, p. 7).

Goodson (1999, p. 21) destaca a importância de um currículo prescrito enquanto “fonte documental, um mapa do terreno sujeito a modificações; (ele) constitui também um dos melhores roteiros oficiais para a estrutura institucionalizada da escolarização”.

Desse modo, é de suma importância que exista coerência sobre o que se propõe nos referenciais escritos e o que se possibilita trabalhar em sala de aula. Para Sacristán (2000), existem alguns níveis ou fases do desenvolvimento curricular que se relacionam entre si, sendo: i) Currículo prescrito; ii) Currículo apresentado aos professores; iii) Currículo modelado pelos professores; iv) Currículo em ação; v) Currículo realizado e vi) Currículo avaliado. Eles estão expostos na figura a seguir.

**Figura 1: Objetivação do currículo prescrito no processo de seu desenvolvimento**



Fonte: Sacristán - 2000, p. 104.

Sacristán (2000) também esclarece o significado de níveis ou fases na objetivação do significado do currículo:

1. O currículo prescrito: Em todo sistema educativo, como consequência das regulações inexoráveis às quais está submetido, levando em conta sua significação social, existe algum tipo de prescrição ou orientação do que deve ser seu conteúdo, principalmente em relação à escolaridade obrigatória.
2. O currículo apresentado aos professores: Existe uma série de meios, elaborados por diversas instâncias, que costumam traduzir para os professores o significado e os conteúdos do currículo prescrito, realizando uma interpretação deste. As prescrições costumam ser muito genérica se, nessa mesma medida, não são suficientes para orientar a atividade educativa nas aulas.
3. O currículo moldado pelos professores: O professor é um agente ativo muito decisivo na concretização dos conteúdos e significados dos currículos, moldando a partir de sua cultura profissional qualquer proposta que lhe é feita, seja por meio da prescrição administrativa, seja do currículo elaborado pelos materiais, guias, livros-texto etc.
4. O currículo em ação: É na prática real, guiada pelos esquemas teóricos e práticos do professor, que se concretiza nas tarefas acadêmicas, as quais, como elementos básicos, sustentam o que é a ação pedagógica, que podemos notar o significado do real do que são as propostas curriculares.
5. O currículo realizado: Como consequência da prática se produzem efeitos complexos dos mais diversos tipos: cognitivo, afetivo, social, moral, etc. São efeitos valiosos e proeminentes do sistema ou dos métodos pedagógicos.
6. O currículo avaliado: Pressões exteriores de tipos diversos nos professores- como podem ser os controles para liberar a validações e títulos, cultura, ideologias e teorias pedagógicas- levam a ressaltar na avaliação aspectos do currículo, talvez coerentes, talvez incongruentes com os propósitos manifestos de quem prescreveu o currículo, de quem o elaborou, ou com os objetivos do próprio professor (SACRISTÁN, 2000, p. 104-106).

A pesquisa será conduzida para o âmbito dos currículos prescritos. Para Sacristán (2000, p. 109), o currículo prescrito representa, para o sistema educativo e para os professores, “(...) sua própria definição, de seus conteúdos e demais orientações relativas aos códigos que o organizam, que obedecem às determinações um objeto regulado por instâncias políticas e administrativas”.

Neste estudo, as necessidades e características do ambiente escolar são levadas em consideração nas ementas das disciplinas, nos manuais didáticos, entre outras fontes.

O currículo prescrito é o que molda como as coisas deveriam funcionar em sala de aula, como são realizadas as distribuições de conteúdos, quais sequências adotar, como elas podem ser adotadas e a compreensão dos temas, como verificar se o estudante conseguiu alcançar o objetivo determinado por essa seriação e se o aluno conseguiu atingir um nível aceitável de conhecimento que permite que ele seja aprovado para a série posterior. Todos esses fatores são importantes na/para a educação. Sacristán ressalta que:

Um dos efeitos desse regramento foi o reforço da distinção entre as disciplinas e a determinação concreta dos conteúdos que os professores deveriam cobrir, bem como o refinamento dos métodos de ensino. Dessa maneira, o conceito de currículo delimitou as unidades ordenadas de conteúdos e períodos que tem um começo e um fim, com um desenvolvimento entre esses limites, impondo uma norma para a escolarização. Não é permitido fazer qualquer coisa, fazer de uma maneira qualquer ou fazê-la de modo variável (SACRISTÁN, 2013 p. 18).

Observando as concepções de currículo e a relação ao falarmos de manual didático, tem-se a considerar que existe neste um domínio de quais conteúdos que serão trabalhados em aulas, como e por que serão trabalhados. Na construção do manual didático, é possível considerá-lo um auxiliador do professor no desenvolvimento de suas aulas.

É necessário considerar que o Paraguai, tendo enfrentado uma série de transformações políticas, sociais e econômicas que influenciaram diretamente suas políticas educacionais. Observando os documentos que regem a educação paraguaia, mesmo diante das desigualdades de acesso à educação e recursos limitados, concluímos que Paraguai também demonstra esforços para reformar e fortalecer seu sistema educacional e vem trazendo avanços significativos para a sua comunidade. Assim, na próxima seção, mostramos os dados revelados com a leitura dos documentos e leis que regem a educação e o currículo paraguaios.

#### **4 A EDUCAÇÃO PARAGUAIA: ANÁLISE DOS DADOS**

A reforma curricular no Paraguai voltou-se para a introdução e o desenvolvimento de valores democráticos, em concordância com o Santana onde afirma que:

A reforma educativa paraguaia não teve uma identidade própria do país no que diz respeito aos fundamentos e enfoques. Percebe-se, sobretudo a ênfase para transição democrática e a necessidade de atualização das escolas dentro do contexto social e a suas demandas mundiais [...]” (SANTANA, 2020, p. 129).

Dessa forma, a organização educacional e curricular paraguaia considera as deficiências do currículo durante a ditadura paraguaia (ocorrida entre os anos de 1954 e 1989). Os novos materiais enfatizam a preparação para o mercado de trabalho e o crescimento econômico, e valorizam o aprimoramento de habilidades fundamentais e a

absorção de conhecimentos gerais. O documento oficial Ley nº 1.264/1998 (*Ley General de Educación*) relata as finalidades do sistema educativo nacional paraguaio:

(...) Artigo 9º – São finalidades do sistema educativo nacional:  
 e) a aquisição de conhecimentos científicos, técnicos, humanísticos, históricos, estéticos e de hábitos intelectuais;  
 f) a capacitação para o trabalho e a criatividade artística; (...)  
 i) a formação em respeito dos direitos fundamentais e em exercício a tolerância e da liberdade;  
 j) a formação e capacitação de técnicos e profissionais nos distintos ramos de que o fazer humano com a ajuda das ciências, as artes e as técnicas (...)  
 (PARAGUAY, 1998, cap. II, art. 9, nº 1264, tradução nossa<sup>3</sup>).

Neste documento a lei ressalta a questão de uma sociedade democrática como uma necessidade. Vale lembrar que a lei foi elaborada em um contexto pós-ditadura, vinculado à busca em fortalecer conceitos de democracia e liberdade.

Por outro lado, e assumindo as fraquezas e falta de relevância do atual currículo durante a ditadura, os novos conteúdos também priorizaram a formação para o trabalho e a produção econômica, embora reconhecendo a importância do desenvolvimento de competências básicas e incorporação dos conhecimentos gerais. Neste sentido, aspectos como leitura, escrita e habilidades para resolver problemas são altamente relevantes no fortalecimento da capacidade de “aprender a aprender” (RIVAROLA, 2000, p. 23).

No Paraguai, a última Reforma Constitucional estabelece que a educação básica seja gratuita e obrigatória, reorganizando, dessa forma, o sistema de ensino em diferentes níveis, organizando-se em uma estrutura que orienta a divisão de seu sistema escolar por meio de uma educação formal estruturada em três níveis. Sacristán também considera o fato de que “existe algum tipo de prescrição ou orientação do que deve ser seu conteúdo, principalmente em relação à escolaridade obrigatória” (SACRISTÁN, 2000, p. 104).

**Quadro 1: Representação da organização dos anos escolares paraguaios**

| Nomeação no Brasil | Nomeação no Paraguai |          | Idade             |
|--------------------|----------------------|----------|-------------------|
| Educação Infantil  | Educação Inicial     |          | 0 (zero) a 5 anos |
|                    |                      | 1º ciclo | 6 a 8 anos        |

<sup>3</sup> No original: (...) Artículo 9º. – Son fines del sistema educativo nacional: e) la adquisición de conocimientos científicos, técnicos, humanísticos, históricos, estéticos y de hábitos intelectuales; f) la capacitación para el trabajo y la creatividad artística; (...) i) la formación en el respeto de los derechos fundamentales y en el ejercicio de la tolerancia y de la libertad; j) la formación y capacitación de técnicos y profesionales en los distintos ramos del que hacer humano con la ayuda de las ciencias, las artes y las técnicas (...). Disponível em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

|                           |                         |                                   |              |
|---------------------------|-------------------------|-----------------------------------|--------------|
| Ensino fundamental I e II | Educação Escolar Básica | 2º ciclo                          | 9 a 11 anos  |
|                           |                         | 3º ciclo                          | 12 a 14 anos |
| Ensino Médio              | Educação Média          | Bacharelado científico            | 15 a 17 anos |
|                           |                         | Bacharelado técnico               |              |
| Ensino Superior           | Educação Superior       | Técnico não universitário         | 18 +         |
|                           |                         | Universitário                     |              |
|                           |                         | Especialização/Mestrado/Doutorado |              |

Fonte: A autora - 2024.

O primeiro nível refere-se à educação Inicial e a Educação Escolar Básica, que têm três ciclos com duração de três anos cada. O segundo nível tem a Educação Média (para egressos da escola primária) com duração de três anos, tal como o terceiro nível, que corresponde à Educação Superior.

O primeiro nível, Educação Inicial, é regulamentado pelo documento paraguaio Resolução nº 37.885, de 2017, que aprova a regulamentação da Educação Inicial. Esse nível se destina a crianças de 0 a 5 anos, o período que, no Brasil, denominamos maternal, voltado para as crianças desde o nascimento até os 2 anos de idade. O pré-jardim e o jardim de infância são direcionados a crianças entre 3 e 4 anos, e a pré-escola é voltada para crianças de 5 anos de idade.

A Educação Escolar Básica é voltada a crianças e adolescentes, dividindo-se em três ciclos com duração de três anos cada. Ela é obrigatória.

Em sequência, vem a Educação Média, destinada a adolescentes de 15 a 17 anos. Ela tem duração de três anos, contando com duas orientações: bacharelado<sup>4</sup> científico (letras, artes, ciências sociais, ciências básicas e tecnologia) e bacharelado técnico (industrial, serviços e agricultura). Deste modo, o ensino médio oferecido no Paraguai tem um formato de curso técnico incluso, que não pode ser excluído, ou seja, todos os estudantes que finalizam o ensino médio no país já contam com um diploma/certificado de curso técnico.



Essa organização da educação básica é muito importante para os processos de ensino, pois representa, para o sistema educativo e para os professores, a definição de conteúdos e orientações acerca dessas fases educacionais.

A Educação Média oferece um currículo universal e garante que todos os alunos do país tenham uma base comum. Este fato facilita a mobilidade e permite que todos os diplomados do ensino médio recebam uma educação equitativa, estabelecendo uma lista de habilidades que devem ter adquirido ao final de sua formação no ensino médio. Além de passar pelo currículo comum, o estudante passará pelo currículo de aprofundamento. Ele dependerá da sua escolha de bacharelado técnico ou científico, que se baseia na garantia do desenvolvimento de competências profissionais, permitindo aos estudantes o aprimoramento de seus objetivos de vida social e de trabalho.

A Educação Superior, que corresponde ao nível 3, é regida pela Lei nº 4.995, promulgada em 2013 no Paraguai, e está voltada aos que concluem a Educação Média. A Educação Superior emite títulos de nível terciário (formação docente e educação técnica de nível superior), graduação (licenciaturas) e pós-graduação (especializações, mestrados e doutorados). As universidades públicas gozam de autonomia financeira e administrativa, no entanto, prestam contas à Controladoria-Geral da República do Paraguai. A Educação Superior é oferecida nas modalidades presencial e a distância em instituições de ensino de gestão estatal e privada.

Para a atuação na Educação Inicial e no 1º (primeiro) e no 2º (segundo) ciclo, a *Ley General de Educación* (PARAGUAY, 1998) prescreve que o professor seja especializado na disciplina específica que ministrará, caso não houver professor com esta habilitação poderão então ser admitidos profissionais não especializados<sup>5</sup>, desde que sejam devidamente autorizados pelo vice-ministro da Educação. Dentro desse ciclo inicial serão implementados programas de prevenção com relação às dificuldades de aprendizagem, trabalhando as dificuldades iniciais tanto de aprendizagens quanto aquelas relacionadas às condições intelectuais que possam ser detectadas.

No entanto, para atuar no último ciclo da educação escolar básica e na educação média, é necessário que o candidato tenha o título de professor devidamente registrado por institutos de formação ou de universidades reconhecidas legalmente. Em casos

---

<sup>5</sup> Profissionais considerados não especializados, neste caso, são os que não possuem especialização específica para a disciplina que ministrarão, porém, têm alguma formação.

excepcionais, podem ser professores egressos da educação superior que não tenham título de especialização didática correspondente à disciplina, ou seja, caso a disciplina em atuação não tenha professor formado na área, pode ser admitido um professor com título de qualquer outra área.

Artigo 30 – A educação inicial será dada por profissionais com especialidade. Em caso de impossibilidade de contar com profissional adequado, poderão ser autorizados profissionais não especializados na matéria que irão exercer-la, mas se faz necessária a autorização do vice-ministro de Educação (...) Artigo 41 – Para ensinar no último ciclo da educação escolar básica e na educação média, será requerido o título de professor ou professora, concedidos por centros e institutos de formação docente, outros institutos superiores ou de universidades reconhecidas legalmente (PARAGUAY, 1998, tradução nossa<sup>6</sup>).

Posterior a ditadura o Paraguai investiu na educação destinando recursos para aumentar salários de professores, proporcionando-lhes recursos educacionais e didáticos para o ensino. Enquanto isso, o país mantém um sistema de financiamento centralizado, bem como investimentos destinados à distribuição de manuais didáticos aos estudantes de escolas públicas e à distribuição de merendas e almoço em escolas carentes e kits de materiais escolares aos estudantes de baixa renda. Assim, é possível gerar um impacto positivo na qualidade de ensino.

Apesar de a distribuição dos manuais didáticos ser para todas as escolas públicas, a distribuição de merendas até o ano de 2022 era realizada apenas em escolas carentes. Em 2022, foi criado o *Programa de Alimentación Escolar del Paraguay*, plano este que ainda está sendo implementado, com prazo final até o ano de 2030.

Esse plano promove uma mudança significativa no sistema, abandonando a abordagem assistencialista e adotando uma proposta educativa e jurídica que visa incentivar os alunos a adotar hábitos de vida saudáveis, garantindo o seu direito à alimentação saudável.

Artigo 1º- Cria-se a lei da alimentação escolar e controle sanitário, em atenção aos direitos da alimentação e da saúde do estudante, com fim de garantir seu

---

<sup>6</sup> No original: Artículo 30 – La educación inicial será impartida por profesionales de la especialidad. En caso de imposibilidad de contar con suficiente personal, se podrán autorizar a profesionales no especializados en la materia para ejercer dicha docencia, con expresa autorización del Vice-Ministro de Educación. (...) Artículo 41 – Para enseñar en el último ciclo de la educación escolar básica y en la Educación Media, se requerirá el título de profesor o profesora otorgado en los centros e institutos de formación docente, otros institutos superiores o de universidades reconocidas legalmente. (...). Disponível em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

bem-estar físico durante o período de assistência na instituição educativa (PARAGUAY, 2014, tradução nossa<sup>7</sup>).

Outra parte importante para a equidade da educação do Paraguai é a educação bilíngue, que preserva a cultura, as tradições e o domínio das duas línguas oficiais do país. Assim, os estudantes são alfabetizados em sua primeira língua (espanhol/castellano) e estudam a segunda língua (guarani), que, por sua vez, é ministrada desde a educação inicial.

(...) Artigo 31 – O ensino se realizará na língua materna (espanhol) do educando desde o início do processo escolar até o primeiro ano. A outra língua oficial se ensinará também desde o início da educação escolar com o tratamento didático próprio em sua segunda língua (PARAGUAY, 1998, tradução nossa<sup>8</sup>).

Sobre a introdução da educação bilíngue, Rivarola afirma que:

A introdução da educação bilíngue é outro dos elementos considerados significativos para melhorar a equidade. Se bem está focada em um número reduzido de escolas (200 no ano de 2000) um estudo realizado pelo Centro Paraguayo de Estudios Sociológicos, citado por Rivarola, mostra que os alunos cujo ensino é feito em guarani e estudam o castelhano como segunda língua têm rendimentos mais altos do que aqueles que estudam só castelhano (RIVAROLA, 2000, p. 22, tradução nossa<sup>9</sup>).

Observando a *Ley General de Educación*, algumas relações de investimentos direcionados à melhoria da qualidade de ensino, ao atendimento à população carente e ao aumento do tempo efetivo das atividades em sala de aula estiveram centradas na distribuição de manuais didáticos nas escolas públicas. Foram distribuídos 13 milhões de exemplares entre 1995 e 1999<sup>10</sup>.

---

<sup>7</sup> No original: Artículo 1º – Créase la Ley de la Alimentación Escolar y Control Sanitario, en atención a los derechos de la alimentación e la salud del estudiante, con el fin de garantizar su bienestar físico durante el período de asistencia en la Institución Educativa. (...). Documento disponible em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

<sup>8</sup> No original: (...) Artículo 31 – La enseñanza se realizará en la lengua oficial materna del educando desde los comienzos del proceso escolar o desde el primer grado. La otra lengua oficial se enseñará también desde el inicio de la educación escolar con el tratamiento didáctico propio de una segunda lengua. (...). Documento disponible em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

<sup>9</sup> No original: La introducción de la educación bilingüe es otro de los elementos considerados significativos para mejorar la equidad. Si bien está focalizado en un número reducido de escuelas (200 en el año 2000) un estudio realizado por el Centro Paraguayo de Estudios Sociológicos, y citado por Rivarola muestra que los niños cuya escolarización se da en guaraní y que estudian castellano como segunda lengua tienen rendimientos más altos que los que estudian sólo en Castellano. Documento disponible em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

<sup>10</sup> Não foram encontrados dados atualizados sobre a distribuição dos manuais didáticos.

Em resumo, o objetivo principal das leis que regem o sistema educacional do Paraguai é a busca pela garantia de equidade entre os cidadãos do país, como afirma Santana (2020, p. 129) “[...] os principais compromissos assumidos para o setor educacional paraguaio, através da proposta de reforma, os quais são: a educação básica para todos, promover equidade e qualidade, ampliação dos espaços escolares [...]”. As leis propõem que eles tenham acesso à educação de qualidade e fortaleçam seus conhecimentos culturais, sociais e democráticos, independentemente de sua origem social ou econômica. A implementação do currículo e suas adaptações faz parte do processo para acelerar o crescimento social e econômico do país. Portanto, é essencial que essas leis sejam aplicadas de forma eficaz, criando cidadãos críticos e conscientes de seus direitos e deveres.

Além disso, o currículo prescrito é utilizado como referência para a elaboração de outros documentos educacionais, como o projeto político-pedagógico da instituição de ensino, os materiais didáticos, os planos de aula e as avaliações. Dessa forma, o currículo prescrito se torna o ponto de partida para a organização e o desenvolvimento das atividades educacionais.

## **5 O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS DOCUMENTOS PARAGUAIOS**

O currículo é visto como uma construção social, tratando-se não só de algo técnico, mas de ideias e propostas que o consideram um artefato social e cultural, como afirma Goodson (2000). Ele é ligado às relações de poder, podendo ser considerado a partir de opiniões e identidades de acordo com as necessidades e particularidades do público ao qual se almeja atender. Então, tomando como base as teorias do currículo, exploraremos, neste tópico, o documento curricular de matemática do 4º ano, visando identificar suas propostas de abordagens e formas por meio das quais se almeja ensinar matemática.

Para o Ensino de Matemática na Educação Básica, o documento prescrito paraguaio, o Programas de estudio de los ciclos de la Educación Escolar Básica (PEEB) destaca que “a matemática na educação escolar básica tem ênfase em desenvolver competências referidas à criação e à resolução de problemas, que são trabalhadas por

meio das capacidades estabelecidas em cada ano escolar (PARAGUAY, 1994, p. 345, tradução nossa<sup>11</sup>).

As descrições do documento curricular Paraguaio têm como propósito o trabalho da matemática como uma ferramenta para o desenvolvimento do raciocínio matemático, do pensamento crítico e do desenvolvimento criativo para além das disciplinas escolares. Através do currículo, os estudantes podem ser capazes de adaptar esses conhecimentos para a utilização cotidiana, diante de problemas e situações.

Numa perspectiva instrumental ele serve como ferramenta para o desenvolvimento de capacidades referidas ao pensamento crítico e criativo, aos processos lógicos para a interpretação e representação em forma coerente a realidade, assim como para solução de problemas matemáticos e de outras áreas e campos de saber. Desta maneira, a matemática prepara o aluno (a) desde ambas as perspectivas, para que sejam capazes de enfrentar e se adaptarem a situações novas, desenvolver hábitos de precisão nos processos de cálculos e operações mentais, e se relacionar de forma satisfatória com seu entorno familiar, escolar e social, de uma forma gradual, sistemática e contínua (PARAGUAY, 1994, p. 334, tradução nossa<sup>12</sup>).

A proposta curricular paraguaia salienta as capacidades a serem desenvolvidas ao final de cada ano escolar, que são essenciais no desempenho para os anos seguintes. De acordo com as finalidades da Matemática para o Ensino Fundamental, o currículo prescrito propõe a estruturação do ensino de Matemática em torno de blocos.

Desta maneira, seguiremos nossas análises sobre o currículo de matemática do 4º ano, sendo este um documento curricular essencial para auxiliar na construção uma base sólida de habilidades numéricas e conceituais nos anos iniciais da educação. Este documento possibilita uma visão abrangente dos objetivos, conteúdos e estratégias de ensino que orientam a jornada educacional dos alunos nos primeiros anos de matemática.

O currículo prescrito dos conteúdos de matemática, apresenta para os três primeiros anos do Ensino Fundamental (1º ciclo): Números e Operações; Geometria e

---

<sup>11</sup> No original: La Matemática en la Educación Escolar Básica (EEB) pone énfasis en el desarrollo de competencias referidas a la creación y resolución de problemas y trabajadas por medio de las capacidades establecidas para cada grado.

<sup>12</sup> No original: Desde la perspectiva instrumental sirve como herramienta para el desarrollo de capacidades referidas al pensamiento crítico y creativo, a los procesos lógicos para la interpretación y representación en forma coherente de su realidad, así como para la solución de problemas matemáticos y de otras áreas y campos del saber. De esta manera, la Matemática prepara al niño y la niña desde ambas perspectivas, para que sea capaz de enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, desarrollar hábitos de precisión en los procesos de cálculos y operaciones mentales, e interrelacionarse en forma satisfactoria con su entorno familiar, escolar y social, de una forma gradual, sistemática y continua. Documento disponível em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

Medida. Para os seis últimos anos do Ensino Fundamental (2º e 3º ciclos): Operações e Expressões Algébricas; Geometria e Medidas; Os Dados e a Estatística. Deste modo, a distribuição das habilidades curriculares do 4º ano se dá da seguinte maneira: “Neste ano, espera-se que os meninos e meninas transformem matérias-primas em objetos úteis para o dia a dia e apliquem as técnicas e processos tecnológicos em atividades agrícolas de produção sustentável” (PARAGUAY, 1994, p. 60, tradução nossa<sup>13</sup>).

Percebe-se que a prioridade prática do trabalho de matemática é trazer uma abordagem mais dinâmica e contextual ao ensino da disciplina. Em vez de focar apenas na teoria e nas fórmulas, a ideia é apresentar situações cotidianas em que são aplicados conceitos matemáticos, o que torna o aprendizado mais significativo e interessante para os alunos.

Essa proposta busca possibilitar aos alunos uma melhor compreensão da utilidade da matemática em suas vidas e desenvolver o pensamento crítico, a resolução de problemas e o pensamento lógico. Além disso, a proposta de prática constante de exercícios e atividades interativas visa consolidar de forma mais eficaz os conceitos matemáticos. Desta maneira, o orientativo curricular de matemática é representado da seguinte maneira:

**Quadro 2: Currículo de referência do quarto ano do Ensino Básico**

| Técnicas e tecnologias do cotidiano                                                                                                 | Técnicas e tecnologias agrícolas                   | Técnicas e tecnologias informáticas                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| Identificar os processos envolvidos nas técnicas básicas para a construção de objetos úteis em madeira, metal, cartão ou plásticos. | Identificar técnicas agrícolas tradicionais.       | Use os elementos básicos do hardware.                                                    |
| Construção de objetos úteis em madeira, metal e plásticos. Técnicas utilizadas.                                                     | Técnicas tradicionais de cultivo: conceito, aulas. | Elementos de hardware: Teclado, Mouse, alto-falantes, Monitor, Impressora, entre outros. |

<sup>13</sup> No original: En este grado se espera que los niños y las niñas transformen materias primas en objetos útiles para el hogar y apliquen técnicas y procesos tecnológicos básicos en actividades agrícolas de producción sustentable.

|                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                               |                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| Aplicar técnicas e processos tecnológicos básicos na construção de objetos úteis para a casa.<br><br>Construção de objetos úteis para o lar em madeira, metal, cartão e plásticos. | Reconhecer as novas tecnologias utilizadas nas atividades agrícolas. Atividade agrícola. Novas tecnologias: Conceito, tipos, características. | Elabore textos curtos e crie pastas de arquivos no software. |
|                                                                                                                                                                                    | Utilizar técnicas básicas de cultivo para semear e/ou plantar. Técnicas básicas de cultivo: conceito, classes, características.               |                                                              |

Fonte: A autora - 2024. (Elaborado com base no documento curricular de 2022)

Ao observamos o quadro acima, é possível perceber que as habilidades citadas se referem ao desenvolvimento de situações e/ou ações que envolvam o cotidiano, mas que podem ser solucionadas pela base matemática. São os chamados “Priorización Curricular<sup>12</sup>”.

A metodologia e sugestões didáticas são apresentadas posteriormente, separadas por orientações metodológicas, que apresentam a (i) aprendizagem reversa; (ii) aprendizagem flexível; (iii) aprendizagem baseada em desafios; (iv) aprendizagem por meio da argumentação; (v) aprendizagem baseada no contexto; (vi) aprendizagem baseada em problemas (ABP); (vii) aprendizagem pelo método *Enseñanza Libre de Improvisación* (Ensino Livre de Improvisação- ELI) ; (viii) estratégias que promovam a compreensão através da organização da informação.

Cada uma destas metodologias tem sua descrição, recursos, procedimentos ou metodologia, avaliação, e exemplo de aplicação concreta. Tudo isso pode ser utilizado e adaptado pelos professores durante as aulas. Esses itens serão apresentados a seguir a partir das definições dadas no currículo prescrito

(i) Aprendizagem reversa: modelo que desenvolverá a autonomia, a responsabilidade e o espírito investigativo dos alunos, bem como participação ativa e real na aprendizagem.

O professor assume um papel de guia ao longo de todo o processo de aprendizagem dos alunos e deixa de ser a única fonte ou disseminador de conhecimento. Nesta aprendizagem reversa, o aluno tem uma atenção personalizada e as experiências desafiantes exigem o desenvolvimento do

pensamento crítico para a solução de problemas individuais e de forma colaborativa (PARAGUAY, 2022a, tradução nossa<sup>14</sup>).

(ii) Aprendizagem flexível: método que se dá pela utilização de diferentes formatos multimídia e redes sociais, é adaptável a estilos pessoais de aprendizagem e apoiado pelo uso de conteúdos relevantes no mundo real e na escolha dos tipos de avaliação.

Fornece aos alunos opções sobre quando, onde e como aprender; permite cada um assumir a responsabilidade no ensino e na aprendizagem, caracteriza-se por: flexibilidade no horário de início e fim do curso, nos horários de estudo, e nos momentos da avaliação; flexibilidade em termos de conteúdo, condições de participação, recursos, organização da aprendizagem (grupo, individual ou outro), hora e local de apoio (PARAGUAY, 2022a, tradução nossa<sup>15</sup>).

(iii) Aprendizagem baseada em desafios: modelo pedagógico que envolve ativamente o aluno em uma situação problemática real, relevante e de vínculo com o ambiente, o que implica a definição de um desafio e a implementação de uma solução. No documento curricular é apresentado da seguinte maneira “Para que o aluno seja capaz de realizar este modelo, ele ou ela deve realizar pesquisas, analisar a informação recolhida, ter capacidade de comunicação e propor estratégias criativas de solução (PARAGUAY, 2022a, tradução nossa<sup>16</sup>).”

(iv) Aprendizagem por meio da argumentação: modelo educativo por excelência, que busca desenvolver no aluno a capacidade de diálogo, fortalecendo o desenvolvimento cognitivo fornecendo as ferramentas linguísticas necessárias.

Trata-se de um método educativo em que os processos de ensino e aprendizagem se baseiam na ideia de que o conhecimento é uma construção social contextual, complexa e intencional relacionados com o instrutivismo social e teorias comunicação. (PARAGUAY, 2022a, tradução nossa<sup>17</sup>).

---

<sup>14</sup> No original: El docente asume un rol como guía durante todo el proceso de aprendizaje de los estudiantes y deja de ser la única fuente o diseminador de conocimiento. El estudiante en este aprendizaje invertido, tiene una atención personalizada y las experiencias retadoras exigen del mismo un desarrollo de un pensamiento crítico para la solución de problemas individuales y de manera colaborativa. Documento disponible em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

<sup>15</sup> No original: Ofrece a los estudiantes opciones acerca de cuándo, dónde y cómo aprender; permite a cada uno asumir la responsabilidad en la enseñanza y el aprendizaje, se caracteriza por la flexibilidad en el tiempo de inicio y finalización del curso, en los momentos de estudio, y en los momentos de evaluación; flexibilidad en cuanto al contenido, condiciones para la participación, recursos, organización del aprendizaje (grupal, individual u otros), tiempo y lugar de apoyo. Documento disponible em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

<sup>16</sup> No original: Para que el estudiante pueda llevar adelante este modelo deberá realizar investigaciones, analizar la información recopilada, tener capacidad de comunicación y plantear estrategias de solución creativas. Documento disponible em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

<sup>17</sup> No original: Es un método educativo en el que los procesos de la enseñanza y del aprendizaje encuentran sus bases en la idea de que el conocimiento es una construcción social contextual, compleja e intencionada relacionada con el constructivismo social y teorías comunicativas. Documento disponible em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)



(v) Aprendizagem baseada no contexto: aprendizagem contextual que permite que o aluno aprenda com o mundo que o rodeia. “Assim, é possível dar sentido aos princípios e conceitos das ciências naturais e das ciências sociais” (PARAGUAY, 2022a, tradução nossa<sup>18</sup>).

(vi) Aprendizagem baseada em problemas (ABP): metodologia de ensino focada na aprendizagem, na pesquisa e na reflexão. Os alunos precisam encontrar uma solução para um problema apresentado pelo professor. Como propõe o documento *Priorización Curricular 2022*: “A aprendizagem baseada em problemas melhora a tomada de decisões, a capacidade de análise, a detecção de necessidades e objetivos e, por conseguinte, o reforço da autonomia, a responsabilidade e independência do aluno” (PARAGUAY, 2022a, tradução nossa<sup>19</sup>).

(vii) Aprendizagem pelo método *Enseñanza Libre de Improvisación* (ELI) na educação: método composto por uma série de aulas dedicadas à realização de tarefas didáticas durante a aula para atingir os objetivos de aprendizagem. Nessas aulas, os alunos tomam consciência do que precisam para adquirir seus próprios conhecimentos.

O professor é o profissional que planeja cada processo didático para alcançar os objetivos de aprendizagem, trabalha com uma estrutura flexível e dinâmica que torna possível com o cumprimento da finalidade didática de uma forma de organizar a aprendizagem e ensino no espaço da sala de aula (PARAGUAY, 2022a, tradução nossa<sup>20</sup>).

(viii) Estratégias que promovam a compreensão através da organização da informação: como propõe o currículo prescrito, “tais estratégias são novas formas de apresentar o conteúdo quando não é possível prescindir de explicações, e estas são muito

---

<sup>18</sup> No original: Así, es posible darle un sentido a los principios y conceptos de las ciencias naturales y las ciencias sociales. Documento disponível em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

<sup>19</sup> No original: El aprendizaje basado en problemas mejora la toma de decisiones, la capacidad de análisis, la detección de necesidades y objetivos y, por lo tanto, potencia la autonomía, la responsabilidad y la independencia del estudiante. Documento disponível em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

<sup>20</sup> No original: El docente es el profesional que planifica cada proceso didáctico para el logro de los objetivos de aprendizajes, trabaja con una estructura flexible y dinámica que posibilita con cumplir con el propósito didáctico propio de una forma de organizar el aprendizaje y la enseñanza en el espacio áulico. Documento disponível em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

eficazes durante o desenvolvimento de sequências didáticas” (PARAGUAY, 2022a, tradução nossa<sup>21</sup>).

Por fim, as metodologias de ensino desempenham um papel importante no processo educacional, pois impactam diretamente como os alunos aprendem e absorvem o conhecimento. Para garantir um ensino eficaz e envolvente, os educadores devem permanecer atualizados e dispostos a experimentar novas técnicas. É possível atender às necessidades particulares dos alunos e criar um ambiente de aprendizagem dinâmico e estimulante. A variedade de métodos disponíveis permite que o ensino seja personalizado e que o desenvolvimento acadêmico dos alunos seja potencializado, preparando-os para os desafios do futuro.

## 6 CONSIDERAÇÕES

Em suma, podemos considerar que o currículo prescrito se fez uma ferramenta importante para nossa análise e compreensão, assim como é para o ensino, porque estabelece diretrizes e objetivos a serem alcançados em determinado curso ou disciplina. Ele fornece a professores e alunos um guia que define o que deve ser ensinado e aprendido em um determinado período. Apesar disso, é importante lembrar que o currículo determinado não é necessariamente o único caminho para o sucesso acadêmico, afinal, a individualidade e as necessidades dos alunos também devem ser consideradas. Diante dos resultados obtidos e das discussões apresentadas, torna-se possível esta contribuição para conhecermos sobre a educação paraguaia, tendo em vista que as leituras e análises dos documentos que regem a educação nos possibilitaram conhecer sobre a distribuição do ensino em níveis: Educação Inicial: abrangendo crianças de 0 a 5 anos; Educação Básica: voltada para crianças e adolescentes de 6 a 14 anos, dividindo-se em três ciclos de três anos cada (os dois primeiros são ciclos da educação primária destinada a crianças de 6 a 11 anos, enquanto o terceiro ciclo é orientado a adolescentes de 12 a 14 anos); Educação Média: ensino destinado a adolescentes de 15 a 17 anos, com duração de três anos, com

---

<sup>21</sup> No original: Tales estrategias constituyen formas novedosas de presentar los contenidos cuando no es posible prescindir de las explicaciones, y tienen mucha efectividad durante el desarrollo de las secuencias didácticas. Documento disponível em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#) Documento disponível em: [Ministerio de Educación y Ciencias - Paraguay](#)

orientação de bacharelado científico e bacharelado técnico; por fim, a Educação Superior, destinada aos concluintes da educação média.

As mudanças no currículo referem-se à atualização de conhecimentos e tarefas de acordo com as demandas e as exigências da sociedade. No processo, predominou a priorização do ensino com foco no desenvolvimento de competências e habilidades para o mercado de trabalho, bem como a implementação do guarani em busca da valorização cultura do Paraguai. Os avanços com a criação de planos para alimentação escolar busca ampliar o atendimento para a implementação da merenda escolar em todas as escolas do Paraguai, mostrando-nos que o objetivo das propostas é melhorar a qualidade do sistema de ensino do país.

No mesmo caminho, o currículo educacional do 4º ano apresenta metodologias que buscam a priorização de trabalhar a matemática de forma prática, contribuindo para o desenvolvimento das competências fundamentais e para a motivação dos estudantes em relação à disciplina. Portanto, é fundamental que os professores sejam flexíveis e saibam adaptar as situações de ensino para diferentes contextos e públicos, buscando sempre formas de adequar o ensino às características e aos interesses de cada aluno. Portanto, o currículo prescrito paraguaio tem base para uma educação de alta qualidade que atenda às necessidades e às expectativas dos alunos e da sociedade como um todo.

## REFERÊNCIAS

DIAS, M. Tendências em educação matemática: percursos curriculares brasileiros e paraguaios. 1 ed. Curitiba: Appris, 2016.

GOODSON, I. F. **Currículo**: teoria e história. 3. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 1999.

PARAGUAY. Ley n° 1.264, de 26 de mayo de 1998. [Ley General de Educación]. Dispone el derecho de aprender y la igualdad de oportunidades de acceder a los conocimientos y a los beneficios de la cultura humanística, de la ciencia y la tecnología, sin discriminación alguna. Garantiza la libertad de enseñar, sin más requisitos que la idoneidad y la integridad ética, el derecho a la educación religiosa, y al pluralismo ideológico. **Ministerio de Educación y Ciencias**, Asunción, 26 mayo 1998. Disponível em: <https://siteal.iiep.unesco.org/bdnp/420/ley-12641998-ley-general-educacion>. Acesso em: 28 out. 2024.

PARAGUAY. Ley n° 5.210, de 8 de mayo de 2014. [Ley de Alimentación Escolar y Control Sanitario]. Créase la Ley de Alimentación Escolar y Control Sanitario, em atención a los derechos de la alimentación y la salud del estudiante, con el fin de garantizar su bienestar físico durante el período de asistencia en la Institución Educativa. **Poder Legislativo**, Asunción, 8 mayo 2014.

PARAGUAY. Ministerio de Educación y Ciencias. **Priorización Curricular**. Educación en la post pandemia. Primer y segundo ciclo de la Educación Escolar Básica. 2022a. Disponível em: <https://www.mec.gov.py/?ref=301686-planos-educativos>. Acesso em: 11 maio 2024.

PARAGUAY. **Orientaciones para la Gestión pedagógica de 1º, 2º y 3º cursos**. Educación Media. Matemática y sus tecnologías. Asunción: Talleres gráficos del MEC, 2006. Disponível em: <https://www.mec.gov.py/?ref=301686-planos-educativos>. Acesso em: 17 maio 2024.

PARAGUAY. **Programa de Alimentación Escolar del Paraguay**. [2022b]. Disponível em: [https://www.mec.gov.py/cms\\_v2/adjuntos/14998?1524843132](https://www.mec.gov.py/cms_v2/adjuntos/14998?1524843132). Acesso em: 28 out. 2024.

PARAGUAY. Ministerio de Educación y Cultura. **Programas de estudio de los ciclos de la Educación Escolar Básica (PEEB)**. Asunción: Talleres gráficos del MEC, 1994. Disponível em: <https://www.mec.gov.py/?ref=301686-planes-educativos>. Acesso em: 22 maio 2024.

RIVAROLA, D. M. **La Reforma Educativa en Paraguay**. Santiago de Chile: Cepal, 2000. (Serie Políticas Sociales, n. 40).

SACRISTÁN, J. G. **O Currículo: uma reflexão sobre a prática**. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

SACRISTÁN, J. G. **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre : Penso, 2013.

SANTANA, E. Política pública de educação básica comparada: o impacto da transição democrática na política pública de educação básica: Brasil, Argentina e Paraguai, (1980 - 1999) / Eliseu Santana. - Foz do Iguaçu, 2020. 139 f.: il.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais - A pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

## O CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NO MANUAL DIDÁTICO PARAGUAIO DO 4º ANO<sup>22</sup>

### Resumo

Os livros didáticos continuam sendo materiais essenciais para o desenvolvimento curricular e para a formação docente, pois os conhecimentos que emergem destes são responsáveis não apenas pela formação do estudante, mas também do professor. Com objetivo de Analisar como podem ser mobilizados os conhecimentos especializados do professor que aparecem no livro e manual didático na unidade de Geometria Para este artigo a metodologia utilizada é do tipo análise documental fundamentada em Ludke e André, deste modo, a partir das concepções do modelo teórico do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* - MTSK (Conhecimento Especializado do Professor de Matemática) que reconhece a diferença entre a Matemática e o seu ensino e aprendizagem, bem como a relação com os fundamentos matemáticos interligados às metodologias das representações do conteúdo. A análise do manual didático aponta que ao considerarmos a geometria suas representações, abordagens e exemplificações, formam vínculos com o conhecimento das estruturas geométricas e suas formas de apresentação.

**Palavras-chave:** Geometria. Ensino primário. Manual didático. MTSK.

### Abstract

Textbooks continue to be essential materials for curriculum development and teacher training, as the knowledge that emerges from them is responsible not only for the formation of the student, but also for the teacher. In order to analyze how the teacher's specialized knowledge that appears in the textbook and textbook can be mobilized in the Geometry unit For this article, the methodology used is of the documentary analysis type based on Ludke and André, thus, from the conceptions of the theoretical model of the Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK ) which recognizes the difference between Mathematics and its teaching and learning, as well as the relationship with the mathematical foundations interconnected to the methodologies of content representations. The analysis of the didactic manual points out that when we consider geometry its representations, approaches and exemplifications, they form links with the knowledge of geometric structures and their forms of presentation.

**Keywords:** Geometry. Primary education. Didactic manual. MTSK.

## 1 INTRODUÇÃO

O manual didático é uma das principais ferramentas de apoio do professor em sala de aula, possuindo diversas funções, como organizar o conteúdo, facilitar a aprendizagem, servir como guia a prática pedagógica, garantir acesso ao currículo

---

<sup>22</sup> Artigo submetido para publicação na revista Amazônia

prescrito, oferecer uma base comum de conhecimento para os estudantes, incorporar questões sociais e culturais, valorizar a diversidade, engajar os estudantes, promover autonomia, propor atividades diagnósticas e formativas. Ele é embasado pelo currículo prescrito, formado por exigências, regras e normas, que por sua vez tendem a auxiliar e compor o planejamento anual.

No Paraguai, não há uma avaliação que analisa e verifica itens presentes nos livros e manuais didáticos como no Brasil, que possui o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), com editais de seleção e divulgação no *site* do Ministério da Educação (MEC). Com a emergência do PNLD, por ser um dos maiores programas de produção e distribuição de livros didáticos do mundo atraiu para si o interesse de grupos editoriais e também dos pesquisadores, o que gerou a ampliação do conhecimento sobre os livros didáticos brasileiros, e possibilitou a expansão do número de pesquisas envolvendo-os. Contudo, mesmo afetando e sendo afetado pelo país vizinho, pouco se conhece sobre o livro didático paraguaio.

Ao considerarmos nosso país e suas regiões que fazem fronteira com o Paraguai, as influências de um Estado sobre o outro no âmbito educacional, em busca de caracterizar as abordagens na unidade de Geometria do manual didático paraguaio do 4º ano, realizaremos uma análise dos conhecimentos especializados presentes nesta unidade.

No processo de realizar uma análise dos conhecimentos especializados presentes na unidade de Geometria do manual didático paraguaio do 4º ano, é necessário considerar as especificidades do nosso país e suas regiões que fazem fronteira com o Paraguai, as influências de um país sobre o outro no âmbito educacional e também na busca de melhor entender e caracterizar a unidade supracitada.

Ademais, percebe-se que se faz necessária a compreensão sobre a formação docente e sua relação com o trabalho em sala de aula, de forma que estas sejam coerentes com o que se segue. O docente tem como objetivo final mediar conhecimentos que são propostos na formação do currículo e que serão exigidos dos estudantes. Contudo, precisamos analisar o que se propõe ao docente e o que é exigido que ele saiba para ministrar com maestria suas aulas.

Logo, para Santos (2021), o livro e o manual didático passam a ser considerados instrumentos não só de ensino, mas também de formação docente, pois os conhecimentos

que estes mobilizam podem propiciar formas de aperfeiçoamento daquilo que o professor necessita para o bom exercício da profissão. Assim, esta compreensão nos conduz para os conhecimentos especializados do professor.

Sob essa perspectiva temos como objetivo, nesta investigação, analisar como os conhecimentos especializados do professor aparecem no livro e manual didático na unidade de Geometria.

Para isso, nossa questão investigativa para esse artigo foi: Quais são os conhecimentos especializados do professor para o ensino de Geometria que aparecem no manual didático da coleção Ñepytvõ Rekávodo 4º ano?

Como lente teórica, utilizaremos o *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK), que será especificado em uma próxima seção.

## 2 APORTE TEÓRICO: O QUE É O MODELO TEÓRICO MTSK?

O modelo teórico MTSK discute diferentes aspectos do conhecimento do professor, sendo este composto por dois domínios. O primeiro deles refere-se ao *Mathematical Knowledge* - MK (Conhecimento Matemático) que, de acordo com Carillo *et al.* (2018), é o tópico que aborda o conhecimento do professor acerca da matemática propriamente dita, vista como uma rede de informações estruturadas sistematicamente e com regras próprias, que exige do professor uma boa compreensão desta rede – dos elementos e como eles se relacionam entre si – e das regras e características associadas ao processo de produção de conhecimento matemático. Com isso, este tópico permite que o docente ensine o conteúdo de forma conectada e valide as conjecturas matemáticas de seus alunos.

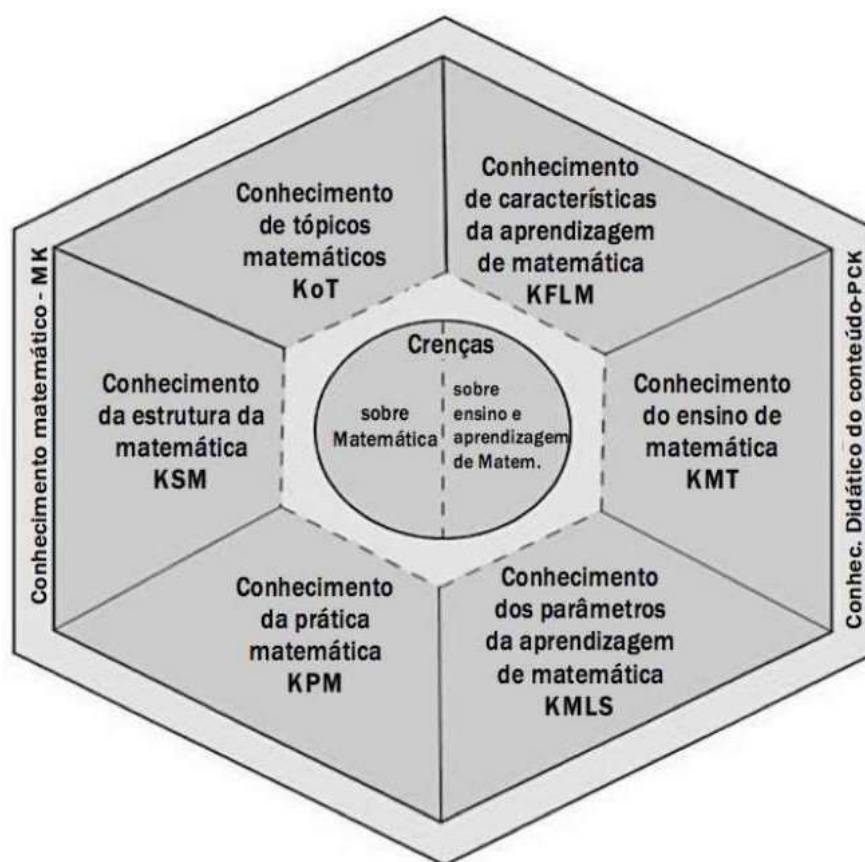
O segundo domínio é denominado *Pedagogical Content Knowledge* – PCK (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo), que, como determina Carillo *et al.* (2018), permite ao professor a construção de relações e vínculos entre o aluno e o conhecimento matemático, o que implica um conhecimento das várias formas de representar o conteúdo, seja por meio de exemplos, analogias, maneiras de explicação do conteúdo, e/ou compreender situações de equívoco dos estudantes, isto é se os conteúdos se desenvolvem de acordo com o esperado. Além disso, este conhecimento também se relaciona ao conhecimento do professor sobre os documentos que regem a educação (diretrizes



curriculares locais, nacionais e internacionais, sobre os livros didáticos, material instrucional e outros).

Cada um destes domínios é composto por três subdomínios, onde são especificados os Conhecimentos Especializados do Professor de Matemática, tanto em relação ao conteúdo em si quanto à abordagem pedagógica deste conteúdo, conforme pode ser observado na Figura 1, a seguir:

**Figura 1: Representação do Conhecimento Especializado do Professor de matemática (Mathematics Teachers' Specialised Knowledge-MTSK)**



Fonte: Carrillo, *et al.*, 2018

Em consideração ao contexto da figura acima, detalhamos a seguir as características dos subdomínios descritos.

1. O *Mathematical Knowledge* - MK (Conhecimento matemático): é o subdomínio em que a matemática é entendida e vista como uma rede de conhecimentos estruturados com suas próprias regras, que envolve entendimento dos conceitos, elementos, características e regras integrantes de repertório suficiente para ensinar o

conteúdo matemático pelo professor. Deste, decorrem os três subdomínios que o compõem :

1.1 O *Knowledge of Topics* – KoT (Conhecimento de tópicos matemáticos): relaciona o conhecimento do professor sobre o conteúdo matemático. O professor de matemática deve ter o domínio e clareza da matéria a ensinar, embora com um nível de profundidade, organização e estrutura com que receberá os alunos (MA, 1999). Neste subdomínio, Carrillo *et al.* (2018 *apud* Alencar, 2019) considerada a associação do conhecimento matemático ao saber o que deve ser feito, por que deve ser feito, e como deve ser feito, associados à compreensão do professor sobre os conteúdos os quais está ensinando, e associando aos conhecimentos que podem ser gerados a partir da sala de aula. As categorias consideradas por Carrillo *et al.* (2018 *apud* Alencar, 2019) são: i) Como fazer alguma coisa?; ii) Quando fazer alguma coisa?; iii) Por que algo é feito dessa maneira?; iv) Características do resultado; v) Definições, propriedades e fundações; vi) Registros de representação; e vii) Fenomenologia e aplicação.

1.2 O *Knowledge of The Structure of Mathematics* – KSM (Conhecimento da Estrutura da Matemática): é o subdomínio do conhecimento do professor que se refere à forma de percepção da matemática, na qual o professor faz a relação de conteúdos elementares e complexos, partindo de pontos iniciais a fim de correlacioná-los um ao outro, o que possibilita melhor domínio na correlação entre os conteúdos matemáticos e outros conteúdos. Deste modo, as categorias deste subdomínio são descritas por Carrillo *et al.* (2018 *apud* Alencar 2019) como: i) Conexões baseadas em simplificação; ii) Conexões baseadas em maior complexidade; iii) Conexões auxiliares e iv) Conexões transversais.

1.3 O *Knowledge of Practices in Mathematics* – KPM (Conhecimento da Prática Matemática), é o conhecimento que inclui saber como demonstrar, justificar, definir, fazer deduções e induções, dar exemplos e entender o papel de contraexemplos, bem como uma compreensão da lógica subjacente a cada uma dessas práticas. As categorias deste subdomínio não são fornecidas, pois está sendo estudado os agrupamentos dos descritores para a formação das mesmas (Carrillo, *et al.*, 2018 *apud* Alencar 2019).

2. O domínio *Pedagogical Content Knowledge* – PCK, representa um conjunto de conhecimentos baseados em teorias resultantes de pesquisas em Educação Matemática

ou na observação e reflexão da atividade matemática em sala de aula (Muñoz- Catalán, 2015). Este domínio possui também três subdomínios.

2.1 O *Knowledge of Mathematics Teaching* – KMT, (Conhecimento do Ensino de Matemática) envolve a compreensão do professor referente a recursos, materiais, modo de apresentação dos conteúdos e como a apresentação destes conteúdos podem influenciar na aprendizagem dos estudantes, observando a maneira com que os estudantes lidam com suas dúvidas durante a compreensão dos conteúdos matemáticos e como se dá sua aprendizagem. As categorias de conhecimento do KMT são descritas como: i) Teorias do ensino de matemática; ii) Recursos didáticos (físicos e digitais); iii) Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carillo, *et al.*, 2018 *apud* Alencar 2019).

2.2 O *Knowledge of Features of Learning Mathematics* – KFLM (Conhecimento das características da Aprendizagem de Matemática), representa os papéis importantes as dimensões do conhecimento do professor acerca dos possíveis modos de apreensão dos conteúdos em si mesmos, além das teorias sobre o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. (Alencar, *et al.*, 2019).

Nesta concepção, busca-se a compreensão dos estudantes, erros, acertos, dificuldades relacionadas ao raciocínio de processos utilizados para as áreas distintas da matemática; tendo como categorias: i) Teorias da aprendizagem matemática; ii) Pontos fortes e fracos em aprender matemática; iii) Maneiras de os alunos interagirem com conteúdo matemático; iv) Aspectos emocionais da aprendizagem da matemática (Carillo, *et al.*, 2018 *apud* Alencar 2019).

2.3 O *Knowledge of Mathematics Learning Standards* – KMLS (Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática), segundo Carillo *et al.* (2018), é associado ao conhecimento do professor observando aspectos de aprendizagem, desenvolvimento do conteúdo trabalhado e entendimento dos processos sequenciais. Dentro deste, faz parte o entendimento do professor acerca do currículo que é necessário ensinar e suas distribuições/adequações aos níveis de escolaridade em que devem ser atribuídos. As categorias definidas por Carillo *et al.* (2018 *apud* Alencar 2019) são: i) Resultados de aprendizagem esperados; ii) Nível esperado de desenvolvimento conceitual ou processual; iii) Sequenciamento de tópicos.

Diante dos domínios e subdomínios apresentados, ressaltamos a importância desta pesquisa de uso do modelo teórico MTSK com o manual didático paraguaio, que por sua

vez é um dos materiais utilizados em sala de aula pelo professor, visto que professores são influenciados pelos conhecimentos especializados no manual didático.

### **3 O CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR PARA O ENSINO DE GEOMETRIA**

Assim como as outras unidades da Matemática, a Geometria foi importante para várias civilizações antigas, a partir das necessidades sociais, culturais e econômicas de cada povo, como por exemplo: medição de terrenos, desenhos, construções e estruturas.

Partindo do exposto, a percepção da geometria está vinculada, primeiramente, às percepções humanas; posteriormente, às fórmulas e suas representações, sendo esta, segundo Fainguelernt (1999, p. 20), uma “[...] ferramenta para a compreensão, descrição e inter-relação com o espaço em que vivemos”. Em complemento, ao trabalharmos os conceitos geométricos, Locatelli (2015, p. 75), considera que “[...] por meio deles, o estudante desenvolve funções psíquicas específicas que lhe permitem compreender, descrever e representar, de forma organizada, o espaço em que vive”.

Assim, destacamos a geometria como a área da matemática que estuda as propriedades e relações espaciais dos objetos, que, por sua vez, estão interligados com nossas representações cotidianas de planificações e espaço. O ensino da geometria se faz necessário por diversos motivos: ao pensarmos no contexto escolar, Lorenzato (1995) enfatiza que o desenvolvimento do pensamento geométrico não seria possível sem o estudo da geometria, salientando ainda que aos problemas matemáticos do mundo real que envolvem ou se relacionam com a geometria seriam quase impossíveis de serem solucionados.

Desta maneira, ao refletirmos sobre a importância do ensino da geometria, faz-se necessário a percepção sobre como o conhecimento especializado nessa área se identifica com a capacidade de ensinar conceitos como ângulos, comprimento de linhas, áreas e volumes de formas geométricas de maneira clara e precisa.

Assim, ao buscarmos, em nossa pesquisa, analisar o manual didático como um possível possibilitador do conhecimento especializado do professor como aponta Oliveira (2007, p. X), “[...] compreendê-lo e bem utilizá-lo envolve alguns aspectos: tratamento de conteúdos preestabelecidos e suas descrições, teoria e escolha de uma metodologia que a atenda satisfatoriamente é um bom manual de orientações ao professor”. Neste sentido,

Barros (*et al.*, 2015, p. 5) afirma “[...] a importância da escolha de um livro didático que não apresente incorreções para que o professor possa não só utilizá-lo em sua prática letiva, como obter nele informações que possam auxiliá-lo em sua tarefa pedagógica”.

Considerando os possíveis erros em manuais, faz-se necessário que o professor, ao ensinar geometria, tenha domínio sobre os teoremas e propriedades geométricas apresentados no livro/manual didático com o qual irá trabalhar para que possa mediar esse conhecimento aos seus alunos de forma clara e eficaz.

Portanto, cabe salientar algumas possíveis relações dos subdomínios do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK) com a geometria e seus conceitos: i) Conhecimento dos princípios e teorias fundamentais da geometria, como o conceito de ponto, linha, plano, ângulos, polígonos, círculos, etc; ii) Capacidade de aplicar técnicas geométricas para resolver problemas matemáticos; iii) Compreensão dos diferentes tipos de transformações geométricas, como reflexões, rotações, translações e simetrias; iv) Familiaridade com as propriedades dos diferentes tipos de figuras geométricas, como quadriláteros, triângulos, prismas, pirâmides, etc; v) Habilidade para visualizar e representar objetos tridimensionais em planos bidimensionais; vi) Capacidade de usar a geometria para modelar e analisar situações do mundo real; vii) Conhecimento das relações geométricas entre diferentes formas e objetos; viii) Compreensão dos conceitos de coordenadas e sistemas de referência espacial na geometria analítica; ix) Capacidade de utilizar software de geometria dinâmica e outras ferramentas tecnológicas para explorar conceitos geométricos. Outras relações dos subdomínios e da geometria serão expostos de forma mais explicativa posteriormente, durante a análise do livro/manual didático.

#### **4 CONSTRUÇÃO DA PESQUISA: METODOLOGIA**

A metodologia escolhida para desenvolvermos esta investigação foi qualitativa do tipo documental, fundamentada em Ludke e André (2013), considerando uma abordagem de pesquisa que se baseia na análise de documentos escritos, imagens, vídeos e outros artefatos produzidos pela sociedade. Para isso, optamos por realizar a análise de um manual didático, buscando compreender quais são os conhecimentos especializados do professor de matemática que emergem do material e suas representações de categorias em relação ao modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (*Mathematics Teachers' Specialised Knowledge – MTSK*).

A análise foi realizada de forma a subdividir os tópicos do livro didático pelos temas. Iniciamos estas divisões pelos planos de ensino, sendo eles iniciados pelo plano de aula 6, pois é o primeiro plano da unidade temática de geometria, seguindo a análise até o plano de aula 10. Durante as análises, os planos de aula foram renomeados, considerando, assim, o plano 6 como sendo o plano 1, seguindo de forma sucessiva ao plano 10 numerado como 5.

Posteriormente, realizamos a divisão das etapas de abordagem dos assuntos que compõem cada plano de aula, sendo eles distribuídos por unidades temáticas da geometria. A análise de cada tópico desenvolveu-se de forma minuciosa, utilizando técnicas do modelo MTSK, tais como reconhecimento dos subdomínios do conhecimento e identificação de categorias fazendo referência ao conteúdo abordado, exemplificando e discutindo as representações da geometria presentes em cada etapa por meio dos conhecimentos especializados do professor de matemática, possibilitando aos professores conhecer sobre o que lhes é proposto em desenvolvimento no manual didático.

## **5 ANÁLISES: QUAIS SÃO OS CONHECIMENTOS PARA SE ENSINAR GEOMETRIA EVIDENCIADOS NO MANUAL DIDÁTICO PARAGUAIO?**

Ao realizarmos a análise do manual didático *Ñepytyvõ Rekávo*, na unidade temática de geometria, identificamos 5 subdivisões, sendo estas nomeadas pelo livro como planos de aula. Os temas de cada plano de aula são: Ponto, segmento de reta, retas paralelas, perpendiculares e oblíquas; Elementos dos polígonos; Perímetro de polígonos irregulares; Perímetro de polígonos regulares; Área de polígonos.

Para organização das análises, utilizamos as etapas apresentadas no manual didático paraguaio: i) Capacidades; ii) Tema; iii) Indicadores; iv) Procedimento e instrumento de avaliação; v) Reflexão; vi) Início vii) Desenvolvimento; viii) Informação; ix) Atividades; x) Atividade para casa. Assim, cada etapa encontra-se detalhada nas subdivisões correspondentes a seguir.

### **i) Capacidades**

A apresentação inicial se dá por meio das capacidades a serem desenvolvidas nos planos de aula. O plano de aula 1 apresenta as seguintes capacidades:

Compreender o problema no enunciado; Elaborar uma solução para o problema enunciado; Executar a solução do problema; Examinar a solução

obtida e emprega: Ponto, Segmento. Reta e Retas paralelas, perpendiculares e oblíquas; Lê, compreende e utiliza vocabulário e escrita adequada ao texto. Reconhece a importância da geometria para compreensão do mundo ao redor.” (Helman 2017, tradução nossa)

No qual observamos a representação do subdomínio do Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem de Matemática (KMLS), que está relacionado ao conhecimento do professor sobre os resultados de aprendizagem esperados, o nível desejado de desenvolvimento conceitual ou processual e o sequenciamento adequado dos tópicos.

As categorias apresentadas a seguir são utilizadas em todos os planos de aula. Desse modo, podemos inferir que o manual didático paraguaio preocupa-se com os conhecimentos curriculares a serem desenvolvidos com os estudantes. Especificamente, essas citações do manual didático referem-se à categoria que Carrillo (*et al.*, 2018) define como nível esperado de desenvolvimento conceitual ou processual.

Observamos, assim, o nível de aprofundamento esperado para cada tópico. Por exemplo, a composição das capacidades com a utilização dos verbos – criar, compreender, executar, avaliar, ler e reconhecer – nos apresenta uma possível proporção sobre o nível de entendimento esperado sobre os assuntos abordados.

## **ii) Temas**

Os planos apresentam um tema em cada planejamento, sendo que nesses identificamos o Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem de Matemática (*Knowledge of Mathematics Learning Standards* – KMLS), porque são apresentadas as características curriculares e podemos identificar a categoria de sequenciamento de tópicos (Carrillo *et al.*, 2018).

A seguir, apresentamos os temas demonstrados no manual didático paraguaio analisado, no qual podemos observar em qual plano de aula cada um é representado. O tema dos 5 planos de ação são respectivamente: i) Ponto. Segmento. Retas. Retas paralelas, perpendiculares e oblíquas; ii) Elementos dos polígonos: Lados, ângulos e vértices de polígonos regulares e irregulares; iii) Perímetro de polígonos irregulares; iv) Perímetro de polígonos regulares; v) Área de polígonos: quadrado, retângulo e triângulo.

Vemos que os temas são complementares uns aos outros, pois se considerarmos o estudo do polígono, sem antes passar pelo processo inicial dos elementos que constituem um polígono, as informações podem ficar confusas, ou mesmo se trabalharmos polígonos irregulares e não polígonos regulares. Essa sequenciação dos

temas demonstra o Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem de Matemática (*Knowledge of Mathematics Learning Standards –KMLS*) na categoria sequenciamento de tópicos (Carrillo *et al.*, 2018), nesta composição/recorte do manual didático.

Ao continuarmos mais sobre as observações dos demais itens no manual didático paraguaio, apresentaremos a análise dos indicadores.

### iii) Indicadores

Os indicadores estão relacionados aos temas. Consideramos, assim, que os indicadores servirão como uma forma de perceber e/ou estabelecer parâmetros considerando o que se espera alcançar como objetivo de aprendizagem. A seguir, no quadro 1, serão apresentadas as formas pelas quais os indicadores estão descritos.

**Quadro 1: Indicadores do manual didático paraguaio 4º ano**

|                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Plano de aula 1                                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar: plano, ponto, reta e segmento.</li> <li>• Reconhecer: retas paralelas, perpendiculares e oblíquas.</li> <li>• Expressar a importância da geometria para compreender seu arredor.</li> </ul> |
| Plano de aula 2                                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer os elementos de um polígono.</li> <li>• Identificar os polígonos segundo a quantidade de lados que contém.</li> <li>• Distinguir um polígono regular de um irregular.</li> </ul>              |
| Plano de aula 3                                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escrever os detalhes do problema.</li> <li>• Encontrar o perímetro do polígono irregular que corresponda.</li> <li>• Escrever a resposta.</li> </ul>                                                     |
| Plano de aula 4                                                                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escrever os detalhes do problema.</li> <li>• Encontrar o perímetro do polígono irregular que corresponda.</li> <li>• Escrever a resposta.</li> </ul>                                                     |
| Plano de aula 5                                                                                                                                                                                                                                   |



- Escrever os detalhes do problema.
- Encontrar área do quadrado.
- Encontrar a área do retângulo.
- Encontrar a área do triângulo
- Escrever a resposta.

Fonte: Helman (2017, tradução nossa)

Desta maneira, por meio da representação dos indicadores, averiguamos que o subdomínio o qual os abrange é o Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching* – KMT), por que este contempla os aspectos do conhecimento do professor sobre os materiais, modos de apresentação do conteúdo, as contribuições para a aprendizagem dos alunos. Por Carrillo (*et al.*, 2018), identificamos, portanto, que a categoria que esse se assemelha é as estratégias, técnicas, tarefas e exemplos.

Ao observarmos o que é apresentado nos planos de aula 3 e 4 identificamos uma semelhança, onde ambos descrevem em seus indicadores “Encontrar o perímetro do polígono irregular que corresponda.”, no entanto, identificamos que houve um equívoco provavelmente na digitação, pois o conteúdo do terceiro plano de aula é sobre polígonos irregulares e no quarto plano de aula é sobre polígonos regulares. Esse equívoco pode causar complicações para o professor que não possua um sólido conhecimento sobre o tema abordado que se refere ao subdomínio Conhecimento de tópicos (*Knowledge of Topics* – KoT), fazendo com que esse pense que ambos são irregulares, mesmo apresentando exemplos e atividades em um dos planos sobre os polígonos regulares.

Ademais, identificamos que este tópico apresenta-se por meio dos indicadores utilizando-se dos verbos como uma tarefa a ser realizada pelos estudantes. Esse indicativo faz com que o professor tenha opções e analise quais tarefas podem ser realizadas nos planos de ensino apresentados no manual didático paraguaio analisado.

Dando sequência às nossas percepções aos demais itens no manual didático paraguaio, apresentamos na próxima análise os procedimentos e instrumentos de avaliação.

#### **iv) Procedimentos e instrumentos de avaliação**

Os procedimentos e instrumentos de avaliação são apresentados no manual didático como uma lista de comparação, sendo está a forma de avaliar a presença ou ausência de conhecimentos e habilidades dos estudantes, fazendo uso de exercícios que apresentam ao estudante possibilidades de escolha entre as alternativas, como exercícios

de verdadeiro ou falso. Podemos considerar essa lista de comparação como uma sondagem elaborada para identificar o desenvolvimento e avanços das aprendizagens dos estudantes.

Consideramos esse processo avaliativo como o Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching* – KMT) e o Conhecimento das Características de Aprendizagem de Matemática (*Knowledge of Features of Learning Mathematics* – KFLM), pois as avaliações indicam um modo de desenvolver estratégias de ensino também por meio dos processos, das atividades e da lista de comparação que identifica as dificuldades e avanços dos estudantes.

As categorias as quais identificamos semelhança com as análises realizadas na avaliação são (Carrillo *et al.*, 2018 *apud* Alencar, 2019): i) Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (*Knowledge of Mathematics Teaching* – KMT) e ii) Maneiras dos alunos interagirem com o conteúdo matemático (*Knowledge of Features of Learning Mathematics* – KFLM).

Portanto, os procedimentos e instrumentos de avaliação apresentados nos planos de aulas são determinados por meio de uma ficha. A seguir, um exemplo retirado de um dos planos:

**Quadro 2: Lista de comparação - Plano de aula 4**

| Indicadores                                                 | Sim | Não |
|-------------------------------------------------------------|-----|-----|
| Escreve os detalhes do problema.                            |     |     |
| Encontra o perímetro do polígono irregular que corresponde. |     |     |
| Escreve a resposta.                                         |     |     |

Fonte: Helman (2017, tradução nossa)

A observação dos indicadores, que tem como função quantificar o desempenho dos diversos aspectos dentro da organização do conteúdo, mostra que a utilização do modelo de lista de comparação segue de acordo com os objetivos a serem alcançados na compreensão dos conteúdos. Estas listas apresentam de maneira individual cada objetivo, possibilitando ao professor uma avaliação precisa sobre o que ele deve observar no desempenho dos estudantes.

No plano de aula 5, temos uma representação diferente, pois esta é denominada prova escrita, instrumento este que avaliará o desempenho dos estudantes por meio de pontuações.

**Quadro 3: Prova Escrita - Plano 5.**

| Indicadores                   | Pontuação atribuída | Pontuação alcançada |
|-------------------------------|---------------------|---------------------|
| Escreve os dados do problema. |                     |                     |
| Encontra a área do quadrado.  |                     |                     |
| Encontra a área do retângulo. |                     |                     |
| Encontra a área do triângulo  |                     |                     |
| Escreve a resposta.           |                     |                     |

Fonte: Helman (2017, tradução nossa)

o analisarmos a proposta de avaliação via prova escrita, é possível compreender que o seu formato representa um local para que o professor possa fazer sua avaliação quantitativa (notas) a partir de uma prova escrita aplicada, onde este modelo pode servir como base para identificar cada habilidade do plano de aula. O campo de pontuação atribuída refere-se ao quantitativo de pontos vinculados ao tema e à pontuação alcançada na avaliação de desenvolvimento individual de cada estudante.

Assim, notamos que todas as atividades apresentadas requerem do professor entender os avanços, dúvidas e dificuldades dos estudantes e por isso o consideramos o Conhecimento das Características de Aprendizagem de Matemática o (KFLM) na categoria Pontos fortes e fracos em aprender matemática (Carrillo *et al.*, 2018 *apud* Alencar, 2019). Do mesmo modo, o consideramos Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT), pois é apresentada uma organização de atividades para a observação e análise das aprendizagens., encaixando-se na categoria Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carrillo *et al.*, 2018 *apud* Alencar, 2019).

Prosseguindo ao próximo tópico de análise aos demais itens no manual didático paraguaio, apresentamos os campos de reflexão.

## **v) Reflexão**

Os campos de reflexão apresentados nos planos de aula são complementados com a sequência determinada posteriormente pela discussão do conteúdo. O sentido de sua colocação tem por objetivo levar o estudante e/ou o professor a relacionar o conteúdo matemático com ações da vida real, desenvolvendo o pensamento crítico e ampliando a capacidade de reconhecimento de sua aplicação.

Podemos observar as reflexões apresentadas em cada plano no quadro a seguir:

**Quadro 4: Reflexões dos planos de aula**

|                                                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Plano 1                                                                                                    |
| Respeitemos as regras do jogo.                                                                             |
| Plano 2                                                                                                    |
| Participemos com entusiasmo do jogo. O importante é compartilhar e aproveitar                              |
| Plano 3                                                                                                    |
| Por que é importante a figura do árbitro em uma partida de futebol?                                        |
| Plano 4                                                                                                    |
| Quando praticamos um esporte ou realizamos uma atividade recreativa, é bom que seja em grupo ou em equipe. |
| Plano 5                                                                                                    |
| Por que é importante a figura do árbitro em uma partida de futebol?                                        |

Fonte: Helman (2017, tradução nossa)

Ao observarmos as reflexões, notamos que estas reflexões fazem parte do Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching* - KMT), pois apresenta aspectos de conhecimento do professor acerca dos modos de apresentar determinados conteúdos, trabalhando a interdisciplinaridade e suas aplicações nas diversas áreas, que o levará ao desenvolvimento, neste caso, do aprendizado geométrico.

Assim, consideramos que quando se desenvolve atividades que façam com que o professor identifique os avanços e dificuldades do discente referimo-nos ao Conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática (*Knowledge of Features of Learning Mathematics* – KFLM), sobre teorias de aprendizagem das relações entre o estudante e outros conhecimentos (Carrillo *et al.*, 2018).

No entanto, apesar de focarmos nossa investigação no conhecimento especializado do professor que ensina matemática, não significa que no manual/livro didático não há o ensino além do matemático, já que percebemos que os conteúdos matemáticos aparecem vinculados ao ensino de outros conteúdos e temas, trabalhando assim a interdisciplinaridade.

Para Zabala (1998, p. 143), “[...] a interdisciplinaridade é a interação entre duas ou mais disciplinas, que pode ir desde a simples comunicação de ideias até a interação recíproca dos conceitos fundamentais e da teoria do conhecimento, da metodologia e dos dados da pesquisa”. Neste mesmo sentido, Pires (1998, p. 177) complementa, destacando que a interdisciplinaridade no contexto do ensino “pode ser tomada como uma possibilidade de quebrar a rigidez dos compartimentos em que se encontram isoladas as disciplinas nos currículos escolares”.

Deste modo, a percepção do trabalho dos conteúdos da matemática, em conjunto com os esportes que envolvem conceitos de educação física (planos de aula 1, 3 e 5); e conceitos de cidadania, respeito e trabalho em grupo (planos de aula 1 e 4), de acordo com Zabala e Pires e com o subdomínio dos Conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática (*Knowledge of Features of Learning Mathematics KFLM*) na categoria de Maneiras de os alunos interagirem com conteúdo matemático, pois esta se mostra aos estudantes de maneira distinta, com uma maneira diferenciada de representação da matemática.

Encaminhando-nos ao próximo tópico de análise dos itens do manual didático paraguaio, apresentamos os campos intitulado de “início”.

#### **vi) Início**

O início, assim denominado no manual didático paraguaio, apresenta processos introdutórios ao conteúdo abordado nos planos de aula, dá sequência e estabelece vínculo entre o tema abordado e a situação presente no campo de reflexão apresentado anteriormente, referindo-se ao subdomínio do Conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática (*Knowledge of Features of Learning Mathematics – KFLM*) na categoria Teorias da aprendizagem matemática (Carrillo *et al.*, 2018). A seguir, apresentamos as atividades como são descritas no manual.

No plano de aula 1, a abordagem inicial é estabelecida por meio de uma atividade de compreensão, leitura e análise com a seguinte figura:

Figura 2: Início do Plano de aula 1.



Fonte: Fonte: Helman (2017, p. 130).

Neste tópico, trazendo o reconhecimento de ponto, reta e plano com a interação ao jogo de tênis.

No plano de aula 2, o conteúdo é apresentado por meio de uma atividade de adivinhação em que as dicas são determinadas pelas definições de conceitos sobre o tema. Neste caso, os elementos de um polígono, conforme o quadro a seguir:

**Quadro 5: Início- Plano de aula 2.**

|                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------|
| Tenho 4 lados. Tenho 4 vértices. Tenho dois pares de lados iguais. Sou _____. |
|-------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------|
| Tenho 4 lados. Tenho 4 vértices. Meus 4 lados são iguais. Eu sou o _____. |
|---------------------------------------------------------------------------|

Fonte: Helman (2017, tradução nossa)

No plano de aula 3, a abordagem inicial é estipulada como uma reflexão e comparação, descrita da seguinte maneira: “Verifiquemos sobre as dimensões das quadras de futebol. Comentamos sobre qual polígono representa e se são polígonos regulares ou irregulares”. (Helman, 2017, tradução nossa).

No plano de aula 4, define-se o início por meio de leitura, análise e resposta com uma situação problema a seguir: “A quadra de voleibol é um retângulo de 9m de largura por 18m de comprimento, quer dizer que cada equipe tem o correspondente a um quadrado de 9m por 9m. Qual é o perímetro correspondente a cada equipe?”.

Em sequência, apresenta a solução do problema com a figura de um quadrado identificando os 9m em seus lados e a resolução do cálculo do perímetro da figura com a

fórmula matemática  $P = l + l + l + l$ , então  $P = 9m + 9m + 9m + 9m = 36m$ , justificando que cada equipe tem o correspondente a 36m.

Nesse plano, observamos o conhecimento do Conteúdo (*Knowledge of Topics – KoT*) e o Conhecimento da Estrutura da Matemática na categoria: Como fazer alguma coisa? e ao Conhecimento da Estrutura da Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*) na categoria Conexões auxiliares, segundo mencionado por Carrillo *et al.* (2018).

No plano de aula 5, o início é marcado pela leitura, análise e resolução de um problema: “O perímetro de um campo de futebol tem 120m de largura e 90m de comprimento, seu perímetro é de 400m e sua área é igual a 10.800m<sup>2</sup>. Qual você considera a diferença entre o perímetro e a área?”. A apresentação de um problema está ligada às técnicas e tarefas de ensino que compõem categoria do Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*).

Assim, notamos que nestas apresentações iniciais há a exigência de que o professor tenha domínio sobre o conteúdo a ser trabalhado, pois são apresentadas distintas formas de aplicação dos conteúdos; este subdomínio trata-se do conhecimento dos tópicos abordados (KoT), pois se faz necessário saber as definições, propriedades e fundações sobre o conteúdo a ser ensinado (Carrillo *et al.*, 2018). Ao mesmo tempo, notamos no plano 4 que as atividades sobre decomposições estão ligadas ao Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM). Por que as decomposições fazem parte da estrutura da matemática para que o professor pense nas estruturas de simplificação e de complexidade.

Avançando nas análises dos tópicos do manual didático paraguaio, serão desenvolvidas as investigações acerca do desenvolvimento.

## **vii) Desenvolvimento**

Os tópicos designados como desenvolvimento, utilizam de terminações verbais do modo indicativo, que representam ações ou fatos acontecidos, expressando uma ação de forma segura. Neste, temos a representação do subdomínio Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT). O quadro apresentado abaixo destaca esta representação:

### **Quadro 6 - Desenvolvimento dos planos de aula**

|         |
|---------|
| Plano 1 |
|---------|

|                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Adquirimos o conceito de plano, ponto, reta e segmento.<br>Classificamos as retas em secantes e paralelas.<br>Destacamos a importância da geometria para compreender seu arredor.   |
| Plano 2                                                                                                                                                                             |
| Fortalecemos o conceito de polígono e apontamos seus elementos.<br>Nomeamos os polígonos segundo sua quantidade de lados.<br>Classificamos os polígonos em regulares e irregulares. |
| Plano 3                                                                                                                                                                             |
| Fortalecemos o conceito de perímetro.<br>Conhecemos o procedimento para calcular o perímetro de polígonos irregulares.<br>Aplicamos resolução de problemas.                         |
| Plano 4                                                                                                                                                                             |
| Fortalecemos o conceito de perímetro.<br>Conhecemos o procedimento para calcular o perímetro de polígonos regulares.<br>Aplicamos resolução de problemas.                           |
| Plano 5                                                                                                                                                                             |
| Adquirimos o conceito de área.<br>Deduzimos a fórmula da área do quadrado, do retângulo e do triângulo.<br>Aplicamos a resolução de problemas.                                      |

Fonte: Helman (2017, tradução nossa).

O desenvolvimento dos planos de ensino nos possibilita observar que os verbos adquirir, classificar, destacar, fortalecer, nomear, conhecer, aplicar e deduzir, em sua conjugação no pretérito perfeito do presente do indicativo, expressam ações concretizadas sobre o conteúdo matemático, determinando assim que o professor tenha domínio sobre o seu ensino, deste modo, referimo-nos ao subdomínio Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching* — KMT), sendo sua categoria teorias do ensino de matemática.

Algo interessante que foi possível notar ao analisar o desenvolvimento dos planos de aula é que, no tópico Indicadores, havíamos notado a repetição dos polígonos irregulares nos planos 3 e 4 como um possível equívoco de digitação, em que os dois planos abordariam indicadores com referência apenas aos polígonos irregulares. O desenvolvimento, no entanto, trata dos dois tipos de polígonos (plano 3 sobre polígonos irregulares e plano 4 sobre polígonos regulares), constatando que existe realmente um



equivoco na digitação dos indicadores do quarto plano de aula. Equívocos como esses podem gerar dúvidas e causar confusões nos conhecimentos dos professores para ensinar.

Prosseguindo às análises do manual didático paraguaio, serão desenvolvidas as investigações acerca do tópico denominado informação.

### **viii) Informação**

Os tópicos de informação caracterizam-se pela apresentação do conteúdo matemático, conceitos, definições, características e exemplificações por meio de figuras, pertencente ao Conhecimento de tópicos (*Knowledge of Topics – KoT*), classificado na categoria de Definições, propriedades e fundações (Carrillo *et al.*, 2018). A seguir, serão apresentadas as descrições dos conteúdos presentes em cada plano de aula.

O primeiro plano de aula apresenta as definições de Ponto; Segmento; Reta; Retas Paralelas, oblíquas e perpendiculares:

Um plano é um conjunto de infinitos pontos, que geralmente se representa por uma letra grega, no dia a dia observa-se plano como o piso, uma folha de papel, o quadro, um exemplo em superfície uma quadra de tênis. Uma reta como um conjunto de pontos alinhados que geralmente se apresentam pela letra minúscula. No nosso exemplo, as linhas da quadra de tênis são nossa representação de reta. (Helman, 2017, p. 137, tradução nossa)

Já o plano de aula 2, apresenta definições de polígonos, nomeando-os de acordo com o número de lados:

Se chama polígono as figuras planas cujos lados são segmentos consecutivos. Segundo a quantidade de lados, são classificados: Triângulos com 3 lados; quadrilátero com 4 lados; Pentágono com 5 lados; Hexágono com 6 lados; Heptágono com 7 lados; Octógono com 8 lados; Eneágono com 9 lados; Decágono com 10 lados. Para cada classificação o manual apresenta uma figura correspondente. E complementa escrevendo que: Quando os lados e ângulos de um polígono são iguais, ele se chama regular. Se os lados e ângulos são diferentes, se chama irregular. (Helman, 2017, p. X)

Na sequência, o plano de aula 3 define e exemplifica perímetro de polígonos irregulares: “o perímetro de um polígono é a longitude de seu contorno. Para calcular o perímetro de um polígono. Somamos as longitudes de todos os seus lados” (Helman, 2017, p. 137, tradução nossa). Em seguida, o plano de aula 4 demonstra conteúdo sobre perímetro de polígonos regulares:

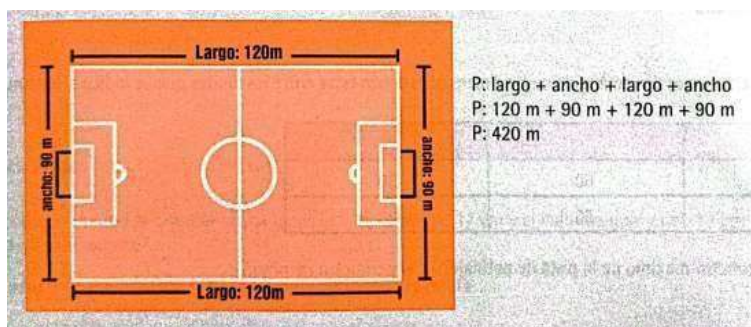
“Como estes polígonos têm todos os seus lados iguais, basta multiplicar o comprimento de um lado pela quantidade de lados das figuras. Triângulo equilátero: como tem 3 lados iguais, representamos perímetro por  $P = 3 \times L$ . Quadrado: possui 4 lados iguais, então representamos perímetro por  $P = 4 \times L$ . Polígonos de  $n$  lados:  $n^\circ$  de lados  $\times L$ ” (Helman, 2017, p. X)

Por fim, o plano de aula 5 demonstra conteúdo sobre área de polígonos regulares, partindo da explicação e exemplificação na resolução de como se constrói a fórmula para o cálculo da área de polígonos:

A medida de uma superfície é a área, a unidade principal para medir superfícies no metro quadrado. A figura básica para o cálculo de área é o retângulo. Pois a partir da área do retângulo se deduzem outras áreas: como por exemplo do quadrado, pois a medida do retângulo é a calculada como:  $b \times h$  e a do quadrado:  $l \times l$ . Deduzindo a partir da área do retângulo a área do triângulo, pois a área do triângulo é a metade da área do retângulo, então:  $b \times h / 2$ .” (Helman, 2017, p. 137, tradução nossa)

Com o intuito de exemplificar essa seção e percebermos as características que neles estão desenvolvidas, apresentamos o exemplo do plano aula 3:

**Figura 3: Exemplo polígonos irregulares.**



Fonte: Helman (2017, p. 137)

A representação da quadra de futebol aparece assim descrita :

A largura do campo é de 90m e seu comprimento é de 120m. Ao lado da imagem do campo de futebol, apresenta a resolução com o cálculo do perímetro da figura, utilizando da fórmula matemática:  $P = \text{comprimento} + \text{largura} + \text{comprimento} + \text{largura}$ ;  $P = 120\text{m} + 90\text{m} + 120\text{m} + 90\text{m}$ ;  $P = 420\text{m}$ . (Helman, 2017, p. 137, tradução nossa)

Nos parágrafos a seguir, apresenta-se as fórmulas que auxiliam o cálculo mais rápido do perímetro da figura, explicando que é possível descrever que o perímetro do retângulo pode ser calculado a partir da seguinte formulação:

Se  $P = \text{Comprimento} + \text{largura} + \text{comprimento} + \text{largura}$ , e dois lados e dois comprimentos são iguais,  $P = 2 \times \text{comprimento} + 2 \times \text{largura}$ , e pela propriedade distributiva:  $2 \times (\text{Comprimento} + \text{largura})$ . (Helman, 2017, p. 137- tradução nossa)

Consideramos, dessa maneira, que a apresentação no manual didático dessa definição e exemplo proporcionará o conhecimento dos tópicos (*Knowledge of Topics – KoT*) na categoria definida por Carrillo (*et al.*, 2018) Por que algo é feito dessa maneira?, pois se faz necessário compreender e explicar aos estudantes de como são formadas as

fórmulas para cálculo de perímetro das figuras, que por sua vez, instigam o subdomínio do Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM).

### ix) Atividades

O tópico das atividades apresenta exercícios para resolução em sala, exercícios de resolução de problemas, cálculos introduzidos via exercícios de interpretação e reconhecimento, com especificações das definições sobre os temas da geometria estudados em sala, sendo estas aplicações em ações e/ou situações cotidianas sobre os temas abordados nos planos de aula. Este tipo de conhecimento pertence ao Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), classificado na categoria Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carrillo *et al.*, 2018).

As atividades do plano de aula 1, cujo tema é: Ponto. Segmento. Reta. Retas paralelas, perpendiculares e oblíquas, apresentam exercícios de reconhecimento de cada reta segundo o estudo realizado e sua classificação, considerando as características de cada uma delas. Podemos observar a atividade de traçar uma reta: exercício: “Trace com uma régua e um esquadro:”

**Figura 4: Enunciado exercício 1 - Plano de aula 1**

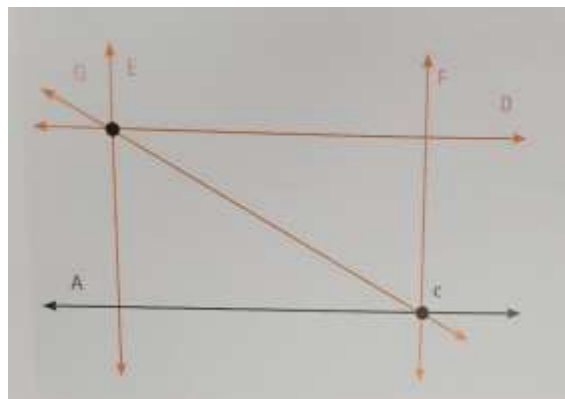


Fonte: Helman (2017, p. 131)

Trace uma reta perpendicular à reta A que passe pelo ponto b.  
 Trace uma reta paralela à reta A que passe pelo ponto b.  
 Trace uma reta perpendicular a reta A que passe pelo ponto c.  
 Como se chama a figura que se formou? Pinte-a.  
 Trace uma reta oblíqua a reta A que passe pelos pontos b e c. (Helman (2017, p. 131).

Esta atividade apresenta em sua sequência a seguinte resolução:

**Figura 5: Resolução exercício 1 - Plano de aula 1**



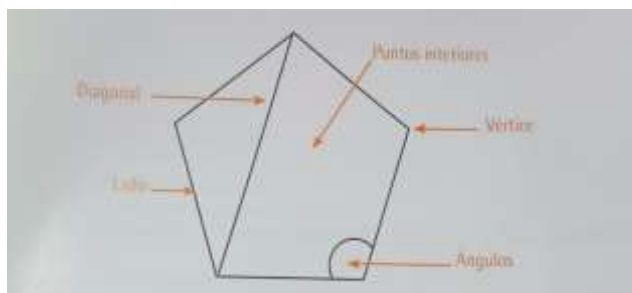
Fonte: Helman (2017, p. 132)

A resolução desta atividade pertence ao Conhecimento Matemático (*Knowledge of Topics – KoT*) na categoria Registros de representação (Carrillo *et al.*, 2018) e ao Conhecimento da estrutura da matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*) com sua categoria em Conexões transversais, pois neste exercício se faz necessário conhecer as estruturas de representação das retas, pontos e suas particularidades. Esse é também o caso das conexões transversais que vincula o conteúdo matemático de tópicos das classificações de retas e pontos.

Esse tipo de exercício pode proporcionar ao professor a realização de reflexões sobre os conhecimentos que a atividade mobiliza e pode potencializar a revisão dos seus conhecimentos sobre o assunto. Além disso, consideramos que a proposição de exercícios aos alunos é um tipo de metodologia adotada para que eles desenvolvam suas aprendizagens, tirem dúvidas e busquem exemplos. Por esse motivo, consideramos essa estratégia metodologia apresentada nos manuais didáticos como o Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), na categoria Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carrillo *et al.*, 2018).

Para o plano de aula 2, cujo tema é Elementos do polígono: lados, ângulos e vértices. Polígonos regulares e irregulares, o manual apresenta-nos atividades de reconhecimento dos polígonos e de suas características. Podemos ver a atividade denominada “desenhe o polígono”: “Exercício 3: Desenhe um pentágono e aponte seus elementos”. Para este exercício, o manual apresenta a seguinte resolução:

**Figura 6: resolução exercício 3 - Plano de aula 2.**



Fonte: Helman (2017, p. 136)

A resolução desta atividade pertence ao Conhecimento Matemático (*Knowledge of Topics – KoT*), na categoria Registros de representação (Carrillo *et al.*, 2018) através da representação do conceito de pentágono; e ao Conhecimento da estrutura da Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*), na categoria Conexões baseadas em maior complexidade (Carrillo *et al.*, 2018). Por meio do conhecimento sobre o conteúdo, a geometria específica trabalhada no exercício, com apresentação de definições das características da figura do pentágono, logo se faz necessário que o professor conheça cada elemento: ponto, vértice, diagonais e lados. Outro conhecimento que se mobiliza na proposta de exercícios aos alunos é uma metodologia usada para desenvolver suas aprendizagens, tirar dúvidas e encontrar exemplos. Por causa disso, consideramos essa estratégia apresentada nos manuais didáticos, o Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), na categoria Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carrillo *et al.*, 2018).

O plano de aula 3, cujo tema é perímetro de polígonos irregulares, expõe atividades de resolução por meio de cálculos com problemas da vida real: “Exercício 3: A pista de patinação artística é um retângulo cujas dimensões devem estar entre os limites que indiquem a continuação:”

**Quadro 7: Enunciado exercício 3.**

| Dimensões da pista | Comprimento(m) | Largura(m) |
|--------------------|----------------|------------|
| Máxima             | 60             | 30         |
| Mínima             | 56             | 26         |

Fonte: Helman (2017, p. 138)

Na sequência, são apresentadas as seguintes perguntas: “Quanto mede o perímetro máximo da pista de patinação? E o mínimo?” (Paraguai, 2017, p. 138). Por fim, o manual apresenta

a solução de maneira a criar os retângulos com medidas equivalentes ao determinado no enunciado distribuindo os dados:

**Figura 7: Resolução exercício 3 - Plano de aula 3.**



Fonte: Helman (2017, p. 139).

A solução com os cálculos é apresentada por meio da fórmula matemática:  $P = (l + a) \times 2$ . Determinando:  $P = (60 + 30) \times 2$ ;  $P = 90 \times 2$ ;  $P = 180\text{m}$ ; onde a pista máxima mede 180m e a pista mínima:  $P = (56 + 26) \times 2$ ;  $P = 82 \times 2$ ;  $P = 164\text{m}$ . Em continuação, justifica de maneira escrita que “O perímetro máximo da pista mede 180m e o perímetro mínimo 164m”.

Esta resolução pertence ao Conhecimento Matemático (*Knowledge of Topics – KoT*), na categoria Fenomenologia e aplicação (Carrillo *et al.*, 2018), pois é realizada a aplicação do conhecimento de perímetro e a aplicação em seu cotidiano e estudo; da mesma forma, pertence ao Conhecimento da estrutura da matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*), na categoria Conexões baseadas em simplificação (Carrillo *et al.*, 2018), de maneira que a utilização de um cálculo matemático possa ter sua aplicação simples em um exemplo que se aproxime da realidade. Isso porque, ao trabalharmos conceitos matemáticos, uma possibilidade para melhora do desempenho e compreensão é realizar o processo de simplificá-los ao aplicar o conceito matemático em algo da vida real. Como no caso do exemplo, trata-se de uma pista de patinação, o que possibilita que, por meio do conhecimento sobre a referência real escolhida, os estudantes assimilem o conhecimento matemático.

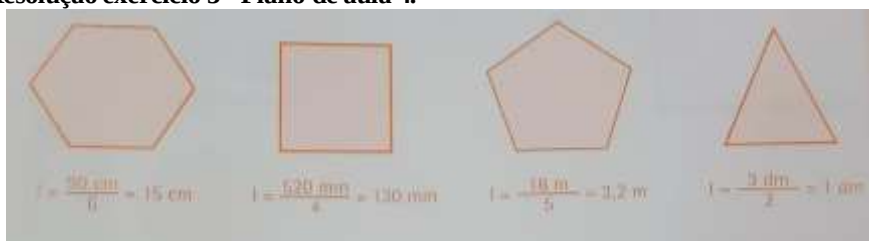
Além destes dois conhecimentos, consideramos que a proposta de exercícios aos alunos é um tipo de metodologia usada para desenvolver suas aprendizagens, bem como tirar dúvidas e encontrar exemplos. Por esse motivo, consideramos essa uma estratégia apresentada nos manuais didáticos, o que nos permite observar a presença do Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), na categoria: Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carrillo *et al.*, 2018).

O plano de aula 4 apresenta-nos atividades relacionadas ao tema de perímetro de polígonos regulares, sendo estes com reconhecimento de polígonos, aplicação de

fórmulas e resolução de problemas: “Exercício 3: Quanto mede o lado de cada polígono regular?” (Paraguai, 2017, p. 144).

Neste exercício, é apresentado o perímetro total dos polígonos regulares, para a partir deste realizar o processo inverso da fórmula e determinar a medida do lado de cada polígono. A solução apresentada trata-se do cálculo matemático e do reconhecimento sobre a resolução de cálculo de perímetro e se utiliza de uma fórmula que se modifica a partir da classificação dos lados da figura.

**Figura 8: Resolução exercício 3 - Plano de aula 4.**



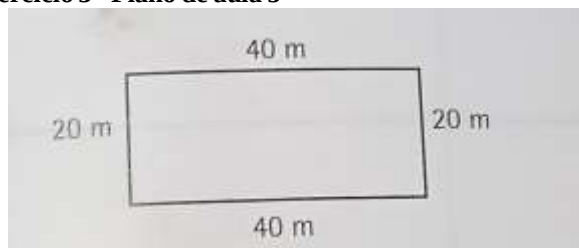
Fonte: Helman (2017, p. 144).

A resolução apresentada classifica-se como o Conhecimento Matemático (*Knowledge of Topics – KoT*), na categoria: Por que algo é feito dessa maneira? (Carrillo *et al.*, 2018), pois se faz necessário conhecer o que se faz, como se faz, por que se faz desta maneira o cálculo do perímetro das figuras. Por exemplo, neste caso, se o professor não souber o processo inverso de aplicação da fórmula, para em vez de calcular pela fórmula o perímetro da figura, onde se multiplica a quantidade de lados da figura pelo comprimento, utilizar a mesma equação onde o perímetro total está determinado e chegar à medida do lado da figura por meio da realização do processo inverso à multiplicação (que é a divisão), deste modo é possível que observemos a presença do Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), na categoria, Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carrillo *et al.*, 2018). Se o professor não souber este conhecimento, pode dificultar ao explicar aos estudantes.

O plano de aula 5 exibe atividades relacionadas ao cálculo da área dos polígonos: quadrado, retângulo e triângulo. Estas atividades relacionam exercícios de memorização e resolução de cálculos a partir das fórmulas trabalhadas e resolução de problemas: “Exercício 3: Um campo esportivo, tem forma retangular e mede 40m de comprimento e 20m de largura. Qual a área deste campo?” (Helman, 2017, p. 147).

A solução é apresentada da mesma maneira do plano de aula 3, criando o retângulo com medidas equivalentes ao determinado no enunciado, distribuindo os dados:  $A = b \times h$ . Determinando:  $A = 40\text{m} \times 20\text{m}$ ;  $A = 800\text{m}^2$ .

**Figura 9: Resolução exercício 3 - Plano de aula 5**



Fonte: Helman (2017, p. 147).

A resolução do exercício apresentada classifica-se como o Conhecimento Matemático (*Knowledge of Topics – KoT*), na categoria: Como fazer alguma coisa? (Carrillo *et al.*, 2018), pois é realizada a aplicação do conhecimento de área em seu cotidiano e estudo ao Conhecimento da estrutura da matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*), na categoria Conexões baseadas em simplificação (Carrillo *et al.*, 2018), de maneira que, a utilização de um cálculo matemático possa ter sua aplicação simples em um exemplo real, como a aplicação do cálculo matemático pode ser simplificada.

Ao trabalhar conceitos matemáticos, é possível melhorar o desempenho e a compreensão, possibilitando-nos observar que o exercício mobiliza o Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), em que o conhecimento associado aos distintos, mais adequados, exemplos para cada conteúdo abordado e também a sequência de abordagem dos temas que ele opta por utilizar, na categoria do KMT: Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carrillo *et al.*, 2018).

No tópico das atividades, vinculadas à resolução, foi possível perceber em todos os casos a presença dos tópicos do Conhecimento Matemático (*Knowledge of Topics – KoT*), nas categorias: i) Como fazer alguma coisa?; ii) Registros de representação; iii) Fenomenologia e aplicação e o Conhecimento da estrutura da matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*), nas categorias: iv) Conexões transversais; v) Conexões baseadas em maior complexidade; vi) Conexões baseadas em simplificação.

Os conhecimentos acima citados e suas categorias possibilitam a expansão do conhecimento do professor a respeito das diversas formas pelas quais podem ser abordadas as atividades e suas resoluções, mostrando que o Conhecimento Matemático



(*Knowledge of Topics* – KoT) e o Conhecimento da estrutura da matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics* – KSM) aparecem relacionados, em complemento um ao outro, pois o conhecimento da matemática refere-se à compreensão dos conceitos, fórmulas e técnicas matemáticas, enquanto o conhecimento da estrutura diz respeito à compreensão da organização e as conexões dos conhecimentos dentro da matemática, deste modo fazendo com que um conhecimento se vincule ao outro, pois não se conhece a matemática sem conhecer sua estrutura e vice-versa.

Por fim, direcionando-nos para o último tópico das análises, temos o tópico das atividades para casa.

#### x) Atividades para casa

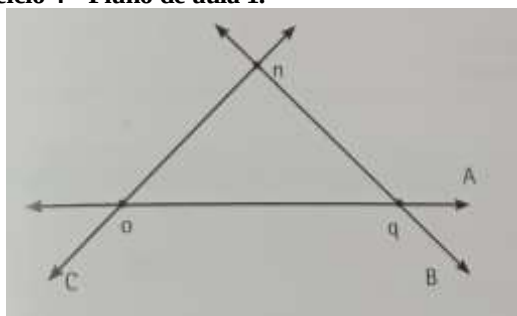
O tópico das atividades para casa traz exercícios de resolução sobre os temas abordados nos planos de aula, este tipo de conhecimento pertence ao Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching* – KMT), classificado na categoria de Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carrillo *et al.*, 2018).

O tópico de atividade para casa, no plano 1, trata-se de um exercício de reconhecimento e classificação, em que se faz necessário compreender sobre as definições de retas. A atividade encontra-se reproduzida a seguir:

“Exercício 4: Complete de acordo com a figura.

- a. Quantas retas:
- b. Retas que passam por n:
- c. Retas que passam por q:”

**Figura 10: Enunciado exercício 4 – Plano de aula 1.**



Fonte: Helman (2017, p. 133).

O exercício para casa, assim como os de desenvolvimento em sala, apresenta sua resolução, sendo: a) três; b) Retas C e B; c) Retas A e B.

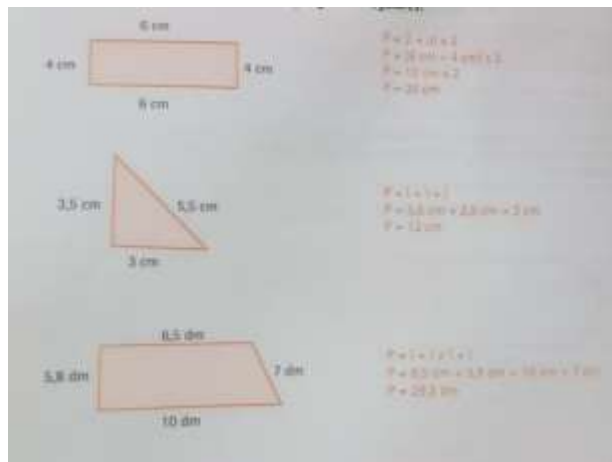
A resolução desta atividade de casa pertence ao Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching* – KMT), pois se trata da abordagem do tema matemático relacionado, pertencente à categoria Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carrillo *et al.*, 2018), do mesmo modo que este pertence ao subdomínio do Conhecimento Matemático (*Knowledge of Topics* – KoT), na categoria Registros de representação (Carrillo *et al.*, 2018), pois se faz necessário reconhecer na imagem a representação as retas, a localização dos pontos e a intersecção das retas em pontos. A resolução pertence também ao Conhecimento da estrutura da matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics* – KSM), com sua categoria em Conexões baseadas em simplificação, que apresenta diversas definições do conteúdo matemático em um mesmo exercício cuja resolução busca separá-los para reconhecimento de cada um deles.

O tópico de atividade para casa no plano 2 apresenta uma única atividade que pede para que os estudantes busquem em revistas ou livros escolares figuras de polígonos regulares e irregulares e realizar a colagem.

Neste exercício, não é apresentada solução, sendo descrito como resposta aberta. Apesar de possibilitar uma resposta aberta, caracteriza o conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching* – KMT), pois se faz necessário que o professor tenha conhecimento sobre as as possíveis soluções que irão ser apresentadas e que tipo de estratégia utilizará para as soluções, pertencendo à categoria Teorias do ensino de matemática (Carrillo *et al.*, 2018). Já as possibilidades de soluções apresentadas pertencem ao Conhecimento Matemático (*Knowledge of Topics* – KoT) em duas categorias: Definições, propriedades e fundações; e Registros de representação (Carrillo *et al.*, 2018), pois como sabemos, faz-se necessário saber as definições, propriedades de polígonos e suas formas de representação através de imagens que não necessariamente estarão representadas na forma matemática.

No plano 3, a atividade para casa solicita que os estudantes calculem o perímetro de polígonos irregulares:

**Figura 11: Enunciado exercício 4 - Plano de aula 3.**



Fonte: Helman (2017, p. 140).

No plano 4, a atividade para casa pede aos estudantes que realizem o cálculo do perímetro de polígonos regulares:

**Figura 12: Enunciado exercício 4 - Plano de aula 4.**

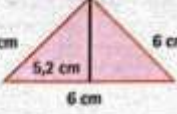


Fonte: Helman (2017, p. 144).

Nas resoluções destas atividades de casa dos planos de aula 3 e 4, foi possível observar que a utilização da fórmula matemática abordada, a exemplificação das figuras e suas representações pertencem à categoria de Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carrillo *et al.*, 2018), do subdomínio do conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*). Este conhecimento instiga e possibilita o saber o que se faz, no exemplo de saber calcular o perímetro dos polígonos e compreender a sua concepções, estes conhecimentos pertencem ao Conhecimento de tópicos (*Knowledge of Topics – KoT*), que permite conhecer o que se faz para calcular o perímetro dos polígonos regulares e irregulares e como esse cálculo é realizado, sendo definido na categoria: Como fazer alguma coisa?, definida por Carrillo (*et al.*, 2018).

No plano de aula 5, as atividades de casa apresentam cálculo de área e perímetro de polígonos regulares e irregulares, possibilitando-nos perceber que esta atividade relaciona os temas dos planos de aula 3 e 4 sobre perímetro dos sólidos, unidos ao tema do plano de aula 5 que trata da área dos polígonos.

Figura 13: Enunciado exercício 4 - Plano de aula 5.

| Polígono                                                                                                                                                    | Cálculo de perímetro                                                                                                            | Cálculo de área                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <br>$l = 25,32 \text{ cm}$                                                 | $P = l \times 4$<br>$P = 25,32 \text{ cm} \times 4$<br>$P = 101,28 \text{ cm}$                                                  | $A = l \times l$<br>$A = 25,32 \text{ cm} \times 25,32 \text{ cm}$<br>$A = 641,1024 \text{ cm}^2$             |
| <br>$l = 24 \text{ cm}$<br>$a = 16 \text{ cm}$                             | $P = (l + a) \times 2$<br>$P = (24 \text{ cm} + 16 \text{ cm}) \times 2$<br>$P = 40 \text{ cm} \times 2$<br>$P = 80 \text{ cm}$ | $A = l \times a$<br>$A = 16 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}$<br>$A = 384 \text{ cm}^2$                        |
| <br>$6 \text{ cm}$<br>$5,2 \text{ cm}$<br>$4 \text{ cm}$<br>$6 \text{ cm}$ | $P = l + l + l$<br>$P = 6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 4 \text{ cm}$<br>$P = 16 \text{ cm}$                                      | $A = \frac{b \times h}{2}$<br>$A = \frac{4 \text{ cm} \times 5,60 \text{ cm}}{2}$<br>$A = 11,20 \text{ cm}^2$ |
| <br>$6 \text{ cm}$<br>$5,2 \text{ cm}$<br>$6 \text{ cm}$<br>$6 \text{ cm}$ | $P = l \times 3$<br>$P = 6 \text{ cm} \times 3$<br>$P = 18 \text{ cm}$                                                          | $A = \frac{b \times h}{2}$<br>$A = \frac{6 \text{ cm} \times 5,2 \text{ cm}}{2}$<br>$A = 15,6 \text{ cm}^2$   |

Fonte: Helman (2017, p. 144).

Deste modo, percebemos que para a realização do cálculo de área e perímetro dos polígonos, o manual possibilita ao professor conhecer uma forma de apresentação do conteúdo por meio dos exercícios, e estes conhecimentos sobre as representações matemáticas pertencem ao Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT), em sua categoria de Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (Carrillo *et al.*, 2018). Por consequência, esta atividade e sua resolução pertencem ao subdomínio do Conhecimento Matemático (KoT) na categoria: Como fazer alguma coisa? e ao subdomínio Conhecimento da Estrutura da MKSM), na categoria de conexões transversais. Essas conexões, por sua vez, são responsáveis por relacionar ideias matemáticas ao conteúdo de vários tópicos, conforme definição de Carrillo (*et al.*, 2018). Desta maneira, trazemos abaixo, em formato de quadro, uma síntese dos conhecimentos identificados no manual didático paraguaio do 4º ano do ensino primário.

## 6 CONSIDERAÇÕES

Portanto, as análises referidas à unidade de geometria, do manual didático paraguaio, possibilitaram-nos compreender que existem conhecimentos especializados que emergem do manual didático, e estes conhecimentos observados de acordo com os subdomínios do modelo MTSK. Deste modo, cada tema do manual é relacionado a um ou mais subdomínios do MTSK. Representados no quadro a seguir.

**Quadro 8: Representação dos Subdomínios do MTSK presente nas análises dos tópicos de geometria do manual didático paraguaio**

|                                           | KMLS | KMT | KPM | KFLM | KoT | KSM |
|-------------------------------------------|------|-----|-----|------|-----|-----|
| Capacidades                               | X    |     |     |      |     |     |
| Temas                                     | X    |     |     |      |     |     |
| Indicadores                               |      | X   |     |      |     |     |
| Procedimentos e instrumentos de avaliação |      | X   |     | X    |     |     |
| Reflexão                                  |      | X   |     |      |     |     |
| Início                                    |      |     |     | X    |     |     |
| Desenvolvimento                           |      | X   |     |      |     |     |
| Informação                                |      |     |     |      | X   | X   |
| Atividades                                |      | X   |     |      | X   |     |
| Atividade para casa                       |      | X   |     |      | X   | X   |

Fonte: própria autora.

O KMLS: focado em padrões e capacidades dos alunos, aparece em capacidades, temas, avaliação e atividades para casa. KMT: Relacionado principalmente à avaliação, aparece nos procedimentos e instrumentos de avaliação. KPM: Tem uma presença limitada, indicando que o manual não explora amplamente os aspectos pedagógicos para conectar conteúdo e metodologia. KFLM: Relacionado à formalidade e precisão, está presente em temas e na avaliação, evidenciando a ênfase no rigor conceitual. KoT: Concentra-se em tópicos de conteúdo, ligado à informação e às atividades em sala. KSM: Não apresenta registro, pois o manual não aborda explicitamente as especificidades do conhecimento dos alunos.

A análise evidencia que o manual didático é mais forte em subdomínios como KMT e KoT, estes estão relacionados ao conhecimento do professor sobre ensinar o conteúdo e os recursos para ensinar em sala de aula, ambos vinculados a organização e ao ensino dos tópicos específicos do conteúdo (no caso, geometria). Ao considerarmos a ausência do KPM (Conhecimento da Prática Matemática), torna-se perceptível que as abordagens sobre o ensino da matemática e os meios pelos quais um conhecimento é produzido e aceito pela sociedade não se fizeram componentes do conhecimento

especializado presente nesta unidade, pois este conhecimento se faz presente em momentos de práticas de matemática, como um modelo da forma que a matemática deve ser apresentada ao estudante. As práticas de como os conhecimentos sobre a geometria poderiam ser compreendidos e relacionados aos diversos contextos “não matemáticos” não são designadas como parte deste processo de desenvolvimento neste subdomínio.

Os subdomínios emergentes do manual didático são conhecimentos que possibilitam aos professores a melhora em seu domínio, compreensão e desenvolvimento de metodologias em sala. Da mesma forma, eles tornam possível o aprimoramento de sua formação docente, pois o manual faz parte de seu cotidiano e, de certo modo, possibilita ao professor ter acesso a diversas representações do conhecimento.

Com a análise dos tópicos desta unidade, é possível concluir que diante das representações matemáticas na unidade de geometria os conhecimentos do professor se fazem presentes ao longo da unidade, classificados e representados por seus subdomínios e categorias, além destes se fizeram presentes conhecimentos em interdisciplinaridade com a matemática.

Consideramos que a presença dos Conhecimentos Especializados dos Professores de Matemática representa um alicerce importante para tornar o manual didático uma ferramenta formadora do conhecimento docente. Ele contribui para o entendimento da matemática, sua estruturação, suas formas de aplicação e desenvolvimento, além das abordagens pedagógicas. Esses conhecimentos são partes interligadas e complementares que se constroem e aprimoram ao longo da vida profissional do professor, fortalecendo sua prática e promovendo um ensino qualificado.

## REFERÊNCIAS

- ALENCAR, E. S. **Literatura infantil para o ensino de Matemática como recurso para a formação de professores**. Belém: Editora Twee, 2019.
- BARROS, R. C. dos P. .; OLIVEIRA, C. dos S.; FERREIRA, A. L. A. Tópicos de Geometria no Ensino fundamental: um olhar para coleções de livros didáticos norteados pela Base Nacional Comum Curricular. **Olhar de Professor**, Ponta Grossa , v. 25, p. 1–27, 2022.
- CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, [S.I.], v. 20, n. 0, p. 1–18, 19 jul. 2018.
- HELMAN, M. L. *et al.* **Guia de Classe Matemática, Ciencias Sociales, Ciencias Naturales y Educación para la Salud**. Assunción: Atlas, 2017.
- FAINGUELERNT, E, K. **Matemática: Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artmed. 1999.
- LOCATELLI, S. C. Ensino de Geometria: O que revelam as tarefas escolares? 2015. 148f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.
- Ludke, M. & André, M. E. D. A. Pesquisas em educação: uma abordagem qualitativa. São Paulo: E.P.U, 2013.
- MUNOZ-CATALAN, M. C. ; RAMIREZ-GARCIA, M. ; JOGLAR-PRIETO, N. ; CARRILLO-YANEZ, J. . El conocimiento especializado del profesor de educación infantil para fomentar el pensamiento algebraico a partir de uma tarea de descomposicion aditiva. **Journal for the Study of Education and Development**, [S.I.], v. 45, n. 1, p. 37–80, 2022.
- MA, L. **Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teacher's Understanding Of Fundamental Mathematics in China and the United States**. Lawrence Erlbaum Associates, Incorporated, 1999.
- OLIVEIRA, E. M. Q. **O uso do livro didático de matemática por professores do ensino fundamental**. 2007. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Mestrado em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.
- PIRES, M.F.C. **Multidisciplinaridade, interdisciplinaridade e transdisciplinaridade no ensino**. Interface. 1998.
- SANTOS, José Wilson dos. **Corredores e porões: uma análise das relações de poder na constituição do livro didático de matemática**. 1 ed.- Curitiba: Appris, 2021.
- ZABALA, A. **A Prática Educativa: Como ensinar**. Porto Alegre: Artmed. 1998.

### ARTIGO 3: O ENSINO DE ARITMÉTICA NO MANUAL DIDÁTICO PARAGUAIO DO 4º ANO: QUAIS CONHECIMENTOS SÃO EVIDENCIADOS AO PROFESSOR?<sup>23</sup>

#### Resumo

Nesta pesquisa, apontamos os manuais didáticos como materiais potentes para o desenvolvimento curricular e para a formação docente. Os conhecimentos que emergem deles são possibilitadores não apenas para a formação do estudante, mas também para a do professor. Desta maneira, utilizamos como metodologia a investigação documental com o objetivo de verificar quais evidências dos conhecimentos especializados do professor aparecem no manual didático *Ñepytyvõ Rekávo* do 4º ano do ensino básico, na unidade de aritmética. Deste modo, a partir das concepções e conceitos presentes no modelo teórico do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (Conhecimento Especializado do Professor de Matemática – MTSK), classificamos os temas e abordagens na unidade de aritmética do manual didático em seus seis subdomínios. Ao analisarmos o manual citado, classificamos alguns trechos que estão indicados pelo modelo do MTSK. Como resultado, obtivemos dois subdomínios de maior destaque, sendo eles o Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT) e o Conhecimento de Tópicos Matemáticos (KoT), sendo estes subdomínios que observam o conhecimento do professor acerca da matemática, do uso de recursos e de modos de apresentar os conteúdos.

**Palavras-chave:** aritmética; ensino básico; manual didático; MTSK.

#### Abstract

In this research, we point out textbooks as powerful materials for curriculum development and teacher training. The knowledge that emerges from them is enabler not only for the student's education, but also for the teacher's. In this way, we used as a methodology the documentary investigation with the objective of verifying which evidence of the teacher's specialized knowledge appears in the *Ñepytyvõ Rekávo* didactic manual of the 4th year of basic education, in the arithmetic unit. Thus, from the conceptions and concepts present in the theoretical model of Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK). We classify the themes and approaches in the arithmetic unit of the textbook into its six subdomains. When analyzing the aforementioned manual, we classify some excerpts that are indicated by the MTSK model. As a result, we obtained two more prominent subdomains, namely Knowledge of Mathematics Teaching (KMT) and Knowledge of Mathematical Topics (KoT), these subdomains being that observe the teacher's knowledge about mathematics, the use of resources and ways of presenting the contents.

**Keywords:** arithmetic; primary education; didactic manual; MTSK.

---

<sup>23</sup> Submetido para publicação na Revista Mexicana de Investigación Educativa. Caso não seja aceito será enviado para outra revista.



## 1 INTRODUÇÃO

O manual didático exerce um papel central na educação, servindo como uma ferramenta pedagógica indispensável tanto para professores quanto para alunos. Nesse contexto, o manual do professor atua como um recurso orientador, auxiliando na condução de todas as atividades propostas no material didático. Ele organiza o conteúdo curricular de forma estruturada e acessível, oferecendo atividades, teorias e exercícios que facilitam o processo de ensino-aprendizagem. Para que o manual didático seja realmente eficaz, é crucial que os professores estejam preparados para utilizá-lo de maneira crítica e adaptável, integrando-o às necessidades e realidades de suas turmas.

No Brasil, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) é um exemplo de programa que define padrões de qualidade para os materiais educacionais e métodos de ensino. Esses padrões são observados e, muitas vezes, adaptados por instituições paraguaias interessadas em desenvolver uma política nacional de avaliação de material didático. Portanto, este artigo tem como objetivo verificar as evidências dos conhecimentos especializados do professor que aparecem no manual didático paraguaio da coleção *Ñepytyvõ Rekávo* do 4º ano (HELMAN *et al.*, 2017), na unidade de aritmética, e a forma como elas estão representadas a partir das concepções do modelo teórico do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge – MTSK* (Conhecimento Especializado do Professor de Matemática).

Nesse contexto, o conhecimento do professor tem uma importância fundamental, capacitando-o a interpretar o conteúdo do livro didático de maneira reflexiva e a desenvolver estratégias pedagógicas que enriqueçam as aulas. A interação entre o conhecimento do docente e o uso do manual didático contribui para o ensino e aprendizagem, possibilitando a construção do conhecimento dos estudantes.

## 2 APORTE TEÓRICO: O MODELO TEÓRICO MTSK E A ARITMÉTICA

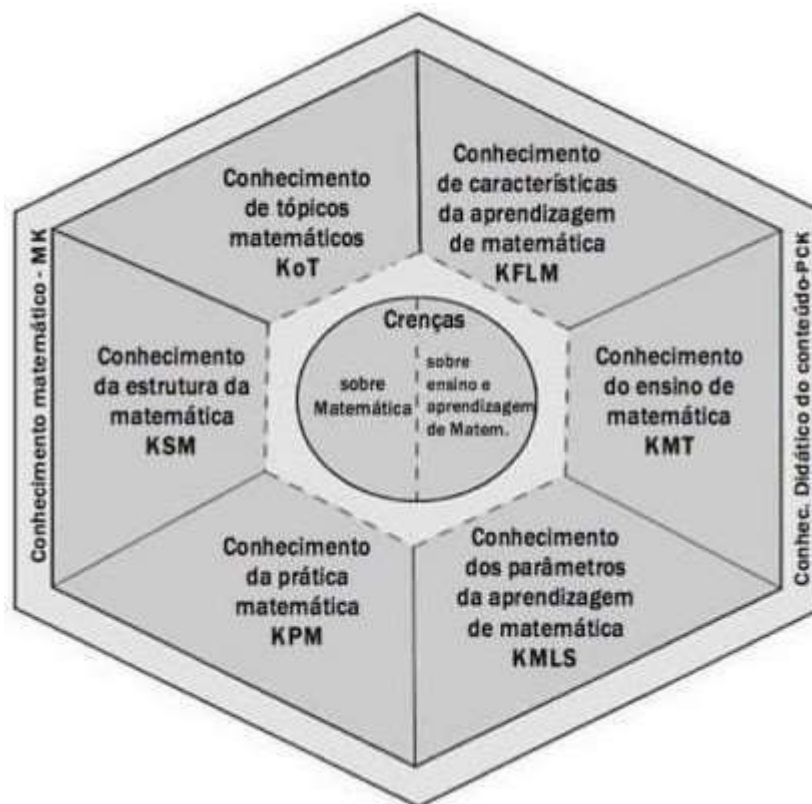
O modelo teórico MTSK discute diferentes aspectos do conhecimento do professor. Ele é composto por dois domínios. O primeiro deles refere-se ao *Mathematical Knowledge – MK* (Conhecimento Matemático) que, de acordo com Carrillo *et al.* (2018), é o tópico que aborda o conhecimento do professor acerca da matemática propriamente dita, vista como uma rede de informações estruturadas sistematicamente e com regras

próprias. Exige-se, do professor, uma boa compreensão dessa rede, dos elementos, da forma como eles se relacionam entre si, das regras e das características associadas ao processo de produção de conhecimento matemático. É isso o que permite ao docente ensinar o conteúdo de forma conectada, validando as conjecturas matemáticas de seus alunos.

O segundo domínio é denominado *Pedagogical Content Knowledge – PCK* (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo), que, como determinam Carrillo *et al.* (2018), permite ao professor a construção de relações e vínculos entre o aluno e o conhecimento matemático. Isso implica um conhecimento das várias formas de representar o conteúdo, por meio de exemplos, analogias, explicações variadas para desfazer equívocos dos estudantes etc., analisando se os conteúdos se desenvolvem de acordo com o esperado. Além disso, este conhecimento também se relaciona ao conhecimento do professor sobre os documentos que regem a educação (diretrizes curriculares locais, nacionais e internacionais, manuais didáticos, materiais instrucionais e outros.).

Cada um desses domínios é composto por três subdomínios, nos quais são especificados os Conhecimentos Especializados do Professor de Matemática tanto em relação ao conteúdo em si quanto em relação à abordagem pedagógica desse conteúdo, conforme pode ser observado na Figura 1, a seguir.

**Figura 1: Representação do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (*Mathematics Teachers' Specialised Knowledge – MTSK*)**



Fonte: Moriel Junior - 2014.

Considerando o contexto da figura acima, detalhamos, a seguir, as características dos domínios e subdomínios descritos. É importante destacar que cada subdomínio apresenta categorias de classificação.

1. *Mathematical Knowledge* – MK (Conhecimento Matemático): a matemática é entendida e vista como uma rede de saberes organizados com suas próprias regras, que requer compreensão dos conceitos, elementos, características e regras, o que permitirá ao professor adquirir conhecimento suficiente para ensinar o conteúdo matemático.

Esse domínio compreende três subdomínios, sendo eles:

1.1. *Knowledge of Topics* – KoT (Conhecimento de Tópicos Matemáticos): trata-se do conhecimento do professor sobre o conteúdo matemático. O professor deve ter domínio e clareza da matéria a ensinar, além de um nível de profundidade de conhecimento, organização e estrutura da matemática para mediar conhecimento aos estudantes.

Neste subdomínio KoT, Carrillo *et al.* (2018 *apud* ALENCAR, 2019) consideram a compreensão do professor dos conteúdos que ele está ensinando, associando isso aos

conhecimentos que podem ser gerados a partir da sala de aula. As categorias consideradas por Carrillo *et al.* (2018 *apud* ALENCAR, 2019) são: i) Como fazer alguma coisa?; ii) Quando fazer alguma coisa?; iii) Por que algo é feito dessa maneira?; iv) Características do resultado; v) Definições, propriedades e fundações; vi) Registros de representação; e vii) Fenomenologia e aplicação.

Neste caso, identificamos o Kot na aritmética por meio dos conhecimentos do professor sobre os conteúdos que serão abordados. Por exemplo, para trabalhar o conceito de divisão, é necessário que o professor entenda que a divisão representa a partição de um todo em partes iguais, conheça as propriedades da divisão, saiba a relação entre os termos e tenha conhecimento da aplicação da divisão em problemas do mundo real e de estratégias para corrigir possíveis erros dos estudantes em suas resoluções.

1.2. *Knowledge of The Structure of Mathematics – KSM* (Conhecimento da Estrutura da Matemática): esse é o subdomínio do conhecimento do professor em relação à forma de compreender a matemática, na qual o professor estabelece uma relação entre conteúdos elementares e complexos, partindo de pontos iniciais, para avaliá-los um com o outro. Isso possibilita um melhor domínio na correlação entre os conteúdos matemáticos e outros conteúdos. Deste modo, as categorias desse subdomínio são descritas por Carrillo *et al.* (2018 *apud* ALENCAR, 2019) como: i) Conexões baseadas em simplificação; ii) Conexões baseadas em maior complexidade; iii) Conexões auxiliares; e iv) Conexões transversais.

O reconhecimento do KSM na aritmética se realiza por meio da compreensão da operação e do conteúdo expresso de maneira implícita. Por exemplo: ao trabalhar multiplicação, o professor, além de conhecer as propriedades e regras, precisa compreender a conexão da multiplicação com outros tópicos da matemática (operações de adição, subtração, divisão e as definições e propriedades de cada uma delas). Esse conhecimento sobre as demais operações pode auxiliar o professor a buscar uma melhor maneira de explicar o conteúdo com conexões que mostrem a relevância da multiplicação em diferentes contextos.

1.3. *Knowledge of Practices in Mathematics – KPM* (Conhecimento da Prática Matemática): esse é o conhecimento que inclui saber como demonstrar, justificar, definir, fazer deduções e induções, dar exemplos e entender o papel de contraexemplos, bem como compreender a lógica subjacente a cada uma dessas práticas. As categorias desse

subdomínio não são fornecidas, pois estão sendo estudados os agrupamentos dos descritores para a formação delas (CARRILLO *et al.*, 2018 *apud* ALENCAR, 2019).

Na aritmética, o KPM é fundamental para a aplicação dos conceitos matemáticos no cotidiano. Isso envolve entender como a matemática se manifesta em diversas situações. O professor deve ser capaz de relacionar os conceitos aritméticos a situações do cotidiano. Por exemplo: na adição e na subtração, ele deve usar exemplos de compras (somar preços e calcular troco); na multiplicação e na divisão, ele deve aplicar um contexto como divisão de grupos ou multiplicação de quantidades em receitas.

2. *Pedagogical Content Knowledge – PCK* (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo): esse domínio representa um conjunto de conhecimentos baseados em teorias resultantes de pesquisas em educação matemática ou na observação e reflexão da atividade matemática em sala de aula (MUÑOZ-CATALÁN, 2022). Esse domínio também tem três subdomínios, cada um com categorias de classificação. São eles:

2.1. *Knowledge of Mathematics Teaching – KMT* (Conhecimento do Ensino de Matemática): trata-se da compreensão do professor em relação a recursos, materiais e formas de apresentação dos conteúdos. O docente deve entender como a apresentação dos conteúdos pode influenciar na aprendizagem dos estudantes, observando como eles lidam com as dúvidas durante a compreensão dos conteúdos matemáticos e como a aprendizagem é conduzida. As categorias de conhecimento do KMT são descritas como: i) Teorias do ensino de matemática; ii) Recursos didáticos (físicos e digitais); e iii) Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (CARRILLO *et al.*, 2018 *apud* ALENCAR, 2019).

Um exemplo para identificar o KMT no ensino aritmético é a utilização de materiais manipulativos, incluindo jogos de tabuleiro que envolvam operações matemáticas, blocos de montar que representem números e quantidades e jogos digitais e interativos. Também são usadas estratégias como perguntas que incentivam os estudantes a refletir sobre suas respostas e a explorar a forma como um problema pode ser resolvido.

Por exemplo, ao trabalhar com adição e subtração, o professor pode usar um jogo em que os alunos precisam coletar pontos ao resolver operações. O docente pode fazer perguntas como "Quantos pontos você teria se subtraísse um valor?" ou "Como você poderia agrupar esses números para facilitar a soma?". Essas estratégias não só ajudam a

desenvolver o raciocínio aritmético, mas também permitem que o professor identifique a compreensão dos alunos e intervenha conforme necessário.

2.2. *Knowledge of Features of Learning Mathematics – KFLM* (Conhecimento das Características da Aprendizagem de Matemática): esse subdomínio representa os papéis importantes das dimensões do conhecimento do professor acerca dos possíveis modos de apreensão dos conteúdos em si mesmo, além das teorias sobre o desenvolvimento cognitivo dos estudantes (ALENCAR, 2019).

Nesta concepção busca-se a compreensão dos estudantes, erros, acertos, dificuldades relacionadas ao raciocínio de processos utilizados para as áreas distintas da matemática. O subdomínio apresenta as seguintes categorias: i) Teorias da aprendizagem matemática; ii) Pontos fortes e fracos em aprender matemática; iii) Maneiras de os alunos interagirem com conteúdo matemático; iv) Aspectos emocionais da aprendizagem da matemática (CARRILLO *et al.*, 2018 *apud* ALENCAR, 2019).

2.3. *Knowledge of Mathematics Learning Standards – KMLS* (Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática): segundo Carrillo *et al.* (2018), esse subdomínio é associado ao conhecimento do professor observando aspectos de aprendizagem, desenvolvimento do conteúdo trabalhado e entendimento dos processos sequenciais. É importante considerar o entendimento do professor acerca do currículo que é necessário ensinar e suas distribuições/adequações aos níveis de escolaridade atribuídos. As categorias definidas por Carrillo *et al.* (2018 *apud* ALENCAR, 2019) são: i) Resultados de aprendizagem esperados; ii) Nível esperado de desenvolvimento conceitual ou processual; iii) Sequenciamento de tópicos.

Diante dos domínios e subdomínios apresentados, ressaltamos a importância desta pesquisa de uso do modelo teórico MTSK com o manual didático paraguaio (HELMAN *et al.*, 2017), que, por sua vez, é um dos materiais utilizados em sala de aula pelo professor. Os professores são influenciados pelos conhecimentos especializados no manual didático – daí a sua importância.

### 3 METODOLOGIA

A metodologia escolhida para esta investigação foi qualitativa do tipo análise documental. Segundo Barité (1997, p. 124), o tratamento temático da informação centra-

se nas questões atinentes “à análise, descrição e representação do conteúdo dos documentos, bem como suas inevitáveis interfaces com as teorias e sistemas de armazenamento e recuperação da informação”. Para isso, optamos por realizar a análise de um manual didático, buscando compreender quais são os conhecimentos especializados do professor de matemática que emergem do material, suas representações de categorias presentes no material em relação ao modelo do Conhecimento Especializado do Professor de matemática (*Mathematics Teachers’ Specialised Knowledge – MTSK*).

A análise foi realizada de forma a utilizar as divisões já contidas no manual didático. O primeiro tipo de divisão é: planos de aula. Dentro desses planos de aula são realizadas mais dez subdivisões, sendo elas denominadas etapas. As análises foram iniciadas pelo plano de aula 5, pois este é o primeiro plano da unidade temática de aritmética, seguindo a análise até o plano de aula 11. Durante as análises, os planos de aula foram renomeados, considerando assim o plano 5 como sendo o plano, seguindo sucessivamente ao plano 11 numerado como 7.

Posteriormente, realizamos a divisão das etapas de abordagem do assunto que compõe cada plano de aula, distribuindo tudo em unidades temáticas da aritmética. A análise de cada tópico desenvolveu-se de forma minuciosa, utilizando técnicas do modelo MTSK, bem como reconhecimento dos subdomínios do conhecimento e identificação de categorias fazendo referência ao conteúdo abordado. Foram discutidas as representações aritméticas presentes em cada etapa por meio dos conhecimentos especializados do professor de matemática.

#### **4 ANÁLISES: QUAIS SÃO OS CONHECIMENTOS PARA ENSINAR ARITMÉTICA PRESENTES NO MANUAL DIDÁTICO PARAGUAIO?**

Ao realizarmos a análise do manual didático *Ñepytyvõ Rekávo* (HELMAN *et al.*, 2017) na unidade temática de aritmética, identificamos sete subdivisões, sendo estas nomeadas pelo manual didático como planos de aula. Os temas de cada plano de aula são: i) Algoritmo de adição de números naturais; ii) Propriedades da adição; iii) O algoritmo da subtração de números naturais; iv) O algoritmo da multiplicação de números naturais; v) Propriedades da multiplicação; vi) O algoritmo da divisão com dois números no

divisor, zero no quociente; vii) O algoritmo da divisão com três números no divisor, divisor pela unidade seguida de zeros.

Para organização das análises, utilizamos as etapas já apresentadas no manual didático paraguaio: i) Capacidades; ii) Tema; iii) Indicadores; iv) Procedimento e instrumento de avaliação; v) Reflexão; vi) Início vii) Desenvolvimento; viii) Informação; ix) Atividades; x) Atividades para casa.

#### i) Capacidades

A apresentação inicial se dá por meio das capacidades a serem desenvolvidas nos planos de aula. Observamos a representação do subdomínio do Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática (*Knowledge of Mathematics Learning Standards – KMLS*). Observando quais conhecimentos podem ser desenvolvidos por meio das representações dos temas e conteúdos que serão tratados, observamos, assim, o nível de aprofundamento esperado para cada tópico. Por exemplo, a composição das capacidades com a utilização dos verbos “formular”, “compreender”, “executar”, “avaliar”, “ler” e “reconhecer” apresenta uma possível proporção sobre o nível de entendimento esperado sobre os assuntos abordados.

As categorias apresentadas a seguir são utilizadas em todos os planos de aula. Desse modo, podemos inferir que o manual didático paraguaio se atenta aos conhecimentos curriculares a serem desenvolvidos com os estudantes, presentes na categoria que Carrillo *et al.* (2018) definem como “nível esperado de desenvolvimento conceitual ou processual”.

#### ii) Temas

Cada plano apresenta um tema, possibilitando identificar o Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática (*Knowledge of Mathematics Learning Standards – KMLS*). Por meio das características curriculares, podemos identificar a categoria “sequenciamento de tópicos” (CARRILLO *et al.*, 2018).

A seguir, retomamos os temas demonstrados no manual didático paraguaio analisado, no qual podemos observar em qual plano de aula cada um é representado. Os temas dos sete planos de ação são respectivamente: i) Algoritmo de adição de números naturais; ii) Propriedades da adição; iii) O algoritmo da subtração de números naturais; iv) O algoritmo da multiplicação de números naturais; v) Propriedades da multiplicação;



vi) O algoritmo da divisão com dois números no divisor, zero no quociente; vii) O algoritmo da divisão com três números no divisor, divisor pela unidade seguida de zeros.

Vemos que os temas são complementares uns aos outros, pois se considerarmos o estudo de aritmética sem antes passar pelo processo inicial de adição e subtração dos números naturais, as informações e temas posteriores podem ficar confusos. Exemplos: o conteúdo de multiplicação apresentado antes de adição fica confuso; a divisão com mais de um número fica confusa se for trabalhada antes de os alunos conhecerem os números naturais. Deste modo, essa sequenciação dos temas demonstra o Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática (*Knowledge of Mathematics Learning Standards – KMLS*) na categoria “sequenciamento de tópicos” (CARRILLO *et al.*, 2018), nesta composição/recorte do manual didático.

### iii) Indicadores

Os indicadores estão relacionados aos temas. Deste modo, os indicadores servirão para perceber e/ou estabelecer parâmetros considerando o que se espera alcançar como objetivo de aprendizagem de cada plano de aula. A seguir, no quadro 12, serão apresentadas as formas com as quais os indicadores estão descritos.

**Quadro 12: Indicadores do manual didático paraguaio 4º ano**

|                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Plano de aula 1                                                                                                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escrever os dados.</li> <li>• Efetuar corretamente o algoritmo da adição.</li> <li>• Criar o enunciado de um problema.</li> </ul>                                               |
| Plano de aula 2                                                                                                                                                                                                          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar a propriedade comutativa da adição.</li> <li>• Aplicar a propriedade associativa da adição.</li> <li>• Reconhecer que o zero é um elemento neutro da adição.</li> </ul> |
| Plano de aula 3                                                                                                                                                                                                          |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escrever os dados.</li> <li>• Efetuar corretamente o algoritmo da subtração.</li> <li>• Criar o enunciado de um problema.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                               |
| Plano de aula 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escrever os dados.</li> <li>• Efetuar corretamente o algoritmo da multiplicação.</li> <li>• Criar o enunciado de um problema.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                           |
| Plano de aula 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar a propriedade comutativa da multiplicação.</li> <li>• Aplicar a propriedade associativa da multiplicação.</li> <li>• Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação.</li> <li>• Reconhecer que o um é um elemento neutro da multiplicação.</li> <li>• Reconhecer que o zero é um elemento nulo da multiplicação.</li> </ul>                                           |
| Plano de aula 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Efetuar corretamente o algoritmo da divisão com dois números no divisor.</li> <li>• Identificar se uma divisão é exata ou não.</li> <li>• Aplicar corretamente a relação: <math>\text{dividendo} = \text{divisor} \times \text{quociente} + \text{resto}</math>.</li> <li>• Efetuar corretamente o algoritmo da divisão com duas cifras no divisor e zero no quociente.</li> </ul> |
| Plano de aula 7                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Efetuar corretamente o algoritmo da divisão.</li> <li>• Criar o enunciado de um problema.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                               |

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, tradução nossa.

Desta maneira, por meio da representação dos indicadores, averiguamos que o subdomínio que abrange esses planos de aula é o Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), pois apresenta aspectos relevantes do conhecimento do professor em relação aos materiais, às formas de apresentação do conteúdo e às contribuições para o aprendizado. Identificamos, portanto, que a categoria a que o subdomínio se assemelha é “estratégias, técnicas, tarefas e exemplos”.

Ao observarmos os indicadores do plano de aula 7, comparando-o com o plano de aula 6, os indicadores especificam que se espera a realização correta do algoritmo da divisão com dois números no divisor. No entanto, no plano de aula 3 pode ficar subentendido sobre qual processo da divisão se espera que o estudante efetue corretamente, já que ele não apresenta esta especificidade.

A ausência desta especificação pode causar complicações para o professor que não tenha um sólido conhecimento sobre o tema abordado que se refere ao subdomínio Conhecimento de Tópicos Matemáticos (KoT). Isso pode fazer com que o docente pense que ambos os planos de aula se tratam da divisão com dois números no divisor caso não relacione o objetivo com o tema apresentado anteriormente.

Além disso, é possível notar que este tópico se apresenta, por meio dos verbos, como uma tarefa a ser cumprida pelos estudantes. Estes indicadores permitem que o professor tenha opções e análises de quais tarefas podem ser executadas nos planos de ensino apresentados no manual didático paraguaio analisado.

#### iv) Procedimentos e instrumentos de avaliação

O manual didático apresenta, nos planos de ensino 1, 2, 5 e 6, uma lista de comparação como instrumento avaliativo com o objetivo de avaliar a presença ou ausência de conhecimentos e habilidades dos estudantes. São propostos exercícios que oferecem ao aluno a possibilidade de escolher entre as alternativas, como exercícios de verdadeiro ou falso. Podemos considerar essa lista de comparação uma sondagem elaborada para identificar o desenvolvimento e os avanços das aprendizagens dos estudantes.

**Quadro 13: Lista de comparação - Plano de aula 2**

| Indicadores                               | Sim | Não |
|-------------------------------------------|-----|-----|
| Extraí os dados                           |     |     |
| Efetua corretamente o algoritmo da adição |     |     |
| Escreve a resposta.                       |     |     |
| Cria o enunciado de um problema           |     |     |

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, tradução nossa.

Deste modo, consideramos esse processo avaliativo como o Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*) e o Conhecimento das Características da Aprendizagem de Matemática (*Knowledge of Features of Learning Mathematics – KFLM*). As avaliações, nesta forma de lista de comparação, são meios para o desenvolvimento de estratégias de ensino por meio de processos e atividades que identificam as dificuldades e progressos dos estudantes.

As categorias semelhante às análises realizadas na avaliação são: i) Estratégias, técnicas, tarefas e exemplos (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*); e ii) Maneiras de os alunos interagirem com o conteúdo matemático (*Knowledge of Features of Learning Mathematic – KFLM*) (CARRILLO *et al.*, 2018 *apud* ALENCAR, 2019).

Na sequência, observamos que os planos de aula 3, 4 e 7 apresentam como instrumento avaliativo uma prova escrita. Ela avaliará o desempenho dos alunos por meio de pontuações.

**Quadro 14: Prova Escrita - Plano 11**

| Indicadores                                | Pontuação atribuída | Pontuação alcançada |
|--------------------------------------------|---------------------|---------------------|
| Escreve os dados                           |                     |                     |
| Efetua corretamente o algoritmo da divisão |                     |                     |
| Escreve a resposta                         |                     |                     |
| Cria o enunciado de um problema            |                     |                     |

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, tradução nossa.

Ao analisarmos os critérios de avaliação, percebemos que o seu formato permite que o professor realize uma avaliação quantitativa das habilidades do plano de aula. O campo de pontuação atribuída refere-se ao número de pontos relacionados ao tema e à pontuação obtida na avaliação de desenvolvimento individual de cada estudante.

Assim, notamos que todas as atividades que serão apresentadas e avaliadas para a prova escrita auxiliam o professor a entender os avanços, dúvidas e dificuldades dos estudantes. Por isso, consideramos o Conhecimento das Características da Aprendizagem de Matemática (*Knowledge of Features of Learning Mathematics – KFLM*) na categoria

“pontos fortes e fracos em aprender matemática” (CARRILLO *et al.*, 2018 *apud* ALENCAR, 2019).

Como este apresenta organização de atividades para realização de uma observação e análise das aprendizagens, encaixa-se na categoria “estratégias, técnicas, tarefas e exemplos” (CARRILLO *et al.*, 2018 *apud* ALENCAR, 2019) do Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*).

v) Reflexão

O campo de reflexão apresentado nos planos de aula é complementar a temas culturais não relacionados diretamente à matemática. O sentido de sua colocação tem por objetivo levar o estudante e/ou o professor a analisar ações da vida real, desenvolvendo o pensamento crítico, ações de cidadania e a valorização da cultura paraguaia. Os temas abordados no campo de reflexão estabelecem suas relações com a matemática nos campos posteriores, onde a introdução do conteúdo, as atividades utilizadas nestes temas servem para exemplificar a matemática e problematizar exercícios para resolução.

Podemos observar as reflexões apresentadas em cada plano no quadro a seguir.

**Quadro 15: Reflexões dos planos de aula**

|                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Plano 1                                                                                                                                                                                    |
| Quando visitamos uma exposição pública, como devemos nos comportar?                                                                                                                        |
| Plano 2                                                                                                                                                                                    |
| A filigrana consiste em formar desenhos parecidos a um encaixe, com fios de metal, que podem ser de ouro ou prata. Com essa técnica, são elaborados aros, colares, pulseiras, broches etc. |
| Plano 3                                                                                                                                                                                    |
| O ñandutí é patrimônio nacional do artesanato paraguaio, um dos mais valiosos e mais citados.                                                                                              |
| Plano 4                                                                                                                                                                                    |
| Atyra é a cidade mais limpa do país. O que fazem seus habitantes para manter ela limpa? Ter animais colabora para que a cidade se mantenha limpa?                                          |
| Plano 5                                                                                                                                                                                    |
| A cada 8 de dezembro, Caácupe concentra uma grande quantidade de peregrinos. Quais precauções devem ser tomadas?                                                                           |

|                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------|
| Plano 6                                                             |
| O que devemos levar em conta para a realização de uma viagem longa? |
| Plano 7                                                             |
| A mamãe é ajudada pelos netos. Tu, em que ajudas na sua casa?       |

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, tradução nossa.

Ao observarmos as reflexões, notamos que elas têm relação com o Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*). Este apresenta aspectos do conhecimento do professor em relação aos modos de apresentar determinados conteúdos, trabalhando a interdisciplinaridade e suas aplicações nas diversas áreas. Isso levará o docente ao desenvolvimento, no caso, ao aprendizado.

Contudo, apesar de concentrarmos nossa investigação no conhecimento especializado do professor que ensina matemática, isso não significa que o manual didático não trate de outros conteúdos matemáticos. Percebemos que os conteúdos matemáticos estão ligados ao ensino de outros tópicos, trabalhando representações artísticas culturais.

Os conteúdos da cultura são representados através de dois pontos destacados artisticamente. O ñandutí é um tipo de bordado, com fios/linhas finas, em formatos diversos. Já o filigrana é uma técnica desenvolvida para confecção de acessórios e outros objetos. A seguinte representação cultural aparece no plano de aula 5, que diz respeito à cultura da peregrinos para Caácupe (cidade nomeada e onde se localiza a imagem da santa padroeira do Paraguai). Nos demais planos de ensino, 1, 4, 6 e 7, os temas abordados são relacionados a noções de cidadania, falando sobre comportamentos adequados e deveres.

É possível relacionar as reflexões dos planos de ensino ao Conhecimento das Características da Aprendizagem de Matemática (*Knowledge of Features of Learning Mathematics – KFLM*). São representados papéis importantes às dimensões do conhecimento do professor acerca dos possíveis modos de apreensão dos conteúdos. Também há teorias sobre o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

vi) Início

O início do manual didático paraguaio apresenta um processo de introdução ao conteúdo abordado nos planos de aula, estabelecendo, na sequência, uma ligação entre o tema abordado e a situação presente no campo de reflexão apresentado anteriormente. Assim, refere-se ao subdomínio do Conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática (*Knowledge of Features of Learning Mathematics – KFLM*) na categoria “teorias da aprendizagem matemática” (CARRILLO *et al.*, 2018). A seguir, apresentamos as atividades como são descritas no manual.

No plano de aula 1, a abordagem inicial é estabelecida por meio de uma atividade de resolução de problemas para leitura, análise e resolução. Ela é vinculada ao campo de reflexão. Ambos abordam o tema de exposições.

No plano de aula 2, há uma atividade de relacionar valores de objetos a respectivas quantidades de dinheiro através da operação de soma. São representadas as imagens dos objetos e seus valores descritos abaixo. O reconhecimento dos valores é a aplicação da soma dos preços dos três itens para determinar o valor final para comprá-los.

**Figura 13: Início - Plano de aula 2**

• Observamos los precios:



• Para conocer el presupuesto total aplicamos el algoritmo de la adición. ¿Cuál de los siguientes procedimientos es el correcto? ¿Por qué?

Sumamos:  
 $520.000 + 375.000$ .  
 Al resultado le sumamos  
 $105.000$ .

Sumamos:  
 $375.000 + 105.000$ .  
 Al resultado le sumamos  
 $520.000$ .

Sumamos de una sola vez:  
 $520.000$   
 $375.000$   
 $+ 105.000$

Los tres procedimientos son correctos porque:  
 $(520.000 + 375.000) + 105.000 = 520.000 + (375.000 + 105.000) = 520.000 + 375.000 + 105.000 = 1.000.000$

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 48.

Diante da apresentação das imagens, é possível observar a relação com o campo de reflexão apresentado anteriormente. A reflexão aborda a arte “filigrana” e as imagens dos objetos para determinar as adições de seus preços. Os objetos em questão têm a arte representada, vinculando-se aos recursos didáticos (físicos e digitais) da categoria do Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*)

e ao Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*) na categoria “como fazer alguma coisa?”.

Ambos os subdomínios nos possibilitam reflexões a respeito de abordagens e práticas do professor para mediar determinado conteúdo. Os recursos vinculados ao manual didático (a apresentação das figuras) se torna uma abordagem eficaz, pois, ao mesmo tempo em que trabalha o desempenho e o pensamento matemático, representa uma ação da vida real de compra de objetos.

O plano de aula 3, assim como o plano de aula 1, representa uma atividade de desenvolvimento de raciocínio e pensamento matemático através do seguinte problema

Paramos em Itauguá para que um grupo de excursão, que estão de visita no país, comprem seus artigos de ñandutí para levar de recordação do Paraguai. Um deles pagou com 10 notas de G100 000 (cem mil guaranis) por um jogo de manta com apliques de ñandutí. Se o custo era G990 000 (novecentos e noventa mil guaranis), quanto lhe deram de troco? (HELMAN *et al.*, 2017, p. 50, tradução nossa)

Essa representação do problema faz relação com a reflexão cultural abordada anteriormente. A relação dos objetos que fazem parte da cultura possibilita a abordagem da matemática por meio da formulação de problemas. O subdomínio presente neste plano é o Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*) na categoria “como fazer alguma coisa?”. Trata-se da compreensão do professor sobre o problema e da forma como ele explicará aos estudantes a resolução, analisando a aplicação das operações matemáticas e a apresentação do problema que requer explicação e mediação do professor. Isso está vinculado à categoria “teorias do ensino de matemática” do Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*).

O plano de aula 4 faz o mesmo estilo de representação: um problema enunciado por meio da relação com o tema cultural abordado no campo de reflexão.

Atraídos pelo título de cidade mais limpa do país, visitamos Atyra. Encontramo-nos na Avenida Peatonal Índio José, onde compramos alguns artigos de couro, 24 porta-joias por G18 900 cada um, 123 chaveiros por G6 750 cada um e 10 cuias de tererê forradas em couro por G30 000 cada uma. Qual operação nos permitirá conhecer quantos Guaranis devem ser pagos por cada item individual? (HELMAN *et al.*, 2017, p. 54, tradução nossa)

O plano de aula 5 faz a seguinte representação de problema: “Visitamos a cidade de Caacupe e compramos 3 caixas de recordações para repartir entre os familiares. Se



cada uma das caixas tem 2 compartimentos e 9 lembrancinhas em cada um, quantas lembrancinhas compramos?” (HELMAN *et al.*, 2017, p. 58, tradução nossa). Percebemos que o problema enunciado para resolução tem relação com o item anterior de reflexão, conectando-se com as representações da cultura através de problemas matemáticos.

Nesses planos, observamos o Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*), na categoria “fenomenologia e aplicação”, e o Conhecimento da Estrutura da Matemática (*Knowledge of The Structure of Mathematics – KSM*) na categoria “conexões auxiliares”, segundo Carrillo *et al.* (2018).

No plano de aula 6, o início é marcado pela leitura, análise e resolução de um problema:

A cidade de Eusebio Ayala é um ponto de encontro onde saboreamos uma chipa, acompanhados dos familiares e amigos. Don José fez um pedido de 36 unidades de chipa argola e pediu para embalar para viagem em pacotes com mesmas quantidades. Se lhe entregam 6 pacotes, quantas chipas cada pacote terá? Se lhe entregam 9 pacotes, quantas chipas cada pacote terá? Se lhe entregam 12 pacotes, quantas chipas cada pacote terá? (HELMAN *et al.*, 2017, p. 54, tradução nossa)

Podemos perceber que o problema enunciado se relaciona com o campo de reflexão anterior, no sentido de que ambos falam sobre viagens. Por meio do tema, foi abordado um problema que tivesse conexão com ele.

Esse plano envolve o Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*) na categoria “como fazer alguma coisa?”, pois diz respeito à compreensão do professor sobre a realização do problema, às suas explicações aos estudantes para direcionar a resolução e às operações matemáticas que poderão ser utilizadas. A apresentação do problema está ligada às técnicas e tarefas de ensino que compõem a categoria do Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*).

Ao observarmos o plano de aula 7, ele apresenta, assim como o plano de aula 1, um enunciado de problema relacionado a comportamento e deveres. Há a seguinte proposta de exemplo introdutória: “Mamãe recebeu um pedido de 3010 unidades de chipa e pediu para que seus netos a ajudassem a empacotar em sacolinhas com 20 unidades cada” (HELMAN *et al.* 2017, p. 65, tradução nossa). É representada a seguinte resolução dos netos para a quantidade de pacotes que teriam que utilizar:

Figura 14: Início - Plano de aula 7

| Susi                                                                                                           | Raúl                                                                                                          | Marta                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 3010 \overline{) 20} \\ -20 \phantom{00} \\ \hline 101 \\ -100 \\ \hline (0010) \end{array}$ | $\begin{array}{r} 3010 \overline{) 20} \\ -20 \phantom{00} \\ \hline 101 \\ -100 \\ \hline (001) \end{array}$ | $\begin{array}{r} 3010 \overline{) 20} \\ -20 \phantom{00} \\ \hline 101 \\ -100 \\ \hline (0010) \end{array}$ |
| Se empaquetarán 105 bolsas y sobrarán 10 unidades de chipa.                                                    | Se empaquetarán 150 bolsas y sobrarán 1 chipa sin empaquetar.                                                 | <del>Se empaquetarán 150 bolsas y sobrarán 10 unidades de chipa.</del>                                         |

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 65.

Assim, notamos que essas apresentações iniciais exigem que o professor tenha domínio sobre o conteúdo a ser trabalhado, pois são apresentadas resoluções erradas e uma correta (a marcada com um X). O docente deve compreender bem as representações de resolução para que, ao exemplificar para os estudantes os processos de resolução, não os deixem confusos pela marcação do livro didático. Esse subdomínio trata-se do Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*) pois é necessário saber as definições, propriedades e fundações sobre o conteúdo a ser ensinado (CARRILLO *et al.*, 2018).

Ao observarmos o início dos planos de aula do manual didático, foi possível observar que além dos conhecimentos especializados do professor, podemos relacionar estas abordagens com a Etnomatemática, como afirma D’Ambrósio (2018, p. 23): “A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e de algum modo, avaliando, usando instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura”.

Deste modo, os planos de ensino 2, 3, 4, 5 e 6, que relacionam temas à matemática, mostram o leque de possibilidade que o professor pode ter, desde que tenha Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*). Esse conhecimento possibilitará trabalhar e melhor desenvolver suas metodologias, diversificando-as.

#### vii) Desenvolvimento

Os tópicos denominados desenvolvimento utilizam terminações verbais para indicar ações ou eventos ocorridos, expressando uma ação de forma segura. Aqui, temos

a representação do subdomínio Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*). O quadro apresentado abaixo destaca essa representação.

**Quadro 16: Desenvolvimento dos planos de aula**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Plano 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Fortalecemos o algoritmo da adição.<br>Aplicamos a resolução e a formulação de situações problemas.<br>Destacamos o uso correto do vocabulário de soma, resto e total.                                                                                                                                                                       |
| Plano 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Fortalecemos as propriedades comutativa, associativa e o elemento neutro.<br>Enunciamos e aplicamos as propriedades.                                                                                                                                                                                                                         |
| Plano 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Fortalecemos o algoritmo da subtração.<br>Aplicamos a resolução e formulação de situações-problema.<br>Destacamos o uso correto do vocabulário de minuendo, subtraendo, resto ou diferença.                                                                                                                                                  |
| Plano 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Fortalecemos o algoritmo da multiplicação.<br>Aplicamos resolução de problemas.<br>Enfatizamos o uso do vocabulário correto de fatores e produto.                                                                                                                                                                                            |
| Plano 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Fortalecemos as propriedades comutativa, associativa e de elemento neutro.<br>Conhecemos as propriedades distributiva e do elemento neutro.<br>Enunciamos e aplicamos as propriedades.                                                                                                                                                       |
| Plano 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Fortalecemos o algoritmo da divisão com dois números no divisor e zero no quociente.<br>Aplicamos a resolução e formulação de situações problemas.<br>Enfatizamos o uso do vocabulário correto: dividendo, divisor, quociente e resto<br>Comprovamos a relação: $\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{quociente} + \text{resto}$ . |
| Plano 7                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Fortalecemos o algoritmo da divisão com três números no divisor.<br>Aplicamos a resolução e a formulação de situações-problema.                                                                                                                                                                                                              |

Dividimos pela unidade seguida de zeros e generalizamos.

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, tradução nossa.

O desenvolvimento dos planos de ensino possibilita observar que os verbos aplicar, comprovar, conhecer, destacar, enfatizar, enunciar e fortalecer, em sua conjugação no pretérito perfeito do indicativo, expressam ações concretizadas sobre o conteúdo matemático. Isso determina que o professor tenha domínio sobre o ensino. Desse modo, referimo-nos ao subdomínio Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), sendo sua categoria “teorias do ensino de matemática”.

Algo interessante que foi possível notar ao analisar o desenvolvimento dos planos de aula é que, em todos os planos de ensino, o foco em desenvolvimento diz respeito à aplicabilidade da matemática em situações-problema.

#### viii) Informação

Os tópicos de informação se caracterizam pela apresentação do conteúdo matemático, conceitos, definições, características e exemplificações por meio de figuras. Isso pertence ao Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*), classificado na categoria de “definições, propriedades e fundações” (CARRILLO *et al.*, 2018).

O primeiro plano de aula apresenta a definição e um passo a passo para o desenvolvimento do algoritmo da adição de números naturais: “Para somar dois ou mais números naturais, escreve-se um debaixo do outro, colocando em colunas as siglas de unidade, dezena, centena etc. Inicia-se somando as unidades” (HELMAN *et al.*, 2017, p. 44, tradução nossa). Em seguida, o texto apresenta um quadro exemplificando a descrição.

**Figura 15: Informação - Plano de aula 1**

| Unidades de mil |   |   | Unidades simples |   |   |
|-----------------|---|---|------------------|---|---|
| C               | D | U | C                | D | U |
| 1               | 0 | 5 | 0                | 0 | 0 |
|                 | 7 | 7 | 9                | 0 | 0 |
|                 | 2 | 0 | 5                | 0 | 0 |
|                 | 1 | 3 | 0                | 0 | 0 |
| +               |   |   |                  |   |   |
| 2               | 1 | 6 | 4                | 0 | 0 |

Sumandos

Suma o resultado

Los números que se suman se llaman **sumandos** y el resultado se llama **suma o resultado**.

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 45.

Essa representação do quadro anterior definido e exemplificado no manual didático faz parte do Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*), na categoria definida por Carrillo *et al.* (2018) “por que algo é feito dessa maneira?”. É necessário compreender e explicar aos estudantes os conceitos de unidades, dezenas, centenas e a forma como o cálculo deve ser desenvolvido. Isso elenca o subdomínio do Conhecimento da Estrutura da Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*).

O plano de aula 2 dá continuidade ao estudo sobre adição. Ele descreve e exemplifica as propriedades comutativa, associativa e o elemento neutro. Ele está representado na figura abaixo.

**Figura 16: Informação - Plano de aula 2**

**Información**  
**Propiedades de la adición**

**Propiedad conmutativa:** el orden de los sumandos no cambia el resultado.

$$520\,000 + 375\,000 = 895\,000$$

$$375\,000 + 520\,000 = 895\,000$$

**Propiedad asociativa:** si se agrupan los sumandos de distintas formas, el resultado no cambia.

$$(520\,000 + 375\,000) + 105\,000 = 520\,000 + (375\,000 + 105\,000)$$

$$895\,000 + 105\,000 = 520\,000 + 485\,000$$

$$1\,000\,000 = 1\,000\,000$$

**El cero:** cuando el número cero está como sumando no cambia el resultado, es un **elemento neutro**.

$$520\,000 + 0 = 520\,000 = 0 + 520\,000$$

**ACORDATE**  
 Cuando en un cálculo aparecen paréntesis, siempre se deben resolver primero la operación que ellos encierran.

CC BY-SA 4.0

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 49.

Nesse campo, observamos o Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*), na categoria definida por Carrillo *et al.* (2018) como “por que algo é feito dessa maneira?”. O professor precisa compreender os modos de apresentar o conteúdo e o potencial de contribuições para a aprendizagem dos alunos sobre as propriedades da adição para que sua aplicação seja feita corretamente.

O plano de aula 3 apresenta um passo a passo sobre o desenvolvimento da operação de subtração de números naturais e suas propriedades comutativa, associativa e o zero como elemento neutro na subtração. Ele descreve que, para subtrair números,

escreve-se o minuendo e, debaixo, o subtraendo, colocando em colunas as siglas das unidades, dezenas, centenas. Isso está demonstrado na figura a seguir.

**Figura 17: Informação - Plano de aula 3**

| Unidades de millón |   |   | Unidades de mil |   |   | Unidades simples |   |   |
|--------------------|---|---|-----------------|---|---|------------------|---|---|
| C                  | D | U | C               | D | U | C                | D | U |
| 0                  | 1 |   | 0               | 0 | 0 | 0                | 0 | 0 |
|                    |   |   | 9               | 9 | 9 | 0                | 0 | 0 |
| -                  | 0 |   | 0               | 1 | 0 | 0                | 0 | 0 |

Minuendo  
Sustraendo  
Resta o diferencia

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 50.

Essa representação do quadro sobre a posição das unidades, dezenas e centenas, explicando em qual das partes a operação deve ser iniciada, trata-se do Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*), na categoria definida por Carrillo *et al* (2018) “por que algo é feito dessa maneira?”. Observamos que o desenvolvimento da operação está errado, pois  $1.000.000 - 999.000 = 1.000$ , com o número 1 ocupando a casa das unidades de milhar. Na representação do quadro, o número 1 ocupa a casa da dezena de milhar. Nesse caso, o professor precisa saber as definições das propriedades e sua aplicação para explicar aos estudantes o motivo de a operação iniciar pelo algarismo das unidades, e não o inverso. Esse conhecimento instiga o subdomínio do Conhecimento da Estrutura da Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*).

O plano de aula 4 representa o algoritmo da multiplicação de números naturais. Ele introduz a operação de multiplicação, que tem relação com o campo “início”. É utilizado o exemplo da compra de 24 porta-joias para a representação na introdução do conteúdo.

**Figura 18: Informação - Plano de aula 4**



Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 54.

Posteriormente, é apresentada a resolução do exemplo no campo “início” com o passo a passo da multiplicação.

**Figura 19: Informação - Plano de aula 4**

Para multiplicar procedemos así:

Multiplicamos  
18 900 por 4 u

$$\begin{array}{r} 18900 \\ \times 4 \\ \hline 75600 \end{array}$$

Multiplicamos 18 900 por 2 d  
dejando libre el espacio de las unidades

$$\begin{array}{r} 18900 \\ \times 20 \\ \hline 37800 \end{array}$$

Sumamos  
los dos resultados

$$\begin{array}{r} 18900 \\ \times 24 \\ \hline 75600 \\ + 37800 \\ \hline 453600 \end{array}$$

ACORDATE  
Todo número  
multiplicado  
por 0 da 0.

Factores

Producto

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 55.

Com os exemplos dados no campo da informação, é possível observar o Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*) na categoria definida por Carrillo *et al.* (2018) como “por que algo é feito dessa maneira?”. O professor precisa compreender os modos de apresentar o conteúdo e o potencial de contribuições para a aprendizagem com a multiplicação e sua aplicabilidade em um problema real.

O plano de aula 5 dá continuidade ao conteúdo de multiplicação trabalhando as propriedades comutativa, associativa, distributiva, elemento neutro e elemento nulo. Ele apresenta um exemplo resolvido das situações. Abaixo, apresentaremos a abordagem adotada de uma das propriedades.

**Figura 20: Informação - Plano de aula 5**

**Propiedad conmutativa:** el orden de los factores no cambia el resultado.

$5 \cdot 20 = 20 \cdot 5$   
 $100 = 100$

**Propiedad asociativa:** si se cambia el orden de los paréntesis, el resultado no cambia.

$3 \cdot (2 \cdot 9) = (3 \cdot 2) \cdot 9$   
 $3 \cdot 18 = 6 \cdot 9$   
 $54 = 54$

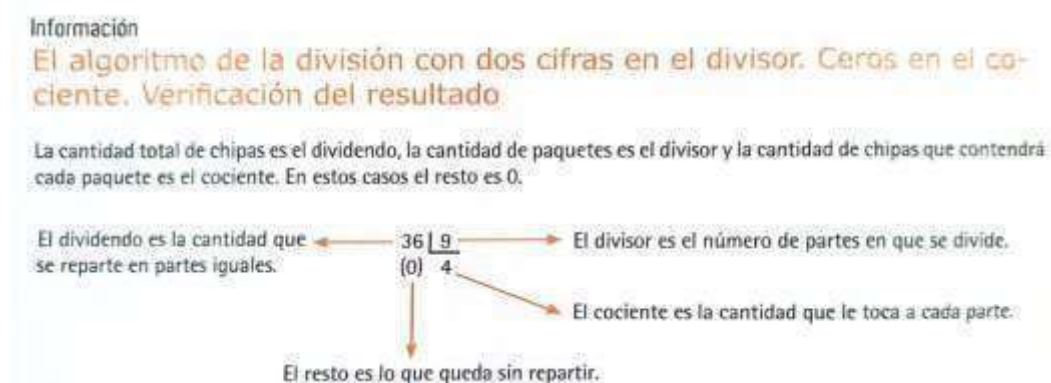
Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 59.

Diferentemente do plano de aula anterior, este não faz uso de resolução de problemas na introdução ao conteúdo; ele apenas define as propriedades e descreve o passo a passo da operação em sequência, o que nos permite observar o subdomínio do Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics-KoT*) na categoria

“definições, propriedades e fundações” (CARRILLO *et al.*, 2018). O professor conhece as definições e suas múltiplas definições equivalentes para o conceito da multiplicação.

O plano de aula 6 apresenta o algoritmo da divisão, mostrando as definições dos termos no passo a passo da operação através do exemplo citado anteriormente no campo “início”.

**Figura 21: Informação - Plano de aula 6**



Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 61.

A exemplificação e a resolução do problema abordado com o tema cultural possibilitaram observar do Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*) na categoria “quando fazer alguma coisa?”. Nesse sentido, o professor precisa compreender as possíveis maneiras de aplicar a resolução dos problemas e de apresentar o conteúdo e suas potenciais contribuições para a aprendizagem dos estudantes.

O plano de aula 7, assim como o plano de aula 6, faz alusão ao tema e ao problema abordado no campo “início”. Ele apresenta uma solução para a questão de modo, explicando o passo a passo das resoluções apresentadas no campo inicial.



Figura 22: Informação - Plano de aula 7

**Información**  
**El algoritmo de la división con tres cifras en el divisor. División por la unidad seguida de ceros**

En la división con divisores de tres cifras, el procedimiento es el siguiente:

A. Separamos 3 cifras del dividendo. Buscamos un número que multiplicado por 105 dé, aproximadamente, 286 sin superarlo: el 2. Multiplicamos  $2 \times 105$  y restamos.

|                                                                                                                         |                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Por el método de la resta</b><br>$\begin{array}{r} 286'65 \overline{)105} \\ -210 \quad 2 \\ \hline 076 \end{array}$ | <b>En forma simplificada</b><br>$\begin{array}{r} 286'65 \overline{)105} \\ 076 \quad 2 \end{array}$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|

B. Bajamos la siguiente cifra y dividimos 766 entre 105. Buscamos un número que multiplicado por 105 se aproxime a 766 sin superarlo: el 7. Multiplicamos  $7 \times 105$  y restamos.

|                                                                                                                                                 |                                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Por el método de la resta</b><br>$\begin{array}{r} 286'65 \overline{)105} \\ -210 \quad 27 \\ \hline 0766 \\ -735 \\ \hline 031 \end{array}$ | <b>En forma simplificada</b><br>$\begin{array}{r} 286'65 \overline{)105} \\ 0766 \quad 27 \\ \hline 031 \end{array}$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

C. Bajamos la siguiente cifra y dividimos 315 entre 105. Buscamos un número que multiplicado por 105 se aproxime a 315 sin superarlo: el 3. Multiplicamos  $3 \times 105$  y restamos.

|                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Por el método de la resta</b><br>$\begin{array}{r} 286'65 \overline{)105} \\ -210 \quad 273 \\ \hline 0766 \\ -735 \\ \hline 0315 \\ -0315 \\ \hline (000) \end{array}$ | <b>En forma simplificada</b><br>$\begin{array}{r} 286'65 \overline{)105} \\ 0766 \quad 273 \\ \hline 0315 \\ (000) \end{array}$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 65.

As explicações seguidas do passo a passo da resolução para a introdução ao conteúdo nos permitem observar o subdomínio do Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*), na categoria “definições, propriedades e fundações” definida por Carrillo *et al.* (2018). O professor conhece as definições equivalentes para o conceito de divisão.

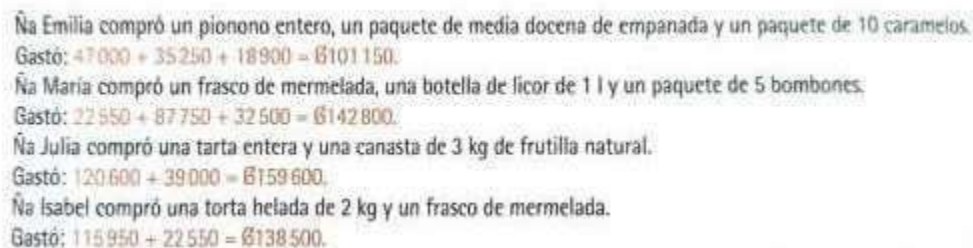
#### ix) Atividades

O tópico das atividades apresenta exercícios para resolução em sala, exemplos de resolução de problemas, cálculos introduzidos e atividades de interpretação e reconhecimento com especificações das definições sobre os temas da aritmética estudados em sala. As aplicações são sobre ações e/ou situações cotidianas sobre os temas abordados nos planos de aula. Esse tipo de conhecimento pertence ao Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), classificado na categoria “estratégias, técnicas, tarefas e exemplos” (CARRILLO *et al.*, 2018).

Apresentamos, a seguir, as atividades dos planos de aula 1, 2 e 3. Esses planos têm abordagens distintas nas atividades. Os demais exercícios dos outros planos de ensino utilizam perspectivas próximas.

As atividades do plano de aula 1, cujo tema é o algoritmo da adição de números naturais, apresentam resoluções de problemas para interpretação e desenvolvimento.

**Figura 23: Atividades - Plano de aula 1**



Na Emilia compró un pionono entero, un paquete de media docena de empanada y un paquete de 10 caramelos.  
 Gastó:  $47000 + 35250 + 18900 = \text{€}101150$ .  
 Na Maria compró un frasco de mermelada, una botella de licor de 1 l y un paquete de 5 bombones.  
 Gastó:  $22550 + 87750 + 32500 = \text{€}142800$ .  
 Na Julia compró una tarta entera y una canasta de 3 kg de frutilla natural.  
 Gastó:  $120600 + 39000 = \text{€}159600$ .  
 Na Isabel compró una torta helada de 2 kg y un frasco de mermelada.  
 Gastó:  $115950 + 22550 = \text{€}138500$ .

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 45.

A resolução dessa atividade apresentada no manual pertence ao Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*), na categoria “registros de representação” (CARRILLO *et al.*, 2018), e ao Conhecimento da Estrutura da Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*), na categoria “conexões transversais”. Nesse exercício, é necessário conhecer as propriedades de adição, assim como vincular o Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*) à categoria “quando fazer alguma coisa?”, pois envolve a aplicação da adição em situações-problema.

Esse tipo de atividade pode permitir que o professor reflita sobre os conhecimentos mobilizados e pode aumentar a revisão sobre o tema. A proposta de exercícios aos alunos é uma técnica que visa ao desenvolvimento de suas habilidades, esclarecendo dúvidas e buscando exemplos. Dessa forma, consideramos que essa estratégia metodológica apresentada nos manuais didáticos integra o Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), na categoria “estratégias, técnicas, tarefas e exemplos” (CARRILLO *et al.*, 2018).

O plano de aula 2, que aborda as propriedades da adição, apresenta atividades de repetição vinculadas ao que foi apresentado no campo “informação”. Trata-se apenas de “fazer igual” ao que o professor explicou anteriormente. Os exercícios são separados de acordo com as propriedades: comutativa, associativa e elemento neutro.

Figura 24: Atividades - Plano de aula 2

**Cierre - Actividades**

1. Pongo en práctica la propiedad conmutativa y calculo.

|                                  |                                 |                                 |
|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| $175\,550 + 378\,000 = 553\,550$ | $109\,900 + 99\,000 = 208\,900$ | $505\,900 + 89\,900 = 595\,800$ |
| $378\,000 + 175\,550 = 553\,550$ | $99\,000 + 109\,900 = 208\,900$ | $89\,900 + 505\,900 = 595\,800$ |

2. Pongo en práctica la propiedad asociativa y calculo.

|                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------|
| $(175\,500 + 109\,900) + 250\,000 = 175\,500 + (109\,900 + 250\,000)$ |
| $285\,400 + 250\,000 = 175\,500 + 359\,900$                           |
| $535\,400 = 535\,400$                                                 |
| $(378\,000 + 218\,000) + 99\,000 = 378\,000 + (218\,000 + 99\,000)$   |
| $596\,000 + 99\,000 = 378\,000 + 317\,000$                            |
| $695\,000 = 695\,000$                                                 |

3. Explico por qué el cero es el elemento neutro de la adición.

El cero es el elemento neutro de la adición porque cualquier número sumado a cero es igual al mismo número.

|                           |   |                           |
|---------------------------|---|---------------------------|
| $175\,850 + 0 = 175\,850$ | y | $0 + 175\,850 = 175\,850$ |
|---------------------------|---|---------------------------|

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 49.

A abordagem de atividades de repetição indica a presença do Conhecimento da Estrutura da Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*) na categoria “conexões transversais”. É necessário que o professor conheça as propriedades, as representações e as operações dos símbolos numéricos como um sistema de numeração decimal para que a aplicação das propriedades de adição seja feita corretamente.

Outro conhecimento mobilizado nesse contexto é o Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), na categoria “estratégias, técnicas, tarefas e exemplos” (CARRILLO *et al.*, 2018). O manual didático estudado tem a proposta de fornecer exercícios como uma metodologia para desenvolver a aprendizagem dos estudantes, tirar dúvidas e encontrar exemplos.

O plano de aula 3 apresenta o algoritmo da subtração de números naturais e suas propriedades. Ele expõe atividades de resolução de problemas que estão vinculadas aos campos de “reflexão” e “início”, com tema cultural relacionado à matemática. Todas as atividades apresentam o passo a passo de como deve ser resolvido o exercício, a organização dos dados e a solução.

Figura 25: Atividades - Plano de aula 3

**Cierre - Actividades**

**1. Resuelvo.**

a. La profesora asistirá a un curso sobre educación en Chile. Visitó la ciudad de Itauguá para comprar recuerdos del Paraguay, que intercambiará con otros participantes del congreso. Su compra incluyó: un paquete de media docena de carpetitas de ñanduti por ₡129 000, 3 carteritas de ñanduti por ₡225 900 y un paquete de 1 docena de posa vasos por ₡114 950. Si llevó ₡500 000, ¿le sobró o le faltó el dinero? ¿cuántos guaraníes?

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| <b>Datos</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>Incógnitas</b>                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>La profesora compró artículos de ñanduti:               <ul style="list-style-type: none"> <li>Media docena de carpetitas: ₡129 000</li> <li>Tres carteritas: ₡225 900</li> <li>Una docena de posa vasos: ₡114 950</li> </ul> </li> <li>Tenía un capital de: ₡500 000</li> </ul> | Le sobró o le faltó dinero: ¿?<br>Cuánto: ¿? |

**Razono.**  
 Para saber si le sobró o le faltó dinero tenemos que calcular en primer lugar cuánto gastó:  $129\,000 + 225\,900 = 114\,950$   
 Luego: Si le sobró, para saber cuánto: a 500 000 se le resta lo que gastó.  
 Si le faltó, para saber cuánto: a lo que gastó se le resta 500 000.

**Soluciono.**

```

a.   1 2 9 0 0 0
      2 2 5 9 0 0
      + 1 1 4 9 5 0
      -----
      4 6 9 8 5 0
  
```

Como gastó menos que ₡500 000 le sobró el dinero.

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 51.

A resolução apresentada classifica-se como o Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*), na categoria “por que algo é feito dessa maneira?” (CARRILLO *et al.*, 2018). Faz-se necessário conhecer o que se faz, como se faz, por que se faz desta maneira o cálculo da subtração e suas propriedades.

Por exemplo, nesse caso, se o professor não souber ou não explicar aos estudantes sobre o conceito de números decimais e sobre a posição dos algarismos na operação, ele pode causar erros na hora do desenvolvimento do exercício. Isso remete ao Conhecimento da Estrutura da Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*) e ao Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), pois o professor deve promover a aprendizagem dos alunos moldando exemplos para cada conteúdo abordado ao ministrar sua aula.

x) Atividades para casa

O tópico das atividades para casa traz exercícios de resolução sobre os temas abordados nos planos de aula. Isso pertence ao Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), classificado na categoria de “estratégias, técnicas, tarefas e exemplos” (CARRILLO *et al.*, 2018). Para descrever o tópico, decidimos simplificar a escrita de modo a apresentar apenas as atividades de casa de dois planos de aula, pois as representações das atividades dos demais são análogas.

O tópico das atividades para casa do plano de aula 2 apresenta um exercício de resolução de problemas. A resolução segue os mesmos passos do campo “atividade”. Segue figura de representação da atividade para casa do plano de aula 2.

**Figura 26: Atividades para casa - Plano de aula 2**

**Actividad para la casa**

**Resuelve.**

La profe asistirá a un curso sobre educación en Chile. Visitó la ciudad de Itauguá para comprar recuerdos del Paraguay, que intercambiará con otros participantes del congreso. Su compra incluyó: un paquete de media docena de carpetitas de handuti a \$129 000, tres carteritas de handuti a \$225 900 y un paquete de una docena de posavazos a \$114 950. Si llevó \$500 000, ¿le sobró o le faltó dinero?, ¿cuántos guaraníes?

|                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |  |         |  |           |  |         |  |                                                                                                                                                 |         |  |           |  |        |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--|---------|--|-----------|--|---------|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--|-----------|--|--------|--|
| <p><b>Datos</b></p> <p>La profesora compró artículos de handuti:</p> <p><math>\frac{1}{2}</math> docena de carpetitas: \$129 000.</p> <p>3 carteritas: \$225 900.</p> <p>1 docena de posavazos: \$114 950.</p> <p>Tenía un capital de: \$500 000.</p> | <p><b>Solución</b></p> <p>a.</p> <table border="0"> <tr><td>129 000</td><td></td></tr> <tr><td>225 900</td><td></td></tr> <tr><td>+ 114 950</td><td></td></tr> <tr><td>469 850</td><td></td></tr> </table> <p>Como gastó menos de \$500 000, le sobró dinero.</p> | 129 000 |  | 225 900 |  | + 114 950 |  | 469 850 |  | <p>b.</p> <table border="0"> <tr><td>500 000</td><td></td></tr> <tr><td>- 469 850</td><td></td></tr> <tr><td>30 150</td><td></td></tr> </table> | 500 000 |  | - 469 850 |  | 30 150 |  |
| 129 000                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |  |         |  |           |  |         |  |                                                                                                                                                 |         |  |           |  |        |  |
| 225 900                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |  |         |  |           |  |         |  |                                                                                                                                                 |         |  |           |  |        |  |
| + 114 950                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |  |         |  |           |  |         |  |                                                                                                                                                 |         |  |           |  |        |  |
| 469 850                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |  |         |  |           |  |         |  |                                                                                                                                                 |         |  |           |  |        |  |
| 500 000                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |  |         |  |           |  |         |  |                                                                                                                                                 |         |  |           |  |        |  |
| - 469 850                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |  |         |  |           |  |         |  |                                                                                                                                                 |         |  |           |  |        |  |
| 30 150                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |  |         |  |           |  |         |  |                                                                                                                                                 |         |  |           |  |        |  |

**Respuesta:** Le sobró dinero: \$30 150.

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 53.

A resolução dessa atividade de casa pertence ao Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*), pois diz respeito à abordagem do tema matemático relacionando-o à resolução de problemas. A categoria é “estratégias, técnicas, tarefas e exemplos” (CARRILLO *et al.*, 2018). Já pensando no subdomínio do Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*), a atividade se encontra na categoria “registros de representação” (CARRILLO *et al.*, 2018), pois é necessário reconhecer a forma posicional dos algarismos. As características de representação da adição evocam o subdomínio do Conhecimento da Estrutura da Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*) com sua categoria “conexões transversais”. As ideias matemáticas são relacionadas a conteúdos de vários tópicos (CARRILLO *et al.*, 2018), apresentando o conhecimento avançado da adição e suas definições e propriedades em um mesmo exercício.

O plano de aula 5 é um exercício de reconhecimento e classificação que pede a compreensão sobre as propriedades da adição e da aplicação. Segue a atividade:

Figura 27: Atividades para casa - Plano de aula 5

Actividad para la casa

5. Resuelvo utilizando las propiedades de la multiplicación.

**Conmutativa**  
 $170 \times 75 = 75 \times 170$   
 $12750 = 12750$

**Asociativa**  
 $(68 \times 30) \times 119 = 68 \times (30 \times 119)$   
 $2040 \times 119 = 68 \times 3570$   
 $242760 = 242760$

**Distributiva**  
 $25 \times (120 + 99) = 25 \times 120 + 25 \times 99$   
 $= 3000 + 2475$   
 $= 5475$

Fonte: HELMAN *et al.* - 2017, p. 60.

Nas resoluções dessa atividade de casa, foi possível observar que a utilização da fórmula matemática abordada e a aplicação e repetição das propriedades da adição pertencem à categoria “estratégias, técnicas, tarefas e exemplos” (CARRILLO *et al.*, 2018), do subdomínio do Conhecimento do Ensino de Matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching – KMT*). Esse conhecimento instiga e possibilita saber o que se faz. No exemplo de saber calcular corretamente e aplicar cada propriedade de acordo com a equação, esses conhecimentos pertencem ao Conhecimento de Tópicos Matemáticos (*Knowledge of Topics – KoT*), que permite conhecer o que se faz para calcular e saber como esse cálculo é realizado. A categoria definida é “como fazer alguma coisa?” (CARRILLO *et al.*, 2018).

Diante do exposto, as análises referidas à unidade de aritmética, do manual didático paraguaio, possibilitaram-nos compreender que existem conhecimentos especializados que emergem do manual didático que estão de acordo com os subdomínios do modelo MTSK. Essa estrutura possibilita, ao professor, melhorar a compreensão e o desenvolvimento de suas aulas, unindo esse pensamento em busca de sua formação docente com oportunidades de ampliação em sua formação.

Verificamos a presença dos Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK) de acordo com os subdomínios: KoT (Conhecimento de Tópicos Matemáticos); KSM (Conhecimento da Estrutura da Matemática); KMT (Conhecimento do Ensino de Matemática); KFLM (Conhecimento das Características da Aprendizagem

de Matemática); KMLS (Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática). O quadro a seguir mostra como cada um está presente em cada tópico.

**Quadro 17: Representação dos subdomínios do MTSK presentes nas análises dos tópicos de aritmética no manual didático paraguaio**

|                                           | KMLS | KMT | KPM | KFLM | KoT | KSM |
|-------------------------------------------|------|-----|-----|------|-----|-----|
| Capacidades                               | X    |     |     |      |     |     |
| Temas                                     | X    |     |     |      |     |     |
| Indicadores                               |      | X   |     |      | X   |     |
| Procedimentos e instrumentos de avaliação |      | X   |     | X    |     |     |
| Reflexão                                  |      | X   |     | X    |     |     |
| Início                                    |      | X   |     | X    | X   | X   |
| Desenvolvimento                           |      | X   |     |      |     |     |
| Informação                                |      |     |     |      | X   | X   |
| Atividades                                |      | X   |     |      | X   | X   |
| Atividades para casa                      |      | X   |     |      | X   | X   |

Fonte: A autora - 2025.

## 5 CONSIDERAÇÕES

A análise dos tópicos da unidade de aritmética do manual didático paraguaio (HELMAN *et al.*, 2018) nos possibilitou concluir nosso objetivo. Existem evidências dos conhecimentos especializados do professor no material. Também são inseridos outros conhecimentos matemáticos ao longo da unidade, como conhecimentos sobre a etnomatemática de forma implícita. Esta se relaciona ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge – PCK*).

Desse modo, torna-se essencial refletirmos sobre os principais pontos discutidos e suas implicações em busca de alcançar nosso objetivo, verificando evidências dos conhecimentos especializados do professor que aparecem no manual didático na unidade de números.

Esses conhecimentos transformam o manual didático em um recurso que ajuda o professor a entender a matemática, sua estrutura, suas formas de aplicação, seu desenvolvimento e suas abordagens. Essa compreensão é parte da formação contínua ao longo da carreira docente, com diferentes aspectos interligados e complementares entre si.

Ao considerarmos a ausência do KPM (Conhecimento da Prática Matemática), torna-se evidente que as abordagens sobre o ensino da matemática e os meios pelos quais

um conhecimento é produzido e aceito na sociedade não foram incluídos como parte do conhecimento especializado nesta unidade. Esse conhecimento se manifesta durante as práticas de matemática, servindo como modelo de como a disciplina deve ser apresentada ao estudante. As práticas de como os conhecimentos sobre a aritmética poderiam ser compreendidos e relacionados aos diversos contextos “não matemáticos” não são designadas como parte desse processo de desenvolvimento nesse subdomínio.

Em suma, a análise dos conhecimentos especializados do professor de matemática possibilita, ao professor, buscar melhorias em sua formação. Em alguns trechos do manual didático, identificamos incoerências com o conteúdo matemático e suas representações. Se o professor não tiver o conhecimento adequado sobre o tema, isso pode dificultar o processo de aprendizagem dos estudantes. Assim, compreender e dominar as representações específicas de cada conteúdo matemático, demonstrando capacidade de transmiti-los de forma clara e acessível e aplicando estratégias que incentivem autonomia e pensamento crítico dos alunos é fundamental para o processo de ensino e aprendizagem. Dessa maneira, o fortalecimento dos conhecimentos especializados do educador impacta diretamente a construção de cidadãos aptos a enfrentar desafios complexos e a exercer um papel ativo na sociedade.



## REFERÊNCIAS

ALENCAR, E. S. **Literatura infantil para o ensino de Matemática como recurso para a formação de professores**. Belém: Editora Twee, 2019.

BARITÉ, M. **Referenciales teóricos vigentes en el área de tratamiento temático de la información y su expresión metodológica**. Porto Alegre: ABEBD, 1998. 7 p. [Relatório técnico do II Encontro de Dirigentes dos cursos superiores de Biblioteconomia dos países do Mercosul, Buenos Aires, nov. 1997].

CARRILLO, J. *et al.* The Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, p. 1-18, 19 jul. 2018.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. 5. ed. 3 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

HELMAN, M. L. *et al.* **Guia de Clase Matemática, Ciencias Sociales, Ciencias Naturales y Educación para la Salud**. Asunción: Atlas, 2017.

MORIEL JUNIOR, J. G. **Conhecimento especializado para ensinar divisão de frações**. 2014. Disponível em: [https://www.researchgate.net/figure/Quadro-8-Subdominios-do-MTSK\\_fig1\\_272179124](https://www.researchgate.net/figure/Quadro-8-Subdominios-do-MTSK_fig1_272179124). Acesso em: 18 jan. 2025.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Traçamos a linha de nossa pesquisa em busca de analisar o currículo prescrito paraguaio e verificar quais conhecimentos especializados do professor emergem do manual didático nas unidades de geometria e aritmética. A partir da leitura e das análises de documentos que regem a educação paraguaia, bem como do referencial curricular prescrito para o 4º ano do ensino básico, enfatizamos e categorizamos os conhecimentos especializados do professor de matemática nos campos de geometria e aritmética.

Em suma, podemos concluir que o currículo prescrito é uma ferramenta importante para a nossa análise e compreensão, assim como é para o ensino. Ele estabelece diretrizes e objetivos a serem alcançados em determinado curso ou disciplina, bem como o ensino para a formação cidadã. O contexto da disciplina de matemática é voltado para a prática que fornece a professores e alunos um guia que define o que deve ser ensinado e aprendido em um determinado período.

Os resultados obtidos e as discussões apresentadas contribuem para o conhecimento sobre a educação paraguaia, tendo em vista que as leituras e análises dos documentos que regem a educação nos possibilitaram conhecer sobre a distribuição do ensino em níveis. Educação inicial: abrangendo crianças de 0 a 5 anos. Educação básica: voltada crianças e adolescentes de 6 a 14 anos, dividindo-se em três ciclos de três anos cada (os dois primeiros são ciclos da educação primária destinada a crianças de 6 a 11 anos, enquanto o terceiro ciclo é orientado a adolescentes de 12 a 14 anos). Educação média: ensino destinado a adolescentes de 15 a 17 anos, com duração de três anos, com orientação de bacharelado científico e bacharelado técnico. Por fim, a educação superior é destinada aos concluintes da educação média.

As mudanças no currículo pós-ditadura<sup>24</sup> visaram o fortalecimento da cultura e enfatizaram a preparação para o mercado de trabalho, o crescimento econômico, valorizando o aprimoramento de habilidades fundamentais e a absorção de conhecimentos gerais. Os avanços com a criação de planos para alimentação escolar, que buscam ampliar o atendimento para a implementação da merenda escolar em todas as escolas do país, e a educação bilíngue nos mostram que o Paraguai busca melhorar a qualidade de seu sistema de ensino.

---

<sup>24</sup> A ditadura no Paraguai ocorreu de 1954 a 1989. O pós-ditadura se refere ao período posterior a 1989.

Assim como o currículo prescrito do 4º ano apresenta metodologias que priorizam trabalhar a matemática de forma prática, o manual didático apresenta os conteúdos por meio da valorização cultural e de aplicações com temas da realidade. Isso contribui para o desenvolvimento das competências fundamentais e para a motivação dos estudantes em relação à disciplina. Essas competências estão dentro das categorias dos subdomínios do MTSK. Neste trabalho, evidenciamos, diante da distribuição dos tópicos do manual didático, a presença de cada subdomínio.

Como já apresentado no decorrer desta pesquisa, o manual didático divide-se em planos de aula, que, por sua vez, são divididos em etapas. Essas divisões do manual didático tornaram possível uma comparação entre os subdomínios presentes nas duas áreas da matemática: a geometria e a aritmética.

Analisando as representações das etapas denominadas i) Capacidades e ii) Temas, ambas estão dentro do subdomínio do Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática (KMLS) nas duas áreas. Nos iii) Indicadores, verificamos o subdomínio do Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT) na geometria e na aritmética – e na aritmética, ainda, notamos a presença do Conhecimento de Tópicos Matemáticos (KoT). Este se faz presente neste subdomínio apenas na área da aritmética, pois, na etapa sugerida, existe um erro de indicação do manual didático no que se refere ao algoritmo da divisão a ser desenvolvido. Esse é o motivo que leva o professor a ter conhecimento sobre o conteúdo matemático para que saiba identificar o erro e corrigi-lo ao apresentar aos estudantes.

As etapas iv) Procedimentos e instrumentos de avaliação e v) Reflexão seguem idênticas quanto à classificação dos subdomínios do conhecimento especializado do professor, o Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT) e o Conhecimento das Características da Aprendizagem de Matemática (KFLM). Isso permite ao docente conhecer as maneiras com que os alunos aprendem o conteúdo, as abordagens a serem utilizadas e a associação da matemática com outras áreas do conhecimento.

Na etapa vi) Início, o subdomínio Conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática (KFLM) é verificado nas duas áreas, geometria e aritmética. Nas demais classificações, são apresentadas abordagens distintas, havendo, desta maneira, uma classificação diferenciada quanto às categorias e, consequentemente, aos subdomínios. Na etapa vii) Desenvolvimento, há presença do subdomínio do

Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT) nas duas áreas. Ele é o conhecimento das maneiras de ensinar a matemática, teorias, recursos, metodologias e estratégias vinculadas. Na etapa definida como viii) Informação, os subdomínios verificados são os mesmos em ambas as áreas da matemática. O Conhecimento de Tópicos Matemáticos (KoT) e o Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM) estão aliados à forma como o professor conhece a matemática, desde a visão simples de cada tópico até a abrangência de cada um deles, as chamadas conexões do conhecimento e a forma como o professor conhece cada tópico da matemática abordado para que a realização destas conexões. Nas etapas ix) Atividades e x) Atividades para casa, os subdomínios presentes são Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT), Conhecimento de Tópicos Matemáticos (KoT) e Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM). Os três subdomínios e suas categorias estão vinculados a resoluções de exercícios, correções e explicações, que, por sua vez, exigem o conhecimento do conteúdo e das estruturas da matemática.

Os Conhecimentos Especializados dos Professores de Matemática (*Mathematics Teacher's Specialised Knowledge – MTSK*) tornam o manual didático um formador do conhecimento do professor sobre a matemática, sua estruturação, suas formas de aplicação, seu desenvolvimento e suas abordagens. A presença desse tipo de conhecimento no manual didático contribui para a construção da vida docente, com teorias vinculadas e complementares.

Ao considerarmos a ausência do KPM (Conhecimento da Prática Matemática), torna-se perceptível que as abordagens sobre o ensino da matemática e os meios nos quais um conhecimento é produzido e aceito pela sociedade não se fizeram componentes do conhecimento especializado presente na unidade analisada. Esse conhecimento se faz presente em momentos de práticas de matemática, como um modelo da forma como a matemática deve ser apresentada ao estudante. As práticas de como os conhecimentos sobre a geometria poderiam ser compreendidos e relacionados aos diversos contextos “não matemáticos” não são designadas como parte deste processo de desenvolvimento neste subdomínio.

Em suma, a análise dos conhecimentos especializados do professor de matemática possibilita garantir um ensino de qualidade e eficaz. Ao observarmos as representações desses conhecimentos no manual didático, vemos que o professor precisa compreender e dominar as representações específicas de cada conteúdo matemático, além de ter

capacidade de mediar os conteúdos de forma clara e acessível, aplicando estratégias que incentivem autonomia e pensamento crítico dos alunos. Considerando que, em algumas passagens do manual didático, há resoluções e explicações incorretas ou incompletas sobre determinados conteúdos, o docente precisa ter domínio do assunto para identificar o problema e contornar a situação, focando a aprendizagem dos estudantes. O preparo adequado do educador é fundamental.

O currículo prescrito paraguaio tem base para possibilitar uma educação de alta qualidade que atenda às necessidades e às expectativas dos alunos e da sociedade como um todo. Ele apresenta, em seu referencial curricular, exemplos e metodologias que vinculam os conteúdos ao desenvolvimento de profissões. Portanto, é fundamental que os professores sejam flexíveis e saibam adaptar suas metodologias de ensino para diferentes contextos e públicos. Essa capacidade de adaptação permite que o aprendizado seja significativo e inclusivo, atendendo às necessidades específicas de cada aluno e promovendo um ambiente de ensino acolhedor e eficiente. Além disso, a flexibilidade contribui para o desenvolvimento de práticas pedagógicas inovadoras, que estimulam o pensamento crítico, a criatividade e o engajamento dos estudantes, preparando-os para os desafios de um mundo em constante transformação.

## REFERÊNCIAS

ALENCAR, E. S. **Literatura infantil para o ensino de Matemática como recurso para a formação de professores**. Belém: Editora Twee, 2019.

BARITÉ, M. **Referenciales teóricos vigentes en el área de tratamiento temático de la información y su expresión metodológica**. Porto Alegre: ABEED, 1998. 7 p. [Relatório técnico do II Encontro de Dirigentes dos cursos superiores de Biblioteconomia dos países do Mercosul, Buenos Aires, nov. 1997].

BARROS, R. C. dos P.; OLIVEIRA, C. dos S.; FERREIRA, A. L. A. Tópicos de Geometria no Ensino fundamental: um olhar para coleções de livros didáticos norteados pela Base Nacional Comum Curricular. **Olhar de Professor**, Ponta Grossa, v. 25, p. 1-27, 2022.

CARRILLO, J. *et al.* The Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, p. 1-18, 19 jul. 2018.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. 5. ed. 3 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

DIAS, M. **Tendências em educação matemática: percursos curriculares brasileiros e paraguaios**. 1. ed. Curitiba: Appris, 2016.

FAINGUELERNT, E, K. **Matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre: ArtMed, 1999.

GOODSON, I. F. **Currículo: teoria e história**. 3. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 1999.

HELMAN, M. L. *et al.* **Guia de Clase Matemática, Ciencias Sociales, Ciencias Naturales y Educación para la Salud**. Asunción: Atlas, 2017.

LOCATELLI, S. C. **Ensino de geometria: o que revelam as tarefas escolares?** 2015. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisas em educação: uma abordagem qualitativa**. São Paulo: E.P.U, 2013.

MA, L. **Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teacher's Understanding Of Fundamental Mathematics in China and the United States**. Abingdon: Lawrence Erlbaum Associates, 1999.

MUÑOZ-CATALÁN, M. C.; RAMÍREZ-GARCIA, M.; JOGLAR-PRIETO, N.; CARRILLO-YANEZ, J. El conocimiento especializado del profesor de educación infantil para fomentar el pensamiento algebraico a partir de una tarea de descomposición aditiva. **Journal for the Study of Education and Development**, v. 45, n. 1, p. 37-80, 2022.

OLIVEIRA, E. M. Q. **O uso do livro didático de matemática por professores do ensino fundamental**. 2007. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Mestrado em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

PARAGUAY. Ley n° 1.264, de 26 de mayo de 1998. [Ley General de Educación]. Dispone el derecho de aprender y la igualdad de oportunidades de acceder a los conocimientos y a los beneficios de la cultura humanística, de la ciencia y la tecnología, sin discriminación alguna. Garantiza la libertad de enseñar, sin más requisitos que la idoneidad y la integridad ética, el derecho a la educación religiosa, y al pluralismo ideológico. **Ministerio de Educación y Ciencias**, Asunción, 26 mayo 1998. Disponible en: <https://siteal.iiep.unesco.org/bdnp/420/ley-12641998-ley-general-educacion>. Acceso en: 28 out. 2024.

PARAGUAY. Ley n° 5.210, de 8 de mayo de 2014. [Ley de Alimentación Escolar y Control Sanitario]. Créase la Ley de Alimentación Escolar y Control Sanitario, en atención a los derechos de la alimentación y la salud del estudiante, con el fin de garantizar su bienestar físico durante el período de asistencia en la Institución Educativa. **Poder Legislativo**, Asunción, 8 mayo 2014.

PARAGUAY. Ministerio de Educación y Ciencias. **Priorización Curricular**. Educación en la post pandemia. Primer y segundo ciclo de la Educación Escolar Básica. 2022a. Disponible en: <https://www.mec.gov.py/?ref=301686-planos-educativos>. Acceso en: 11 maio 2024.

PARAGUAY. **Orientaciones para la Gestión pedagógica de 1º, 2º y 3º cursos**. Educación Media. Matemática y sus tecnologías. Asunción: Talleres gráficos del MEC, 2006. Disponible en: <https://www.mec.gov.py/?ref=301686-planos-educativos>. Acceso en: 17 maio 2024.

PARAGUAY. **Programa de Alimentación Escolar del Paraguay**. [2022b]. Disponible en: [https://www.mec.gov.py/cms\\_v2/adjuntos/14998?1524843132](https://www.mec.gov.py/cms_v2/adjuntos/14998?1524843132). Acceso en: 28 out. 2024.

PARAGUAY. Ministerio de Educación y Cultura. **Programas de estudio de los ciclos de la Educación Escolar Básica (PEEB)**. Asunción: Talleres gráficos del MEC, 1994. Disponible en: <https://www.mec.gov.py/?ref=301686-planos-educativos>. Acceso en: 22 maio 2024.

PIRES, M. F. C. Multidisciplinaridade, interdisciplinaridade e transdisciplinaridade no ensino. **Interface**, Botucatu, v. 2, n. 2, p. 173-182, 1998.

RIVAROLA, D. M. **La Reforma Educativa en Paraguay**. Santiago de Chile: Cepal, 2000. (Serie Políticas Sociales, n. 40).

SACRISTÁN, J. G. **O Currículo**: uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

SACRISTÁN, J. G. **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013.

SANTOS, José Wilson dos. **Corredores e porões**: uma análise das relações de poder na constituição do livro didático de matemática. 1. ed. Curitiba: Appris, 2021.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

ZABALA, A. **A Prática Educativa**: Como ensinar. Porto Alegre: ArtMed, 1998.