



PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Kléber Gonçalves Cavalcante

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal da Grande Dourados no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:
Prof. Dr. André Luiz Martinez

Dourados/MS
Dezembro/2025



ATA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO APRESENTADA POR KLEBER GONÇALVES CAVALCANTE, ALUNO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO "ENSINO DE FÍSICA".

Aos treze dias do mês de março do ano de dois mil e vinte e seis, às quatorze horas, em sessão pública, realizou-se na Universidade Federal da Grande Dourados, a Defesa de Dissertação de Mestrado intitulada **"Proposta de uma Sequência Didática Baseada no Experimento de Eratóstenes Para o Ensino de Física na Educação Básica"**, apresentada pelo mestrando Kleber Gonçalves Cavalcante, do Programa de Pós-graduação em Ensino de Física, à Banca Examinadora constituída pelos membros: Prof. Dr. Andre Luiz Martinez/UFGD (presidente/orientador), Prof.^a Dr.^a Elisangela Matias Miranda/UFGD (membro titular interno), Prof. Dr. Carlos Eduardo Borato/UFMS (membro titular externo). Iniciados os trabalhos, a presidência deu a conhecer ao candidato e aos integrantes da banca as normas a serem observadas na apresentação da Dissertação. Após o candidato ter apresentado a sua Dissertação, os componentes da Banca Examinadora fizeram suas arguições. Terminada a Defesa, a Banca Examinadora, em sessão secreta, passou aos trabalhos de julgamento, tendo sido o candidato considerado aprovado. Nada mais havendo a tratar, lavrou-se a presente ata, que vai assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Dourados/MS, 13 de março de 2026.

Documento assinado digitalmente
gov.br ANDRE LUIZ MARTINEZ
Data: 13/03/2026 16:59:07-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Andre Luiz Martinez
Presidente/orientador

Documento assinado digitalmente
gov.br ELISANGELA MATIAS MIRANDA
Data: 13/03/2026 17:06:49-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Elisangela Matias Miranda
Membro Titular Interno

Documento assinado digitalmente
gov.br CARLOS EDUARDO BORATO
Data: 13/03/2026 17:21:18-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Carlos Eduardo Borato
Membro Titular Externo

(PARA USO EXCLUSIVO DA PROPG)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP).

C377p Cavalcante, Kleber Gonçalves

PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA BASEADA NO EXPERIMENTO DE
ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA [recurso eletrônico] /
Kleber Gonçalves Cavalcante. -- 2026.

Arquivo em formato pdf.

Orientador: André Luiz Martinez.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Física)-Universidade Federal da Grande Dourados, 2026.

Disponível no Repositório Institucional da UFGD em:

<https://portal.ufgd.edu.br/setor/biblioteca/repositorio>

1. Experimento de Eratóstenes. 2. Ensino de Astronomia. 3. Ensino de Física. 4. Aprendizagem
por descoberta. 5. Jerome S. Bruner. I. Martinez, André Luiz. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

©Direitos reservados. Permitido a reprodução parcial desde que citada a fonte.

Dedico essa dissertação à minha família e aos meus amigos pelo apoio e carinho que recebi até aqui.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço aos meus pais, Hilda Gonçalves Cavalcante e Nelson Fernandes Cavalcante, pelo apoio, amor, carinho, dedicação e incentivo ao longo de toda minha vida. Sua presença foi essencial para que eu chegasse até aqui.

Registro meus agradecimentos à Jéssica Sigarini de Souza Cavalcante, minha companheira nos últimos dez anos, pelo constante incentivo, apoio e inspiração. Sua participação foi fundamental em minha trajetória semanal para cursar o mestrado em Dourados, distante mais de 500 km da minha residência. A você, serei eternamente grato.

Agradeço também aos amigos e colegas do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), com quem tive a satisfação de conviver durante os anos de 2023 e 2024. Sou especialmente grato a Everton e Ivan, pela disposição em ajudar, aconselhar e compartilhar momentos de convivência ao longo do curso. Agradeço ainda, ao colega Luan Justiniano, pelo apoio constante, a Juliano por sua breve passagem por nossa turma, bem como aos colegas Alex, Gabriela Peterson, Liginho, Ian e Karini Sayuri, cuja presença torna essa caminhada mais leve e significativa.

À minha amiga Camila Leite de Oliveira, expresse profunda gratidão pela amizade, pela confiança e pelo apoio em todos os momentos. Sua força, companheirismo e perseverança ao longo desta jornada foram fonte permanente de incentivo e exemplo.

Estendo meus agradecimentos à minha amiga Jacquécélia de Souza, pelas inúmeras conversas e discussões sobre trabalhos, apresentações e revisões de conteúdo, bem como pela companhia e apoio durante as viagens entre Corumbá e Dourados e nas vésperas das aulas. Sua colaboração foi determinante na realização deste trabalho.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro concedido durante os dois anos de curso, sem o qual a conclusão desta etapa de formação não teria sido possível.

À professora Elisangela e aos professores Eduardo, Thiago Sequinel, Giovani, Fernando, Fábio e Ériton, agradeço pelos ensinamentos e pela contribuição para minha formação acadêmica e profissional, tornando-me um educador mais preparado do que aquele que iniciou o curso em 2023.

Por fim, agradeço ao Professor Dr. André Luiz Martinez, meu orientador, pela orientação, paciência e apoio durante o desenvolvimento deste trabalho. Sua confiança e disponibilidade foram fundamentais para a conclusão desta pesquisa.

A todos e todas, meus sinceros agradecimentos.

RESUMO

PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Kléber Gonçalves Cavalcante

Orientador:
Prof. Dr. André Luiz Martinez

Esta dissertação tem como objetivo investigar o potencial pedagógico de uma Sequência de Ensino e Aprendizagem (SEA), fundamentada na Teoria da Aprendizagem por Descoberta, de Jerome Bruner, e estruturada a partir do experimento de Eratóstenes, como instrumento para o ensino de Física e Astronomia na Educação Básica. O estudo foi desenvolvido no contexto de uma escola pública da Rede Estadual de Educação de Mato Grosso do Sul, com aplicação em uma turma da terceira série do Ensino Médio, em articulação com o Projeto Eratóstenes Brasil. A pesquisa, caracteriza-se por uma abordagem mista, com predominância qualitativa, configurando-se como uma intervenção didático-pedagógica em sala de aula. A SEA foi planejada com base nos modos de representação ativa, icônica e simbólica propostos por Bruner, buscando promover a construção progressiva de conceitos científicos, a articulação entre a observação empírica, modelagem geométrica e abstração matemática, bem como o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento científico dos estudantes. Os dados foram produzidos por meio de avaliação diagnóstica, atividades investigativas em grupo, registros escritos e avaliação final, possibilitando a análise das concepções iniciais, dos processos de aprendizagem e dos indícios de reconstrução conceitual ao longo da sequência. Os resultados evidenciam que os estudantes apresentavam conhecimentos prévios limitados sobre astronomia e sobre o experimento de Eratóstenes, especialmente no que se refere à compreensão da forma e das dimensões da Terra e às relações geométricas envolvidas. No entanto, a participação nas atividades propostas favoreceu maior engajamento, compreensão conceitual e capacidade de aplicação dos conhecimentos em situação-problema, indicando avanços na articulação entre teoria e prática. Conclui-se que o experimento de Eratóstenes constitui um recurso pedagógico significativo para o ensino de Física, ao possibilitar uma abordagem investigativa, interdisciplinar e historicamente contextualizada, alinha aos pressupostos da aprendizagem por descoberta e às demandas contemporâneas da educação científica. Palavras chave: Ensino de Física, Ensino de Astronomia, experimento de Eratóstenes, aprendizagem por descoberta, sequência de ensino e aprendizagem.

Dourados
2025

ABSTRACT

PROPOSAL OF A TEACHING AND LEARNING SEQUENCE BASED ON THE ERATOSTHENES EXPERIMENT FOR PHYSICS IN BASEC EDUCATION

Kléber Gonçalves Cavalcante

Advisor:
Prof. Dr. André Luiz Martinez

This dissertation aims to investigate the pedagogical potential of a Teaching and Learning Sequence (TLS), grounded in Jerome Bruner's Theory of Discovery Learning and structured around the Eratosthenes experiment, as a tool for teaching Physics and Astronomy in Basic Education. The study was carried out in the context of a public school within the State Education Network of Mato Grosso do Sul, Brazil, and implemented with a third-year high school class, in articulation with the Eratosthenes Brazil Project. The research is characterized by a mixed-methods approach, with a predominance of qualitative analysis, and is configured as a didactic-pedagogical classroom intervention. The TLS was designed based on the enactive, iconic, and symbolic modes of representation proposed by Bruner, seeking to promote the progressive construction of scientific concepts, the articulation between empirical observation, geometric modeling, and mathematical abstraction, as well as the development of students' intellectual autonomy and scientific thinking. Data were collected through a diagnostic assessment, group-based investigative activities, written records, and a final assessment, enabling the analysis of students' initial conceptions, learning processes, and evidence of conceptual reconstruction throughout the sequence. The results indicate that students initially exhibited limited prior knowledge of astronomy and of the Eratosthenes experiment, particularly regarding the understanding of the Earth's shape and dimensions and the geometric relationships involved. However, participation in the proposed activities fostered greater engagement, conceptual understanding, and the ability to apply knowledge to problem-solving situations, indicating progress in the integration of theory and practice. It is concluded that the Eratosthenes experiment constitutes a significant pedagogical resource for Physics teaching, as it enables an investigative, interdisciplinary, and historically contextualized approach, aligned with the principles of discovery learning and with contemporary demands in science education.

Keywords: Physics teaching, Astronomy teaching, Eratosthenes' Experiment, discovery learning, teaching-learning sequence

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 - ESTRUTURA DE STONEHENGE.....	38
FIGURA 2 - EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES – SOMBRAS EM SIENE E ALEXANDRIA.....	43
FIGURA 3 - DISTÂNCIA ENTRE ALEXANDRIA E SIENE.....	44
FIGURA 4 - MEDIDA DO DIÂMETRO E DA CIRCUNFERÊNCIA DA TERRA NA LINHA DO EQUADOR.	45
FIGURA 5 - TYCHO BRAHE.....	48
FIGURA 6 - GALILEU GALILEI.....	49
FIGURA 7 - ELEMENTOS DA ELIPSE.	52
FIGURA 8 - REPRESENTAÇÃO DA ÓRBITA DE UM PLANETA AO REDOR DO SOL.....	53
FIGURA 9 - LEI DAS ÁREAS.....	54
FIGURA 10 - ÁREA VARRIDA EM UM INTERVALO DE TEMPO ΔT	55
FIGURA 11 - APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.	61
FIGURA 12 - ESTUDANTES REALIZANDO A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA. ..	62
FIGURA 13 - GRÁFICO DA QUESTÃO 1 DA AD1.	63
FIGURA 14 - RESPOSTA DO ALUNO 20.	63
FIGURA 15 - RESPOSTA DO ALUNO 27.	64
FIGURA 16 - RESPOSTA DO ALUNO 6.	64
FIGURA 17 - GRÁFICO QUESTÃO 2.....	65
FIGURA 18 - RESPOSTA DO ALUNO 6.	65
FIGURA 19 - RESPOSTA DO ALUNO 27.	66
FIGURA 20 - RESPOSTA DO ALUNO 20.	66
FIGURA 21 - GRÁFICO QUESTÃO 3.....	67
FIGURA 22 - RESPOSTA DO ALUNO 35.	67
FIGURA 23 - RESPOSTA DO ALUNO 20.	67
FIGURA 24 - GRÁFICO QUESTÃO 4.....	68
FIGURA 25 - RESPOSTA DO ALUNO 35.	69
FIGURA 26 - RESPOSTA DO ALUNO 34.	69
FIGURA 27 - GRÁFICO QUESTÃO 5.....	70
FIGURA 28 - RESPOSTA DO ALUNO 30.	71
FIGURA 29 - RESPOSTA DO ALUNO 35.	71
FIGURA 30 - GRÁFICO QUESTÃO 6.....	72
FIGURA 31 - GRÁFICO QUESTÃO 7.....	73
FIGURA 32 - GRÁFICO QUESTÃO 8.....	74
FIGURA 33 - GRÁFICO QUESTÃO 9.....	75
FIGURA 34 - GRÁFICO QUESTÃO 10.....	76
FIGURA 35 - AULA 1 DA SEA.....	82
FIGURA 36 - AULA 2 DA SEA.....	84
FIGURA 37 - QUESTÃO 1 - RESPOSTA DO ALUNO 21.	88
FIGURA 38 - QUESTÃO 1 - RESPOSTA DO ALUNO 18.	88
FIGURA 39 - QUESTÕES 3 E 4 - ALUNO 21.....	89
FIGURA 40 - QUESTÕES 3 E 4 - ALUNO 30.....	90
FIGURA 41 - MAPA MENTAL ELABORADO PELO ALUNO 35.	92
FIGURA 42 - MAPA MENTAL - ALUNO 18.	93
FIGURA 43 - MAPA CONCEITUAL ELABORADO PELO AULO 25.	94
FIGURA 44 - MAPA CONCEITUAL - ALUNO 1.....	95
FIGURA 45 - MAPA CONCEITUAL - ALUNO 6.....	96

FIGURA 46 - MAPA CONCEITUAL ELABORADO PELO ALUNO 2.	97
FIGURA 47 - AULA 6 DA SEA, GLOBO TERRESTRE.	101
FIGURA 48 - AULA 6 DA SEA, MODELO DA TERRA PLANA.	102
FIGURA 49 - MODELO DE TERRA PLANA	103
FIGURA 50 - MODELO DA TERRA ESFÉRICA	103
FIGURA 51 - AULA 8 - ATIVIDADE PREPARATÓRIA - ANTES DAS MEDIÇÕES	108
FIGURA 52 - QUESTÃO 1 - RESPOSTA DO GRUPO G4.....	108
FIGURA 53 - QUESTÃO 2 - RESPOSTA DO GRUPO G1.....	109
FIGURA 54 - QUESTÃO 2 - RESPOSTA DO GRUPO G3.....	109
FIGURA 55 - QUESTÃO 3 - RESPOSTA DO GRUPO G2.....	110
FIGURA 56 - QUESTÃO 5 - RESPOSTA DO GRUPO G2.....	111
FIGURA 57 - QUESTÃO 9 - RESPOSTA DO GRUPO G2.....	111
FIGURA 58 - AULA 9 - DIA DAS MEDIÇÕES - 11/04/2025 – CORUMBÁ MS ...	113
FIGURA 59 - AULA 9 - DIA DAS MEDIÇÕES - 11/04/2025. CORUMBÁ - MS ...	113
FIGURA 60 - ANOTAÇÕES DOS HORÁRIOS E MEDIDAS DAS SOMBRAS - GRUPO G4.....	114
FIGURA 61 - CRONOGRAMA DO PROJETO ERATÓSTENES BRASIL	114
FIGURA 62 - AULA 9 - DIA DAS MEDIÇÕES - 11/04/2025. CORUMBÁ - MS ...	115
FIGURA 63 - AULA 9 - DIA DAS MEDIÇÕES - 23/05/2025 – DOURADOS - MS	115
FIGURA 64 - AULA 9 - DIA DAS MEDIÇÕES - 23/05/2025 – DOURADOS - MS	116
FIGURA 65 - AULA 9 - DIA DAS MEDIÇÕES - 23/05/2025 – CORUMBÁ - MS.	116
FIGURA 66 - AULA 9 - DIA DAS MEDIÇÕES - 23/05/2025 – CORUMBÁ - MS.	117
FIGURA 67 - TABELA DE MEDIÇÕES DO GRUPO G1	120
FIGURA 68 - TABELA DE INFORMAÇÕES DOS GRUPOS G4, G2 E G3.	120
FIGURA 69 - QUESTÃO 2 - RESPOSTA DO GRUPO G1.....	121
FIGURA 70 - QUESTÃO 2 - RESPOSTA DO GRUPO G2.....	122
FIGURA 71 - QUESTÃO 2 - RESPOSTA DO GRUPO G3.....	122
FIGURA 72 - QUESTÃO 2 - RESPOSTA DO GRUPO G4.....	123
FIGURA 73 - QUESTÕES 3 E 4 - GRUPOS G1, G2, G3 E G4.....	124
FIGURA 74 - QUESTÃO 5 - RESOLUÇÃO DO GRUPO G1.....	125
FIGURA 75 - QUESTÃO 5 - RESPOSTA DO GRUPO G2.....	126
FIGURA 76 - QUESTÃO 5 - RESPOSTA DO GRUPO G3.....	126
FIGURA 77 - QUESTÃO 5 - RESPOSTA DO GRUPO G4.....	127
FIGURA 78 - QUESTÃO 3 - AVALIAÇÃO FINAL - RESPOSTA DO ALUNO 18	129
FIGURA 79 - GRÁFICO COMPARATIVO – QUESTÃO 4	130
FIGURA 80 - GRÁFICO COMPARATIVO – QUESTÃO 5	131
FIGURA 81 - GRÁFICO COMPARATIVO – QUESTÃO 6	132
FIGURA 82 - GRÁFICO COMPARATIVO – QUESTÃO 7	133
FIGURA 83 - GRÁFICO COMPARATIVO – QUESTÃO 8	134
FIGURA 84 - GRÁFICO COMPARATIVO – QUESTÃO 9	135
FIGURA 85 - GRÁFICO COMPARATIVO QUESTÃO 10	136

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - QUANTIDADE DE ALUNOS POR GRUPO - AULA 1	81
TABELA 2 - TOTAL DE ALUNOS POR GRUPO - AULA 2.....	83
TABELA 3 – NÚMERO DE ALUNOS POR GRUPO – AULA 8	107
TABELA 4 - DISTRIBUIÇÃO DE ALUNOS POR GRUPO NA AULA 10	119

Lista de Quadros

QUADRO 1 - QUADRO SÍNTESE - AULA X MODO DE REPRESENTAÇÃO	79
QUADRO 2 - ATIVIDADE DE GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA	85
QUADRO 3 - ATIVIDADE REFERENTE A AULA 3	87
QUADRO 4 - SÍNTESE DOS MAPAS MENTAIS E CONCEITUAIS	99
QUADRO 5 - COMPARATIVO ENTRE AS QUESTÕES DA AD E AF	137
QUADRO 6 - COMPARATIVO DE RESPOSTAS AD E AF	139

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	REVISÃO DE LITERATURA	17
2.1	ESFERICIDADE DA TERRA, ERATÓSTENES E O TERRAPLANISMO COGNITIVO	17
2.2	REINVENÇÕES DO MÉTODO DE ERATÓSTENES E MODELAGEM FÍSICA	18
2.3	PROJETO ERATÓSTENES BRASIL E O DESENVOLVIMENTO DA AUTONOMIA DOCENTE	19
2.4	BRUNER, RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ENSINO POR INVESTIGAÇÃO.....	20
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM	22
3.1	O DESENVOLVIMENTO INTELECTUAL.....	22
3.2	FORMAS DE DESENVOLVIMENTO INTELECTUAL	24
3.3	A REPRESENTAÇÃO ATIVA (ENATIVA).....	26
3.4	A REPRESENTAÇÃO ICÔNICA.....	28
3.5	A REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA	30
3.6	ESTRUTURA E FORMA DE CONHECIMENTO	31
3.7	TEORIA DA APRENDIZAGEM POR DESCOBERTA	32
3.8	O PROJETO ERATÓSTENES BRASIL	34
3.9	HISTÓRIA DA ASTRONOMIA E O EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES.....	36
3.9.1	História da astronomia	37
3.9.2	A astronomia na Grécia Antiga	39
3.9.3	O Experimento Eratóstenes de Cirene	42
3.9.4	A Astronomia no Renascimento	45
3.9.4.1	Nicolau Copérnico.....	46
3.9.5	Tycho Brahe.....	47
3.9.6	Galileu Galilei.....	48
3.9.7	Johannes Kepler.....	51
3.9.8	As leis de Kepler - Propriedade das Elipses	51
3.9.8.1.1	Primeira Lei de Kepler.....	53
3.9.8.1.2	Segunda lei de Kepler	54
3.9.8.1.3	Terceira Lei de Kepler	55
4	METODOLOGIA E ANÁLISE DE DADOS	56
4.1	DELINEAMENTO DA PESQUISA	56
4.2	INSTRUMENTO DE PESQUISA	57
4.3	PROCEDIMENTO DE COLETA DE DADOS.....	58
4.4	ETAPA DE IMPLEMENTAÇÃO DA SEA	58
4.5	AValiação FINAL	59
5	APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL E ANÁLISE DOS RESULTADOS	60
5.1	LOCAL DA APLICAÇÃO.....	60
5.2	APLICAÇÃO DAS AVALIAÇÕES DIAGNÓSTICAS	60
5.2.1	Avaliação diagnóstica – Questão 1	62
5.2.2	Avaliação diagnóstica – Questão 2.....	64
5.2.3	Avaliação diagnóstica – Questão 3.....	66

5.2.4	Avaliação diagnóstica – Questão 4.....	68
5.2.5	Avaliação diagnóstica – Questão 5.....	69
5.2.6	Avaliação diagnóstica – Questão 6.....	71
5.2.7	Avaliação diagnóstica – Questão 7.....	72
5.2.8	Avaliação diagnóstica – Questão 8.....	73
5.2.9	Avaliação diagnóstica – Questão 9.....	75
5.2.10	Avaliação diagnóstica – Questão 10.....	76
5.3	SEQUÊNCIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM.....	78
5.3.1	Aula 1.....	80
5.3.2	Aulas 2 e 3	82
5.3.3	Aula 4.....	90
5.3.4	Aula 5.....	92
5.3.5	Aula 6.....	100
5.3.6	Aula 7.....	104
5.3.7	Aula 8.....	106
5.3.7.1	Questão 1	108
5.3.7.2	Questão 2.....	109
5.3.7.3	Questão 3.....	110
5.3.8	Aula 9.....	112
5.3.9	Aula 10.....	118
5.3.9.1	Respostas da Atividade Depois das Medições	119
5.3.9.1.1	Questão 1	119
5.3.9.1.2	Questão 2	121
5.3.9.1.3	Questões 3 e 4	123
5.3.9.1.4	Questão 5	125
5.4	APLICAÇÃO DA AVALIAÇÃO FINAL	127
5.4.1	Avaliação final – Questão 1	128
5.4.2	Avaliação final – Questão 2.....	128
5.4.3	Avaliação final – Questão 3.....	129
5.4.4	Avaliação final – Questão 4.....	129
5.4.5	Avaliação final – Questão 5.....	130
5.4.6	Avaliação final – Questão 6.....	131
5.4.7	Avaliação final – Questão 7.....	132
5.4.8	Avaliação final – Questão 8.....	133
5.4.9	Avaliação final – Questão 9.....	134
5.4.10	Avaliação final – Questão 10.....	135
5.5	ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS	136
5.6	ANÁLISE DAS TRAJETÓRIAS DE APRENDIZAGEM DOS ESTUDANTES (ESTUDO DE CASO MÚLTIPLO).....	140
5.6.1	Trajetória com ampliação conceitual limitada.....	141
5.6.2	Trajetória com considerável evolução	141
5.6.3	Trajetória com ganho conceitual e matemático	142
5.6.4	Trajetórias com ganho integral e consolidação da aprendizagem	142
5.6.5	Considerações sobre as trajetórias de aprendizagem.....	143
6	CONCLUSÃO.....	144
	REFERÊNCIAS	146
	APÊNDICE A	149
	APÊNDICE B.....	151

APÊNDICE C	153
APÊNDICE D	160
APÊNDICE E	162
APÊNDICE F	163
APÊNDICE G	167
APÊNDICE H	170
APÊNDICE I	171
APÊNDICE J	178
APÊNDICE K	182

1 INTRODUÇÃO

O Ensino de Física, enquanto campo de pesquisa e de prática pedagógica, consolidou-se internacionalmente a partir da segunda metade do século XX como uma área que ultrapassa a mera transmissão de conteúdos e a preparação para provas, incorporando dimensões históricas, sociais e culturais do conhecimento científico. No Brasil, esse movimento ganha força na década de 1970, com a expansão dos programas de pós-graduação, o fortalecimento de eventos científicos e a produção de materiais didáticos, o que coloca o país em posição de destaque no cenário internacional em pesquisa na área de Ensino de Física. Apesar desse avanço, autores indicam que ainda persiste um distanciamento entre produção acadêmica e a realidade da Educação Básica, marcado por condições de trabalho precárias, baixa carga horária, centralidade de aulas expositivas e dificuldades em promover aprendizagens significativas.

Nesse contexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatizam que a escola deve superar um modelo centrado na memorização e no treinamento de provas, assumindo a função de desenvolver competências, pensamento crítico, criatividade e a participação social dos estudantes. A BNCC destaca que Ciência e Tecnologia permeiam o cotidiano, da mobilidade urbana às tecnologias digitais e aos desafios ambientais, demandando que os currículos promovam a contextualização dos conteúdos, a interdisciplinaridade e a articulação entre Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS), por meio de metodologias ativas e do protagonismo discente (Brasil, 2018). Nessa perspectiva, recomenda-se que as redes de ensino reorganizem tempos, espaços, metodologias e formas de avaliação, de modo a favorecer a construção de conhecimentos significativos e críticos (Brasil, 2018).

Entretanto, a realidade escolar nem sempre acompanha essas orientações. No caso específico da rede estadual de Mato Grosso do Sul, por exemplo, as aulas de física no ensino médio contam com uma carga horária de duas horas-aula semanais, o que reduz significativamente o desenvolvimento de atividades investigativas, experimentais e interdisciplinares. Somado a esse quadro a carência de professores licenciados em física, a pressão por resultados em avaliações externas, o predomínio de abordagens tradicionais centradas no professor, fragiliza a identidade da disciplina e restringe as oportunidades de aprendizagem significativa. Além disso, a dificuldade dos estudantes com

interpretação de enunciados de problemas, baixo domínio de matemática básica e o desinteresse pela disciplina são fatores que impactam diretamente o processo de ensino e aprendizagem.

Esses desafios revelam lacunas importantes na prática docente em física, como a ausência de atividades experimentais e investigativas, pouca integração entre teoria e realidade dos estudantes, uso limitado de recursos interdisciplinares e de Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC), bem como um aproveitamento ainda tímido do potencial de temas de Astronomia no currículo. A literatura indica que muitos professores têm dificuldades em planejar e implementar propostas que articulem experimentação, história da ciência, resolução de problemas e abordagens interdisciplinares, especialmente no contexto de tempo reduzido e turmas numerosas. Por outro lado, destaca-se a necessidade de formações docentes e de materiais que apoiem a implementação de práticas que promovam investigação, participação ativa e construção de significados conceituais por parte dos estudantes.

Nesse cenário, a Astronomia surge como um campo privilegiado para o Ensino de Ciências e de Física na Educação Básica, devido ao seu caráter histórico, interdisciplinar e fortemente motivador. Desde a antiguidade, a observação dos astros orienta a organização do tempo, a navegação, a agricultura e a reflexão sobre o lugar da humanidade no Universo, constituindo um eixo fértil para articular conceitos de Física, Matemática, Geografia, História e Filosofia. Entre os experimentos históricos mais emblemáticos, destaca-se o de Eratóstenes de Cirene, que estimou a circunferência da Terra a partir de observação de sombras em duas localidades distintas, combinando raciocínio geométrico e observação empírica, e que pode ser ressignificado em contexto escolar como atividade experimental, histórica e investigativa.

O Projeto Eratóstenes Brasil, coordenado pelo Observatório Didático de Astronomia “Lionel José Andriatto” da Unesp de Bauru, propõe a reprodução colaborativa desse experimento por escolas de diferentes regiões do país, articulando observação de campo, medição de sombras, uso de TIC e socialização de dados. Pesquisas realizadas com esse projeto apontam que a participação de estudantes em atividades de medição, registros e análise de resultados contribui para o desenvolvimento de conceitos de latitude, longitude, equinócio, solstício, meio dia solar e geometria da Terra, além de favorecer o interesse dos estudantes, o diálogo entre professor e aluno e a integração com outras áreas de conhecimento. Assim, o Projeto Eratóstenes Brasil se apresenta como uma

possibilidade concreta para enfrentar parte das lacunas identificadas no ensino de Física e Astronomia, ao promover atividades experimentais de baixo custo, contextualizadas e com forte potencial de motivação e investigação.

Do ponto de vista teórico, este trabalho fundamenta a Teoria da Aprendizagem por Descoberta, de Jerome S. Bruner, que concebe a aprendizagem como um processo ativo, no qual o estudante constrói conhecimentos ao explorar situações-problema, formular hipóteses, testar explicações e reorganizar estruturas cognitivas. Bruner destaca a importância da organização do currículo em espiral, do ensino centrado na estrutura das disciplinas e dos três modos de representação, a representação ativa ou enativa, a representação icônica e a representação simbólica, como bases para o planejamento de experiências de aprendizagem que respeitem o desenvolvimento intelectual dos estudantes e favoreçam a compreensão conceitual profunda (Bruner, 1976, 1978; Moreira, 2013). Nessa perspectiva, atividades experimentais, como o experimento de Eratóstenes, podem ser planejadas de modo a mobilizar ações concretas, representações gráficas e modelos simbólicos, articulando diferentes níveis de abstração ao longo do processo.

Considerando esse contexto, a questão de pesquisa que orienta este estudo é: em que medida uma sequência de ensino e aprendizagem fundamentada nos princípios de Bruner e estruturada em torno do experimento de Eratóstenes contribui para a compreensão de conceitos de Astronomia e de Física por estudantes do Ensino Médio na rede estadual de Mato Grosso do Sul?

A partir dessa questão, o objetivo geral desta dissertação é investigar o potencial pedagógico de uma Sequência de Ensino e Aprendizagem, centrada no experimento de Eratóstenes, fundamentada na Teoria de Aprendizagem por Descoberta, como instrumento de ensino e aprendizagem de conceitos astronômicos, físicos, matemáticos e históricos na Educação Básica.

Como objetivos específicos, busca-se:

- a) Identificar e analisar dificuldades conceituais dos estudantes relacionadas aos temas da Astronomia e à compreensão da forma e dimensões da Terra;
- b) Planejar e implementar uma sequência de ensino e aprendizagem ancorada nos modos de representação ativa, icônica e simbólica de Bruner, tendo o experimento de Eratóstenes como eixo articulador;

- c) Analisar as produções dos estudantes e os resultados obtidos na avaliação diagnóstica e na avaliação final, discutindo indícios de aprendizagem e de desenvolvimento do pensamento científico.

A dissertação está organizada da seguinte forma: neste Capítulo 1, apresenta-se a introdução do estudo, com contextualização do problema, a relevância do tema, as lacunas na prática docente, a questão de pesquisa e os objetivos do trabalho. No Capítulo 2, são discutidos os fundamentos teóricos de ensino e aprendizagem, com ênfase nas contribuições de Jerome Bruner, na Teoria da Aprendizagem por Descoberta, nas formas de representação do conhecimento e na contextualização do Projeto Eratóstenes Brasil e da história da astronomia. O Capítulo 3 descreve a metodologia da pesquisa, o delineamento adotado, os instrumentos de coleta de dados, o contexto da escola e da turma participante e os procedimentos de análise. No Capítulo 4, são apresentados o processo de aplicação da SEA e a análise de dados obtidos na avaliação diagnóstica, nas atividades realizadas durante as aulas e na avaliação final. Por fim, o Capítulo 5 reúne as conclusões, discutindo as contribuições, as limitações do estudo e possíveis desdobramentos para futuras pesquisas e para a prática docente em Ensino de Física.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Com o intuito de compreender de que maneira o experimento de Eratóstenes e o Projeto Eratóstenes Brasil vêm sendo abordados no ensino de física, em especial no ensino médio, e como as abordagens se articulam a propostas investigativas e a referenciais teóricos como a Teoria de Jerome Bruner, foram analisados trabalhos publicados em periódicos da área, dissertações e textos de eventos entre 2012 e 2025. A busca concentrou-se em bases como SciELO, Portal de Periódicos da CAPES e página institucional do Projeto Eratóstenes Brasil, utilizando descritores como “experimento de Eratóstenes”, “Projeto Eratóstenes Brasil”, “Eratosthenes experiment” e “ensino de astronomia no Ensino Médio”. A partir desse levantamento, os trabalhos foram organizados em quatro grupos principais: (i) a esfericidade da Terra, Eratóstenes e terraplanismo cognitivo; (ii) reinvenções do método de Eratóstenes; (iii) Projeto Eratóstenes Brasil e autonomia docente; e (iv) Bruner, resolução de problemas e ensino por investigação.

2.1 Esfericidade da Terra, Eratóstenes e o terraplanismo cognitivo

O experimento de Eratóstenes é frequentemente mobilizado na literatura como um episódio histórico privilegiado para a discussão da forma da Terra e da construção de evidências observacionais em Astronomia. Diferentes autores destacam seu potencial didático por articular observações acessíveis, raciocínio geométrico e modelagem física, permitindo estimativas do raio terrestre com boa precisão mesmo em contextos escolares (Sartori et al., 2022; Fregolente, 2019; Neves et al., 2021).

Em trabalhos de cunho histórico, o experimento aparece associado à análise de sombras em diferentes localidades e à interpretação de sombra circular da Terra projetada na Lua durante eclipses totais, elementos que sustentam a hipótese de uma Terra aproximadamente esférica. Sartori et al. (2022), ao articularem o método de Aristarco de Samos com a reprodução do experimento de Eratóstenes em pares de cidades brasileiras,

ênfatizam o caráter empírico dessas evidências e sua relevância para discutir concepções alternativas amplamente difundidas no senso comum contemporâneo.

Relatos de implementação em escolas de educação básica indicam que estudantes podem estimar a circunferência da Terra a partir da comparação entre comprimento da sombra de um gnômon e uma situação idealizada de incidência solar perpendicular, como no caso do Equador. Fregolente (2019), ao descrever um experimento realizado no equinócio de primavera de Cajazeiras, mostra que os valores obtidos apresentam erros inferiores a 15%, o que reforça o potencial do experimento não apenas como verificação de um resultado conhecido, mas como oportunidade de produção e interpretação de dados empíricos em sala de aula.

No ensino médio, Neves et al. (2021) sistematizam o método de Eratóstenes com materiais de baixo custo, detalhando os procedimentos de medida e cálculo do raio terrestre a partir da diferença entre ângulos de sombra em cidades distintas. Os autores relatam resultados com erros inferiores a 2% em determinadas aplicações e destacam que a análise das diferenças angulares constitui um recurso didático relevante para discutir hipóteses sobre a forma da Terra, articulando argumentos históricos, geométricos e observacionais.

2.2 Reinvenções do método de Eratóstenes e modelagem física

Uma tendência recente da literatura desloca o foco da simples reprodução do experimento clássico para sua reformulação como problema de modelagem matemática e física. Nessa perspectiva, o método de Eratóstenes deixa de ser tratado como um roteiro histórico fixo e passa a ser reinterpretado a partir de diferentes configurações geométricas, fontes de luz e hipóteses de modelagem (Gomes; Marques, 2023).

Gomes e Marques (2023) generalizam o método de pares de cidades que diferem simultaneamente em latitude e longitude, propondo um modelo esférico aproximado no qual a distância entre localidades é função das diferenças angulares e do raio médio da Terra. A partir de experimentos realizados entre Goiânia e outras cidades brasileiras, os autores discutem a precisão dos resultados – com diferenças inferiores a 10% em relação ao valor de referência – e analisam o impacto das aproximações geométricas adotadas.

Em trabalho posterior, Gomes, Araújo e Marques (2024) propõem uma variação ainda mais ampla, realizando o experimento “ao luar”, com a Lua cheia como fonte de Luz. As medições noturnas realizadas em Goiânia (GO) e Carolina (MA) são analisadas a partir de três modelos distintos, incluindo correções associadas à latitude e paralaxe lunar. Os valores obtidos para o raio da Terra mostram-se compatíveis, dentro das incertezas experimentais, com o valor de referência adotado pela NASA, permitindo discutir com estudantes os limites dos modelos, a coerência entre diferentes tratamentos teóricos e o papel das hipóteses na interpretação dos dados.

Essas reinvenções evidenciam o potencial do experimento de Eratóstenes como um problema aberto de investigação, no qual se exploram diferentes estratégias de medida, múltiplas formas de representação e influência das escolhas metodológicas sobre os resultados obtidos. Do ponto de vista da formação de professores, essa abordagem aproxima o experimento de práticas contemporâneas de ensino por investigação e de atividades de modelagem em Ciências (Soares et al., 2025).

2.3 Projeto Eratóstenes Brasil e o desenvolvimento da autonomia docente

No contexto brasileiro, o Projeto Eratóstenes Brasil constitui a principal iniciativa de articulação em torno do experimento de Eratóstenes e de seu potencial formativo. Langhi (2017) descreve o projeto destacando objetivos como o envolvimento colaborativo das escolas de diferentes regiões, a integração entre Astronomia, História e Filosofia da Ciência, o uso de tecnologias de informação e comunicações para a socialização de dados e a oferta de ações de formação continuada em Astronomia.

A proposta do projeto é fundamentada em diagnósticos recorrentes na área de Ensino de Astronomia, como a presença de concepções alternativas persistentes, lacunas na formação inicial de professores e erros conceituais em livros didáticos. Para enfrentar esse cenário, o Projeto Eratóstenes Brasil propõe atividades experimentais semiestruturadas, centradas na medida da sombra de um gnômon ao meio-dia-solar, incentivando o uso de materiais simples e desencorajando a adoção de kits prontos e roteiros fechados (Langhi, 2017).

A apresentação de um aparato experimental “modelo” é concebida como ponto de partida flexível, a ser reconstruído e adaptado pelos professores participantes. Essa escolha metodológica busca favorecer o desenvolvimento da autonomia docente na concepção, execução e problematização de atividades experimentais. A análise dos discursos de professores participantes entre 2010 e 2015, à luz dos referenciais de Giroux e Contreras, revela a coexistência de uma racionalidade técnica, expressa na demanda por receitas prontas, e os movimentos em direção a práticas mais reflexivas e críticas, como a elaboração de projetos próprios e a articulação com espaços não formais na educação científica (Langhi, 2017).

2.4 Bruner, resolução de problemas e ensino por investigação

Os referenciais teóricos associados a Jerome Bruner oferecem um quadro consistente para interpretar tanto o experimento de Eratóstenes quanto as propostas do Projeto Eratóstenes Brasil. Goi e Santos (2018) discutem as contribuições de Bruner para a resolução de problemas na formação de professores de Ciências da Natureza, destacando conceitos como desenvolvimento intelectual, aprendizagem por descoberta e currículo em espiral.

Segundo Bruner, qualquer conteúdo pode ser ensinado em diferentes etapas do desenvolvimento, desde que se respeite a estrutura do campo de conhecimento e formas de representações disponíveis – enativa, icônica e simbólica (Bruner 1966 apud Goi; Santos, 2018). Nessa perspectiva, a aprendizagem por descoberta não se confunde com práticas indutivistas desestruturadas, mas envolve a construção de hipóteses, o desenvolvimento de heurísticas de investigação e a organização progressiva do conhecimento.

Soares et. al (2025) analisam as convergências entre a teoria da descoberta de Bruner e o Ensino por investigação, destacando a centralidade no aluno, o papel mediador do professor, a contextualização dos problemas e a valorização da metacognição. Enquanto a teoria da descoberta enfatiza o desenvolvimento cognitivo e a estruturação conceitual, o Ensino por Investigação privilegia a aplicação desses conhecimentos em situações concretas de investigação de fenômenos científicos.

Nesse cenário, atividades baseadas no experimento de Eratóstenes alinham-se de forma consciente tanto à perspectiva bruneriana quanto ao Ensino por Investigação, ao partir de situações-problema contextualizadas, mobilizar múltiplas formas de representação e exigir que estudantes adquiram, transformem e avaliem informações ao construir explicações para a forma e as dimensões da Terra.

Em conjunto, os estudos analisados evidenciam que o experimento de Eratóstenes ultrapassa o estatuto de um episódio histórico exemplar, configurando-se como um problema didático fértil para investigação científica escolar. As diferentes abordagens, desde reproduções clássicas até reformulações baseadas em modelagem física, variações experimentais e uso de múltiplas fontes de luz, mostram que o potencial formativo do experimento reside menos na obtenção de um valor correto para o raio da Terra e mais na mobilização de observações, hipóteses, representações e critérios de validade científica. No contexto brasileiro, o Projeto Eratóstenes Brasil explicita esse deslocamento ao articular práticas experimentais semiestruturadas, colaboração entre escolas e formação continuada, tensionando modelos de ensino pautados na racionalidade técnica e favorecendo o desenvolvimento da autonomia docente. À luz dos referenciais de Bruner e do Ensino por Investigação, essas propostas convergem para uma concepção de ensino de Ciências centrada na resolução de problemas, na construção progressiva de modelos explicativos e na reflexão sobre os próprios processos de investigação. É nesse sentido que a presente dissertação se insere, ao analisar e propor uma sequência didática baseada no experimento de Eratóstenes, concebida como espaço de investigação, aprendizagem e desenvolvimento profissional docente.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Baseando-se nas contribuições de Jerome Bruner para a educação, torna-se possível repensar o papel do ensino como um processo de desenvolvimento intelectual que articula diferentes modos de representação (ativa, icônica e simbólica) em uma perspectiva progressiva e cumulativa. Ao defender que qualquer conceito pode ser ensinado, desde que adequado ao nível de desenvolvimento dos estudantes, Bruner rompe com a ideia de que determinados conceitos são “avançados demais” para crianças e adolescentes, destacando-se a importância da organização do currículo em espiral e da Teoria da Aprendizagem por Descoberta. Nesse contexto, o ensino deixa de ser mera transmissão de conteúdo para assumir a forma de um ambiente de descobertas, em que a estrutura dos conhecimentos, a exploração de problemas e a construção de significados se tornam centrais para superar práticas escolares baseadas apenas na memorização mecânica e na preparação para provas.

3.1 O desenvolvimento intelectual

Jerome Bruner, um dos principais teóricos da psicologia cognitiva, propôs que o processo de construção do conhecimento se desenvolve por meio de três modos de representação. A representação ativa (ou enativa), a representação icônica e a representação simbólica. Podemos entender que esses três modos são formas complementares de organizar e compreender a realidade, que coexistem e se articulam ao longo da vida.

No contexto educacional, a compreensão e a aplicação desses modos de representação permitem ao professor estruturar experiências de aprendizagem que promovam o desenvolvimento cognitivo de forma progressiva, partindo da ação concreta em direção à abstração conceitual.

Para Bruner, “o desenvolvimento intelectual da criança coloca em realce o fato de que em cada estágio de desenvolvimento, ela possui um modo característico de visualizar o mundo e explicá-lo a si mesmo” (Bruner, 1978).

Dessa forma, a tarefa de ensinar certos conteúdos a uma criança de qualquer idade é a de representar esse conteúdo da forma que a criança visualiza as coisas.

Bruner diz ainda:

[...] que toda ideia pode ser representada de maneira honesta e útil nas formas do pensamento da criança em idade escolar, e que essas primeiras representações podem, posteriormente, tornar-se mais poderosas e precisas, com maior facilidade, graças à aprendizagem anterior (Bruner, 1978, p.32).

Podemos dizer que Bruner rompe com a ideia que certos conteúdos são complexos demais para uma criança ou adolescente, acreditando que qualquer conceito científico, filosófico ou matemático pode ser ensinado, desde que adaptado ao nível de desenvolvimento e ao modo de pensamento do aluno.

Por exemplo, no ensino de astronomia, é possível introduzir a ideia da esfericidade da Terra e da medição de sua circunferência (conceito sofisticado) a estudantes do ensino fundamental, desde que isso seja feito de modo ativo e concreto, como no experimento de Eratóstenes – usando sombras e medidas simples. O conceito é o mesmo que dos astrônomos antigos, mas a forma de representa-lo é acessível à idade desses estudantes.

O aprendizado é progressivo e cumulativo. Quando o estudante compreende um conceito de forma concreta e vivencial, ele cria uma base cognitiva sobre a qual será mais fácil reconstruir e aprofundar o conhecimento futuro.

Com o tempo e com o avanço da maturidade intelectual, o mesmo conceito pode ser retomado em níveis crescentes de abstração, transformando-se em representações mais precisas, formais e simbólicas. “Para Bruner, o que é relevante em matéria de ensino são sua estrutura, suas ideias e suas relações fundamentais”. (Moreira, 2013, p.72).

Bruner enfatiza que o processo de ensino deve favorecer a aprendizagem pela descoberta, promovendo exploração de diferentes alternativas e estruturando o conhecimento em um currículo em espiral. Para ele, o ambiente educativo e os conteúdos propostos precisam ser compreendidos pelo estudante como um conjunto de problemas, relações e lacunas que ele deve preencher, de modo que a aprendizagem adquira significado e relevância. Assim, o contexto de ensino voltado à descoberta deve oferecer múltiplas possibilidades de ação e reflexão, permitindo que o aprendiz perceba conexões e semelhanças entre ideias que antes lhe passavam despercebidas. Bruner argumenta, ainda, que o ato de descobrir um princípio ou uma relação científica por parte de uma criança segue, essencialmente, o mesmo processo cognitivo que ocorre quando um cientista realiza uma descoberta em seu laboratório.

Currículo em espiral, por sua vez, significa que o aprendiz deve ter a oportunidade de ver o mesmo tópico mais de uma vez em diferentes níveis de profundidade e em diferentes modos de apresentação (Moreira, 2013, p.73).

3.2 Formas de desenvolvimento intelectual

Bruner diz que:

“ensinar é, em síntese, um esforço para auxiliar ou modelar o desenvolvimento. Ao planejar o ensino para os jovens, seria desaconselhável ignorar o que se sabe sobre o desenvolvimento, suas compulsões e suas oportunidades. É uma teoria de ensino, versa com efeito, sobre as várias maneiras de auxiliar o desenvolvimento e o crescimento (Bruner, 1976, p.13).

Para ele (Bruner, 1976), a natureza do desenvolvimento intelectual se baseia nos seguintes pontos:

1. “O desenvolvimento intelectual caracteriza-se por independência crescente da resposta em relação à natureza imediata do estímulo” (Bruner, 1976, p.16). O comportamento da criança pode ser antecipado ao se compreender os estímulos que nela atuam, tanto no momento da resposta, quanto imediatamente antes dela. O desenvolvimento, em grande parte, envolve a capacidade de manter uma resposta estável mesmo diante de alterações constantes no ambiente. Essa autonomia em relação aos estímulos é adquirida por meio dos chamados processos de mediação – ferramentas que modificam os estímulos antes que a resposta ocorra, podendo inclusive provocar atrasos perceptíveis na reação. Qualquer teoria que ignore esses processos e suas transformações, não oferece, psicologicamente, maior interesse.
2. “O desenvolvimento intelectual baseia-se em absorver eventos, em um sistema de armazenamento que corresponde ao meio ambiente” (Bruner, 1976, p.17). Esse sistema proporciona à criança uma capacidade crescente de além das informações obtidas em um único momento; ela passa a fazer previsões e extrapolações com base no modelo do mundo que já armazenou.

3. “O desenvolvimento intelectual entende uma capacidade crescente de afirmar, a si mesmo e a outros, por palavras ou símbolos, o que alguém fez ou o que alguém fará” (Bruner, 1976, p.17). Esse senso de responsabilidade ou consciência reflexiva permite que o indivíduo evolua de um comportamento meramente organizado para um comportamento considerado lógico. Trata-se de um processo que culmina no reconhecimento da necessidade de coerência racional – aquilo que os filósofos chamam de espírito analítico – e que impulsionam o ser humano para além da simples adaptação baseada na experiência empírica.
4. “O desenvolvimento intelectual baseia-se numa interação sistemática e contingente, entre um professor e um aluno, na qual o professor, amplamente equipado com técnicas anteriormente inventadas, ensina à criança” (Bruner, 1976, p.17). Embora seja evidente que o indivíduo se desenvolva dentro de um contexto cultural que o forma e o influencia continuamente, as teorias psicológicas do desenvolvimento cognitivo nem sempre explicam de maneira satisfatória as ferramentas pelas quais essa interação se estabelece. Diante disso, torna-se fundamental reconhecer que a cultura exerce papel estruturante nas relações de ensino e aprendizagem, manifestando-se por meio de diversas instâncias mediadoras, como família, professores, figuras de identificação simbólica e os modelos sociais que orientam valores, comportamentos e concepções de mundo. Essas dimensões culturais, portanto, constituem o pano de fundo sobre o qual se desenvolve a relação professor-aluno, conferindo-lhe significado que ultrapassam o âmbito estritamente cognitivo e estendem às esferas afetiva e social da formação humana.
5. “O ensino é altamente facilitado por meio da linguagem que acaba sendo não apenas o meio de comunicação, mas o instrumento que o estudante pode usar para ordenar o meio ambiente” (Bruner, 1976, p.17). A linguagem não pode ser vista apenas como um meio de comunicação, mas como um elemento que possa estruturar o próprio pensamento humano. Isso quer dizer que, compreender como as pessoas desenvolvem suas capacidades cognitivas implica necessariamente na compreensão do papel que a linguagem exerce nesse processo.

Assim, ao afirmar que a natureza e as funções da linguagem devem integrar qualquer teoria de desenvolvimento cognitivo, Bruner propõe que a cognição humana não se forma isoladamente, mas é moldada pela linguagem e pelos contextos culturais em que o indivíduo está inserido. Esse ponto de vista reforça a ideia de que aprender é, antes de tudo, um processo mediado simbolicamente – em que o diálogo, os signos e as práticas discursivas têm papel centrado na construção do conhecimento.

6. “O desenvolvimento intelectual é caracterizado por crescente capacidade de lidar com alternativas, atender a várias sequências e distribuir tempo e atenção, de maneira apropriada a todas essas demandas múltiplas” (Bruner, 1976, p.17). É evidente que existe uma diferença significativa entre as capacidades cognitivas iniciais de uma criança em seus primeiros anos de vida e as habilidades intelectuais já desenvolvidas de uma criança de aproximadamente dez anos, capaz de compreender e interagir com maior complexidade com o mundo que a cerca.

Do ponto de vista de Bruner, uma questão básica relativa ao desenvolvimento é a da representação, ou seja, o indivíduo, ao se desenvolver, deve adquirir meios de representar o que ocorre no seu ambiente; deve ser capaz de conservar em um modelo a experiência decorrente da estimulação do meio e de recuperar a informação por meio desse mesmo modelo (Moreira, 2013, p.73).

3.3 A Representação Ativa (Enativa)

A representação ativa, também chamada de representação enativa, é a forma mais concreta de representação do conhecimento. Esse é o primeiro estágio do desenvolvimento intelectual da criança. Nesse estágio, da criança pré-escolar, “o trabalho mental consiste sobretudo em estabelecer relações entre a experiência e a ação” (Bruner, 1978).

Segundo Bruner, essa forma de representação é predominante nas fases iniciais do desenvolvimento cognitivo, mas continua relevante ao longo da vida, especialmente no aprendizado de novos conceitos científicos.

No ensino de astronomia, por exemplo, a representação ativa se manifesta quando o aluno realiza atividades práticas que o colocam em contato direto com fenômenos observáveis. Como, por exemplo, ao construir um relógio de Sol, observar o movimento

das sombras ao longo do dia, ou utilizar materiais simples para reproduzir o movimento aparente dos astros, o estudante interage fisicamente com o fenômeno e começa a formar intuições sobre os conceitos de rotação, posição do Sol e orientação espacial.

“Neste estágio, chamado de pré-operacional, a principal aquisição simbólica que faz a criança é a de aprender como representamos o mundo exterior através de símbolos estabelecidos por simples generalização; as coisas são representadas como equivalentes, desde que partilhem de alguma propriedade comum” (Bruner, 1978, p.32).

O universo simbólico infantil caracteriza-se pela ausência de uma distinção nítida entre os estados internos – como motivações, desejos e emoções – e o mundo externo. Nesse estágio, a criança tende a atribuir intenções e forças humanas ou divinas aos fenômenos naturais, como acreditar que o Sol se move porque uma entidade o impulsiona ou que as estrelas “dormem” à noite. Essa visão antropomórfica do mundo evidencia uma dificuldade em dissociar o sujeito do objeto e em compreender a causalidade de forma racional.

Além disso, a criança ainda não domina a capacidade de separar seus próprios propósitos dos meios utilizados para realizá-los, agindo frequentemente por tentativa e erro, orientada mais por intuições imediatas do que por raciocínio simbólico ou lógico. Essa limitação se deve à ausência do conceito de reversibilidade, conforme proposto pela escola de Genebra, vinculada a Piaget.

A reversibilidade implica compreender que certas transformações físicas ou mentais podem ser desfeitas – como reconhecer que uma bola deformada pode retornar à sua forma original.

A ausência dessa noção impede a criança de apreender princípios fundamentais subjacentes às ciências exatas, como a conservação de quantidade, massa ou peso diante de transformações superficiais. Tal lacuna cognitiva impõe restrições significativas ao trabalho docente, visto que o ensino de conceitos matemáticos e físicos, mesmo quando adaptados de forma intuitiva, encontra limites estruturais no modo de pensamento pré-operacional característico dessa fase do desenvolvimento (Bruner, 1978).

Essa forma de representação é particularmente eficaz no experimento de Eratóstenes, que consiste em medir a circunferência da Terra a partir de observação da sombra de uma haste (gnômon) em duas localidades distintas. Ao participar de uma atividade como essa, os estudantes agem sobre o ambiente físico, posicionando o gnômon, medindo o comprimento da sombra e registrando os dados. Essa ação concreta desperta a curiosidade científica, estimula a observação sistemática e promove o

entendimento empírico da relação entre o Sol, a Terra e a projeção de sombras. Assim, a representação ativa se constitui como o primeiro passo para a internalização dos conceitos astronômicos.

3.4 A Representação Icônica

Para Bruner, o segundo estágio de desenvolvimento intelectual é chamado de estágio de operações concretas. Contrastando com o estágio anterior que é meramente ativo, este estágio é operacional.

“Operação é um tipo de ação: pode ser executada diretamente, pela manipulação de objetos, ou internamente, como quando alguém manipula mentalmente os símbolos que representam coisas e relações” (Bruner, 1978, p.33).

Nesse estágio, também chamado de representação icônica, o conhecimento passa a ser organizado por meio de imagens, diagramas, gráficos ou modelos mentais. Aqui o sujeito deixa de depender exclusivamente da ação concreta e passa a representar mentalmente os objetos e fenômenos com base em suas características perceptuais. Bruner destaca que, nesse estágio, a aprendizagem envolve a capacidade de reproduzir mentalmente a experiência vivida e reconhecer padrões e relações especiais e temporais.

É uma forma de regar a mente com informações sobre o mundo e ali transformá-los, de modo que possam ser organizados e utilizados seletivamente na solução de problemas (Bruner, 1978).

Para Bruner (1978), “uma ação difere de uma simples ação ou comportamento orientado para um fim por ser interiorizada e reversível”.

‘Interiorizada’ significa que a criança já não precisa procurar resolver seu problema através de um processo direto de ensaio e erro, mas pode realmente efetuar o ensaio e erro em sua mente. ‘Reversível’ porque as operações, quando adequadas, se caracterizam pelo que se chama de ‘compensação completa’, isto é, uma operação pode ser compensada por uma operação inversa (Bruner, 1978, p.34).

Esses dois conceitos (interiorização e reversibilidade) são fundamentais para o ensino da astronomia, uma vez que os fenômenos astronômicos, em sua maioria, não podem ser observados diretamente em tempo real e nem manipulados fisicamente. O aluno precisa representá-los mentalmente e compreender as relações reversíveis entre os eventos. Por exemplo:

1. Uma criança pequena pensa que “o Sol se move no céu”, pois vê o movimento aparente.
2. Quando o pensamento se torna interiorizado, o aluno consegue imaginar o sistema Terra-Sol em escala e perceber que o movimento é relativo – a Terra gira sobre seu eixo e o Sol “parece” se mover.
3. Aqui, há também um exercício de reversibilidade mental: o aluno pode imaginar a Terra girando e depois “desfazer” esse giro mentalmente para compreender o ponto de partida, percebendo que o fenômeno se repete ciclicamente.

No contexto da astronomia, a representação icônica é para que o aluno visualize fenômenos de grande escala, inacessíveis à observação direta. A observação de imagens do sistema solar, de animações sobre a inclinação do eixo terrestre ou de diagramas que mostram as fases da Lua, são exemplos de práticas que mobilizam o pensamento icônico. Por meio delas, o estudante constrói modelos mentais que o ajudam a compreender a relação entre os corpos celestes e suas dimensões relativas.

No experimento de Eratóstenes, a representação icônica se manifesta quando o aluno transforma as observações empíricas em representações gráficas. Ao desenhar o gnômon e a sombra projetada, ou ao traçar esquemas que mostram os raios solares incidindo em diferentes pontos da Terra, o estudante passa a compreender o fenômeno de forma visual e relacional.

É fácil perceber que Eratóstenes usou um experimento mental para medir a circunferência da Terra com base em relações geométricas mentais – sem manipular fisicamente o planeta. O estudante que reproduz esse experimento precisa interiorizar as ações matemáticas: visualizar dois bastões projetando sombras diferentes em locais distintos e imaginar mentalmente o triângulo formado pelos raios solares incidentes e o arco de circunferência formado entre esses locais. O fato de o estudante compreender que se ele conhecer o ângulo e a distância, pode “voltar” ao valor da circunferência da Terra – é uma operação lógica reversível, que envolve proporção e compensação.

Bruner quer mostrar, então, que o aprendizado científico depende de o aluno abstrair a ação concreta e manipular mentalmente conceitos e relações.

Nesse contexto, a função do professor é favorecer a transição entre o pensamento concreto para o simbólico, promovendo atividades que incentivem a visualização mental, o raciocínio hipotético e a compreensão de relações dinâmicas no cosmos.

3.5 A Representação Simbólica

Esse é o estágio que a escola de Genebra denomina de estágio das operações formais (Bruner, 1978).

Neste ponto, a atividade intelectual da criança parece basear-se antes numa capacidade de operar com proposições hipotéticas, do que em permanecer restrita ao que já experimentou, ou ao que tem diante de si. A criança pode então pensar a respeito de possíveis variáveis e, até mesmo, deduzir relações potenciais que, mais tarde, podem ser verificadas pelo experimento ou pela observação (Bruner, 1978, p.35).

Nessa etapa do desenvolvimento cognitivo as operações mentais do indivíduo passam a fundamentar-se em estruturas lógicas semelhantes às utilizadas por cientistas, matemáticos ou pensadores abstratos. A criança, nesse estágio, adquire a capacidade de formular de maneira formal e sistemática os conceitos e procedimentos que antes aplicava de forma empírica e intuitiva na resolução de problemas, mas que até então não eram passíveis de descrição ou compreensão em termos axiomáticos ou teóricos (Bruner, 1978).

A representação simbólica é o modo mais abstrato de representação proposto por Bruner. Nela, o sujeito utiliza a linguagem formal e sistemas de notação para representar conceitos e relações. Esse tipo de representação permite o raciocínio lógico, a generalização e o uso de fórmulas matemáticas e expressões verbais para explicar fenômenos.

No campo da ciência, é o modo que possibilita a formulação de leis, teorias e modelos conceituais abstratos. No campo do ensino de astronomia, a representação simbólica se materializa quando o aluno interpreta dados numéricos, aplica equações e relaciona unidades de medida. Por exemplo, ao calcular a velocidade de rotação da Terra, estimar distância entre astros ou compreender as leis de Kepler, o estudante mobiliza o pensamento simbólico para organizar e expressar o conhecimento científico de forma lógica e precisa.

No caso do experimento de Eratóstenes, a representação simbólica aparece quando o estudante é capaz de utilizar a linguagem matemática para determinar a medida da circunferência da Terra.

Aplicando proporções simples:

$$\frac{\theta}{360^\circ} = \frac{D}{C} \text{ [eq. 1]}$$

em que θ é o ângulo entre as direções dos raios solares em duas cidades distintas, D é a distância entre elas e C é a circunferência da Terra. Ao reorganizar a equação para encontrar C , o estudante desenvolve uma compreensão abstrata e quantitativa do fenômeno observado. Nesse momento, ele deixa apenas de observar sombras e passa a compreender, de forma simbólica, a relação geométrica que permite inferir o tamanho do planeta.

A partir desses três modos de representação podemos afirmar que:

[...] os indivíduos passam por três estágios de processamento e representação de informações: um caracterizado pelo manuseio e ação; outro, pela organização perceptiva e imagens; o terceiro pela utilização de símbolos. Segundo Bruner, não são exatamente “estágios” e sim fases internas de desenvolvimento (Moreira, 2013, p.75).

3.6 Estrutura e forma de conhecimento

Segundo Moreira, Bruner apresenta quatro razões, ou alegações, para ensinar a estrutura de uma disciplina.

A primeira é que a compreensão dos princípios fundamentais de uma disciplina é o que torna o conteúdo verdadeiramente inteligível. Essa premissa, amplamente aplicada às áreas de ciências exatas, como física e matemática, se estende aos domínios das ciências humanas e às linguagens. Quando um estudante aprende os conceitos estruturantes, como, por exemplo, o de que a sobrevivência de uma nação depende das relações comerciais que estabelece, fenômenos históricos específicos, como o comércio triangular entre as colônias americanas, deixam de ser vistos como meras trocas de produtos e passam a ser compreendidos em um contexto mais amplo, permeado por implicações econômicas, políticas e morais.

A segunda alegação está relacionada ao funcionamento da memória humana. Depois de décadas de investigação psicológica, Bruner afirma que detalhes isolados tendem a ser rapidamente esquecidos, a menos que sejam integrados a estruturas cognitivas coerentes. A retenção do conhecimento, portanto, depende da capacidade de o indivíduo organizar e representar os conteúdos de forma simplificada e relacional. Essas representações possuem um caráter regenerativo.

Um bom exemplo dessa propriedade regenerativa de memória persistente pode encontrar-se na ciência. Um cientista não procura lembrar-se das distâncias percorridas pelos corpos em queda, em diferentes campos gravitacionais, através de diferentes períodos de tempo. Ao invés disso, o que traz na memória é uma fórmula que lhe permite, em graus variáveis de precisão, reconstruir os pormenores em que a fórmula, mais fácil de ser lembrada, se baseia. Assim, confia à memória a fórmula $h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ e não um manual de distâncias, tempos e constantes de gravitação (Bruner, 1978, p.21).

Já na terceira alegação “uma compreensão de princípios e ideias fundamentais, como já se observou anteriormente, parece ser o principal caminho para uma adequada ‘transferência de aprendizagem’” (Bruner, 1978, p.22).

Tal processo implica a capacidade de o indivíduo reconhecer que um fenómeno particular é manifestação de um caso mais abrangente ou de uma estrutura conceitual geral. Quando o aprendiz compreende um conteúdo não apenas como um evento isolado, mas como expressão de um modelo explicativo mais amplo, ele adquire não só o conhecimento daquele caso específico, mas também um referencial cognitivo que lhe permite interpretar e resolver situações análogas em diferentes contextos.

A quarta razão para a ênfase no ensino baseado em estruturas conceituais e princípios fundamentais consiste na possibilidade de, por meio de revisões contínuas dos conteúdos escolares sob sua perspectiva essencial redução da distância existente entre o conhecimento elementar e o conhecimento avançado.

Essa concepção está intimamente ligada ao que Bruner chama de currículo em espiral, qual os mesmos temas ou princípios científicos são retomados em diferentes etapas da formação, ampliando-se de maneira gradual a profundidade e a abstração com as quais esses conteúdos são compreendidos. Assim o estudante é conduzido de uma compreensão inicial, concreta e intuitiva, a uma compreensão formal e simbólica, sem ruptura entre níveis.

3.7 Teoria da Aprendizagem por Descoberta

Metodologias de ensino com abordagens mais direcionadas ao protagonismo dos estudantes, que enfatizam o seu papel ativo no processo de ensino e aprendizagem continuam, ainda hoje, sendo um desafio para os professores do ensino básico. Nesse

contexto, podemos ressaltar a Teoria de Aprendizagem por Descoberta (TAD) de Jerome Bruner.

Ainda hoje, devido, principalmente, à forma de ingresso nas instituições de ensino superior no Brasil, o aprendizado caracteriza-se majoritariamente em um processo passivo, centrado na transmissão de informação e na memorização mecânica, em detrimento da compreensão e aplicação do conhecimento (Soares, et. al., 2025).

Segundo Soares:

[...], a insistência na repetição de conteúdos e na preparação para provas padronizadas acaba resultando em um aprendizado raso e volátil, causando ainda, desmotivação, desinteresse e dificuldade em aplicar o que foi aprendido em situações práticas, por parte dos alunos (Soares et.al., 2025, p.4).

A desmotivação, o desinteresse e dificuldade em aplicar o que foi aprendido é fruto, segundo Soares, de uma carência de ambientes pedagógicos que estimulem a curiosidade, a investigação e a análise crítica dos conteúdos no processo de ensino e aprendizagem. Quando os estudantes são colocados apenas como receptores passivos de informações, sem espaço para formular questionamentos, elaborar hipóteses ou relacionar o que aprendem com sua realidade, a educação perde seu caráter transformador. Em vez de representar uma oportunidade de crescimento intelectual e social, torna-se uma atividade repetitiva, desprovida de significado e distante das vivências cotidianas dos alunos.

Soares diz que “essa dinâmica reforça a visão negativa da aprendizagem, associando-a à monotonia e irrelevância”. Segundo Libâneo (2017)

[...] é muito comum nas escolas a ânsia de vencer o programa e terminar o livro didático. Com isso os professores ficam achando que é perda de tempo conversar com os alunos e fazê-los pensar sobre os temas, dar exercícios de fixação e consolidação (Libâneo, p.115).

As aulas, no estilo convencional, em que o professor é o centro das atenções, a falta de entusiasmo desse professor, dificuldades de tratar o conteúdo de forma dinâmica e atraente contribuem para tornar o estudo cada vez menos interessante, levando o estudante a se desinteressar e perder o gosto de ir para a escola.

Nesse sentido, defende-se que a utilização da Teoria de Aprendizagem por Descoberta (TAD), de Bruner, especialmente nas aulas de ciências, pode transformar a sala de aula em um ambiente de ação e reflexão constante, no qual o saber é construído de forma colaborativa. Essas abordagens estimulam os alunos a explorar, indagar e cooperar, analisando e transformando situações-problema oriundas do cotidiano, promovendo uma conexão entre o local e o global.

A TAD valoriza a curiosidade do aluno e o papel do professor em promover desafios que estimulem a reflexão intelectual. Nessa perspectiva, o estudante deve controlar seu próprio processo mental, buscar significado no que aprende, compartilhar conhecimentos e colaborar na construção coletiva da realidade – aspectos que envolvem reflexão, colaboração e cultura.

A eficácia da aprendizagem se dá quando o indivíduo aceita o desafio de investigar e resolver problemas. É o que Bruner chama de vontade de aprender. Segundo ele, é a curiosidade o motivo do querer aprender. “Nossa atenção é despertada para algo duvidoso não terminado ou obscuro, mantendo-se concentrada até tê-lo certo, acabado ou esclarecido” (Bruner, 1976 p.116).

Segundo Bruner, um motivo intrínseco, estreitamente ligado à vontade de aprender talvez seja a reciprocidade.

[...] porque se refere a uma necessidade profunda do homem de responder aos outros, e de com eles cooperar para atingir um objetivo. Um dos conceitos mais relevantes da zoolofia moderna é a importância da reciprocidade dentro da espécie para a sobrevivência dos indivíduos (Bruner, 1976, p.123).

O processo de aprendizagem, segundo Bruner, pode ocorrer em três etapas:

1. Aquisição de novas informações;
2. Transformação dessas informações;
3. Verificação de sua coerência e aplicabilidade.

Esse comportamento é fortemente influenciado pela linguagem, pela cultura e pela interação social, que favorecem o desenvolvimento do pensamento crítico.

Dessa forma, a Teoria da Aprendizagem por Descoberta (TAD) propõe que o ensino se organize em torno de situações-problema que incentivem o aluno a explorar, identificar relações e construir o próprio conhecimento de modo significativo e criativo.

3.8 O Projeto Eratóstenes Brasil

Desde sua primeira edição, realizada em 2010, o Projeto Eratóstenes Brasil tem como propósito promover a integração entre escolas brasileiras e fortalecer o vínculo entre professores e alunos da Educação Básica. Seu objetivo central é a reprodução de um experimento histórico conduzido há mais de dois milênios pelo astrônomo Eratóstenes de

Cirene, cuja metodologia permite estimar a circunferência da Terra por meio da observação da posição do Sol em diferentes localidades.

Esse experimento, que constitui a base do projeto e é realizado anualmente com a participação de instituições de ensino de todas as regiões do país, é coordenado pelo Observatório Didático de Astronomia “Lionel José Andriatto”, Unesp de Bauru, em parceria com a Faculdade de Ciências da mesma universidade. Trata-se de uma iniciativa de grande relevância histórica e científica, que proporciona uma experiência educacional interdisciplinar e colaborativa sem precedentes.

A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) é um elemento essencial para viabilizar a interação entre as escolas participantes, especialmente em função das grandes distâncias geográficas envolvidas. Por meio dessas ferramentas, o projeto estimula o trabalho coletivo, promovendo a vivência significativa para professores e estudantes em torno de um tema comum e de interesse científico.

Para Langhi (2017), diversos temas fundamentais da Astronomia podem ser explorados no contexto do Projeto Eratóstenes Brasil, entre eles: a geometria terrestre, o comportamento do campo gravitacional, a dinâmica das estações do ano, a orientação espacial por meio dos pontos cardeais, a ocorrência do Sol a pino, a identificação do meridiano celeste, entre outros tópicos relacionados ao assunto. A abordagem desses conteúdos favorece uma compreensão mais ampla dos fenômenos naturais e estimula o pensamento científico entre os participantes.

Segundo Langhi (2017), a natureza interdisciplinar do projeto constitui um dos principais argumentos que sustentam sua implementação. A Astronomia, por sua própria essência, estabelece conexões significativas com diversas áreas do conhecimento, como História, Artes, Matemática, Geometria, Informática, Literatura, Física, Geografia, Ciências Naturais e Filosofia. Essa articulação é evidenciada em propostas pedagógicas como a atividade prática. Destaca-se também a indissociabilidade desses conteúdos, reforçando a pertinência de abordagens interdisciplinares nas práticas educativas.

Além disso, os documentos oficiais que orientam a educação básica no Brasil, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), recomendam a inserção de conteúdos de astronomia no currículo escolar, alinhando-se às propostas formativas do Projeto Eratóstenes Brasil por meio das relações interpessoais à distância, em torno de um tema comum escolar, ocorridas nas comunicações tecnologicamente possíveis entre as escolas

participantes (professores e alunos) e outros centros de ensino não formal de Astronomia, tais como observatórios, planetários, museus, centros de ciências e clubes de astronomia.

3.9 História da Astronomia e o Experimento de Eratóstenes

O estudo da astronomia constitui uma das mais antigas manifestações do pensamento humano, refletindo a busca pela compreensão de fenômenos observados, desde a antiguidade, no céu noturno bem como a posição da humanidade no universo. Ao longo da história, diferentes civilizações desenvolveram métodos de observação, registro e interpretação dos movimentos dos astros, combinando aspectos práticos, religiosos e filosóficos. Essa trajetória evidencia o caráter interdisciplinar e cultural da astronomia, que evolui de um conhecimento empírico e simbólico para uma ciência baseada em observações sistemáticas e explicações racionais.

Desde os tempos mais remotos, a humanidade busca compreender o céu que a envolve. Observar o céu serviu ao ser humano para muito além da orientação para o deslocamento humano (como nas grandes navegações, por exemplo), o tempo certo do plantio e da colheita e a contagem do tempo e das estações do ano, mas também para despertar profundas reflexões sobre o lugar da Terra no Universo. Entre os grandes nomes da antiguidade, destaca-se Eratóstenes de Cirene, que, ao medir a circunferência da Terra com base na projeção de sombras em diferentes cidades, inaugurou uma era em que a razão e a geometria tornaram-se ferramentas essenciais para compreender o cosmos.

Contudo, no Renascimento, a astronomia passa por uma profunda transformação. O modelo heliocêntrico, proposto por Nicolau Copérnico, colocando o Sol no centro do sistema solar; Galileu Galilei, com o uso pioneiro do telescópio, revelando montanhas na Lua e satélites em Júpiter; e Johannes Kepler que descreveu, com maestria, as órbitas dos planetas, dando forma matemática à harmonia celeste. Esses avanços culminaram na obra de Isaac Newton, que unificou a física “terrestre e celeste” pela Lei da Gravitação Universal, “Assim na Terra como no céu”.

No século XX, a Teoria da Relatividade de Albert Einstein dá início a uma nova era para a astronomia, revolucionando a compreensão do espaço, do tempo e da gravidade. A expansão do Universo confirmada por Edwin Hubble e os avanços dos

telescópios colocaram diante dos nossos olhos galáxias, nebulosas e buracos negros. A era espacial, inaugurada em 1957 com o Sputnik, levou a humanidade a explorar o cosmos de forma direta, culminando com a chegada do homem à Lua em 1969.

No século XXI vivemos um período de descobertas sem precedentes. Telescópios espaciais como o Hubble, o James Webb e o Gaia permitem observar o Universo com precisão inimaginável. A astrofísica moderna investiga buracos negros, matéria escura, energia escura e a origem do tempo. A descoberta de milhares de exoplanetas e o uso da inteligência artificial na análise de dados astronômicos apontam para uma revolução científica em que o olhar humano, auxiliado pela tecnologia, continua a desvendar os segredos do cosmos.

3.9.1 História da astronomia

Muito cedo, na história da humanidade, as observações dos corpos celestes despertam fascínio e desempenham um papel crucial no desenvolvimento cultural e científico das civilizações. Há registros milenares de fenômenos astronômicos descritos em antigas civilizações, como a chinesa, que documentou com rigor eventos como eclipses solares e lunares, o surgimento de cometas e novas estrelas. Esses registros não apenas demonstram a curiosidade humana, mas também revelam a importância prática que tais fenômenos tinham para organização social e a preservação do conhecimento.

Na antiguidade, povos como os babilônios, egípcios, maias e chineses desenvolveram sofisticados sistemas de observação do céu, que lhes permitiram prever ciclos naturais e agrícolas, regular calendários e orientar-se no espaço. Os antigos navegantes, por sua vez, lançavam mão do movimento da Lua e da posição das estrelas para se guiar durante longas jornadas marítimas, especialmente em regiões onde marcos terrestres não existiam.

Além do aspecto prático, o céu noturno era também um cenário carregado de significados simbólicos e religiosos. Mitologias como a grega, a romana, a egípcia e muitas outras, associavam os corpos celestes às figuras de deuses, heróis, criaturas míticas e até mesmo seus antepassados, utilizando essas narrativas como forma de explicar a origem e o funcionamento dos fenômenos naturais. Assim, o céu era interpretado não

apenas como um espaço físico, mas como uma dimensão divina, onde se manifestavam as vontades e os mistérios dos deuses.

Os chineses, séculos antes de Cristo, já usavam calendários com duração de 365 dias. Em seus estudos, deixaram registros precisos de observações de cometas, meteoros e meteoritos. Por volta do século VII a.C. foram observadas, também pelos chineses, estrelas que agora chamamos de novas.

Esse legado de observar, registrar e interpretar os astros estabeleceu as bases para o desenvolvimento posterior da astronomia como ciência, transformando-a de um saber essencialmente empírico e religioso em um campo de conhecimento sistemático e racional.

Em diversas regiões do mundo, vestígios desse saber astronômico milenar foram preservados na forma de construções monumentais, como é o caso de Stonehenge (Figura 1), na Inglaterra, erguido entre 3000 e 1500 a.C. Esse conjunto de pedras possui alinhamentos específicos com o nascer e o pôr-do-sol nos solstícios de verão e inverno (SARAIVA, 2004). Apesar de muitos estudos a respeito deste fantástico monumento, não se sabe qual povo o construiu. Muito se fala sobre sua utilização pelos Druidas, entretanto, não existem provas que esses povos tenham utilizado templos de pedras. “Além disso, sabe-se que o conjunto já estava lá por milênios quando o imperador Júlio César, e outros, registraram esta opinião que paira desde então” (Horvath, 2008, p.14).

Figura 1 - Estrutura de Stonehenge.



Fonte: Horvath, 2008

Segundo especialistas, *Stonehenge* era muito mais do que um templo religioso, era um importante observatório astronômico. Em 1963, o astrônomo Gerald Hawkins, americano, porém nascido na Grã-Bretanha, conhecido por suas contribuições à arqueoastronomia, disse que *Stonehenge* “era útil para predizer eclipses e as estações

através do alinhamento do Sol nas pedras” (Horvath, 2008, p.14). Segundo Horvath (2008), atualmente, questiona-se a precisão dos cálculos de Hawkins e a eficácia geral do observatório. Isso se deve ao fato de que o nível de exatidão alcançado parece ser insatisfatório, especialmente quando consideramos todos os movimentos conhecidos do Sol e da Lua hoje em dia.

Ao observarmos o movimento aparente do Sol no céu, percebemos que ele se move cerca de 1° para leste a cada dia. Esse conhecimento existe há milhares de anos. Diante disso, através de conhecimentos passados de geração em geração, sabemos que “o tempo para o Sol completar uma volta em relação às estrelas define um ano” (Oliveira e Saraiva, 2014). A linha descrita pelo Sol, nesse movimento aparente ao redor da Terra, damos o nome de Eclíptica pois é nessa região que ocorrem os eclipses.

Segundo Oliveira e Saraiva, entre os períodos de 600 a.C. e 200 a. C., se dá o auge da ciência na Antiguidade. Nesse período, a Grécia alcança um nível de desenvolvimento que só seria superado no século XVI. De posse dos conhecimentos de civilizações anteriores, os gregos impulsionaram significativamente a Astronomia ao acreditarem que os fenômenos naturais podiam ser compreendidos e expressos por meio da Matemática. Dessa busca incessante pelo conhecimento e o entendimento do Cosmos, surgiram as primeiras noções da Esfera Celeste – uma estrutura esférica transparente, composta de material cristalino e pontilhada de estrelas, com a Terra fixa em seu centro. Embora a ideia da imobilidade terrestre não fosse consenso entre todos os astrônomos gregos, as teorias que propunham a Terra em movimento de rotação ou orbitando o Sol foram pouco aceitas e logo abandonadas. Assim, o modelo geocêntrico, em sua forma aperfeiçoada, consolidou-se e permaneceu dominante por tanto tempo ao longo de toda a Idade Média.

3.9.2 A astronomia na Grécia Antiga

As contribuições dos gregos antigos para o desenvolvimento da astronomia vão desde a introdução dos fundamentos da geometria e da astronomia, trazidos por Tales de Mileto (~624 – 546 a.C.) do Egito, em que ele pensava que a Terra era um disco plano em uma vasta extensão de água, passando por Anaximandro de Mileto (~610 – 546 a.C.), discípulo de Tales de Mileto, um dos pioneiros na ideia de desvincular os fenômenos

naturais da ação de deuses, até Ptolomeu (85 d.C. – 165 d.C.), importante astrônomo da antiguidade, que descrevia o sistema solar a partir de uma representação geométrica com círculos, epiciclos e equantes que permitia prever o movimento dos planetas com considerável precisão, e que foi usado até o Renascimento.

Pitágoras de Samos (~572 – 497 a.C.), ao contrário do que acreditava Anaximandro, propunha um modelo de Terra esférica, assim como a Lua e de outros corpos celestes. “Enfatizou a importância da matemática na descrição dos modelos cosmológicos que pudesse ser comparado com os movimentos observados dos corpos celestes, em cuja regularidade via uma ‘harmonia cósmica’” (Oliveira e Saraiva, 2014, p.2).

Um dos primeiros astrônomos a propor que a Terra não ocupava o centro do Universo foi Filolaus de Crotona (século V a.C.). Ele sugeriu que a Terra, o Sol, a Lua e os demais astros giravam em torno de um “fogo central” invisível, responsável por toda luz e energia existente, ideia que rompeu com o geocentrismo absoluto predominante na época e influenciou concepções posteriores sobre o movimento dos corpos celestes.

Eudóxio de Cnido (século IV a.C.) contribuiu de forma decisiva para a sistematização da astronomia antiga ao criar um modelo geométrico baseado em esferas concêntricas para explicar os movimentos aparentes dos planetas, do Sol e da Lua. Seu sistema de esferas homocêntricas foi uma tentativa de descrever matematicamente o cosmos, servindo de base para o modelo geocêntrico de Aristóteles e, posteriormente, para o de Ptolomeu.

Aristóteles de Estagira (384 – 322 a.C.), considerado por muitos o pensador mais influente da antiguidade (Horvath, 2008, p.19), era discípulo de Platão, via na natureza um método para a busca da realidade. Ele acreditava que todas as transformações da natureza aconteciam entre a Terra e Lua devido à existência dos quatro elementos (terra, água, ar e fogo) e acreditava também na existência de um quinto elemento (o éter ou quintessência “o qual construiria a matéria primordial que firmaria todos os corpos celestes (perfeitos e imutáveis)” (Horvath, 2008, p.20). Seu modelo de Universo, com a Terra no centro, tornou-se mais complexo que os anteriores ao introduzir esferas concêntricas interligadas para justificar o movimento dos planetas, funcionando como uma espécie de engrenagem cósmica. Dessa forma, concebeu um cosmos único, imutável e eterno, sem origem nem fim, com Terra ocupando a posição central.

O primeiro modelo heliocêntrico consistente para o sistema solar, foi proposto por Aristarco de Samos (310 – 230 a.C.). Matemático e astrônomo grego, Aristarco tentou estimar o tamanho e a distância do Sol e da Lua, concluindo corretamente que o Sol era muito maior que a Terra, o que reforçava a impossibilidade de a Terra ser o centro do Universo. Apesar de revolucionário, o modelo de Aristarco não foi aceito na época, pois contrariava a física aristotélica e a percepção sensorial de um mundo “fixo” sob nossos pés.

Eratóstenes de Cirene (276 – 194 a.C.), importante matemático, astrônomo, geógrafo e filósofo grego, foi diretor da famosa Biblioteca de Alexandria, um dos principais centros de conhecimento do mundo antigo. Sua principal contribuição foi a medição, com incrível precisão, do raio da Terra em um experimento simples, que será relatado em detalhes na seção 3.3, utilizando a sombra de objetos postos ao sol (gnômons) e conhecimentos básicos de trigonometria. Além disso, Eratóstenes elaborou um mapa-múndi baseado em coordenadas geográficas e desenvolveu o “Crivo de Eratóstenes”, um método eficiente para identificar números primos. Por suas múltiplas contribuições em diferentes áreas do saber, ficou conhecido como “pentátlon da sabedoria”, símbolo do espírito científico da Grécia helenística.

Considerado o maior astrônomo da era pré-cristã, Hiparco de Neceia (160 – 125 a.C.) construiu um observatório na ilha de Rodes e fez observações astronômicas entre 160 e 127 a.C.). Coube a ele elaborar o primeiro catálogo de estrelas conhecido, com cerca de 850 estrelas catalogadas, com suas posições no céu e magnitudes (graus de brilho). Foi também o criador da escala de magnitudes estelar, que varia de 1 a 6, sendo 1 a estrela mais brilhante e 6 a estrela mais fraca visível a olho nu (Oliveira e Saraiva, 2014).

Segundo Oliveira e Saraiva (2014), Hiparco foi o primeiro a determinar corretamente a direção dos polos celestes e a descobrir o fenômeno de precessão dos equinócios – uma lenta mudança na orientação do eixo de rotação da Terra, causada pela influência gravitacional do Sol e da Lua, que completa um ciclo a cada 26 mil anos.

Para chegar a essa descoberta, ele comparou suas medições com as realizadas 150 anos antes por outros astrônomos, como Timocharis e Arístilo de Alexandria. Esses astrônomos, ligados à Escola de Alexandria, também foram pioneiros na medição das distâncias das estrelas em coordenadas celestes e trabalharam na Biblioteca de Alexandria, um dos maiores centros de pesquisa da época.

Como já mencionado no início dessa seção, o último e mais importante astrônomo da antiguidade foi Ptolomeu (85 d.C. – 165 d.C.). Claudius Ptolomeu foi um astrônomo, matemático e geógrafo grego que viveu em Alexandria, no Egito, durante o século II d.C., tendo como sua principal contribuição a obra “Almagesto”, na qual apresentou o modelo geocêntrico do Universo, segundo o qual a Terra ocupa o centro e todos os astros – Sol, Lua, planetas e estrelas – giram ao seu redor em órbitas circulares formadas por epíclis e deferentes. Esse modelo dominou o pensamento astronômico ocidental por mais de 1400 anos, até ser substituído pelo modelo heliocêntrico de Copérnico no século XVI.

Além da astronomia, Ptolomeu escreveu obras importantes sobre geografia – como *O Tratado Geographia*, que reunia o conhecimento cartográfico e coordenadas da época – e sobre óptica, estudando a refração e a reflexão da luz.

Seu legado foi fundamental para a ciência antiga e medieval, influenciando tanto o mundo islâmico quanto o europeu durante a Idade Média e o Renascimento.

3.9.3 O Experimento Eratóstenes de Cirene

Lembrado como a primeira pessoa a medir, com incrível precisão, a circunferência da Terra, Eratóstenes de Cirene (276 – 195 a.C.) era um importante astrônomo, geógrafo, matemático, historiador e poeta da antiguidade. Eratóstenes, que nasceu em Cirene (atual Líbia), desde sua infância, era um aficionado pelos fenômenos naturais. Sua curiosidade o fez viajar pela Grécia e estudar em Atenas e Alexandria, onde concluiu seus estudos.

Após concluir seus estudos, Eratóstenes foi nomeado bibliotecário-chefe da Grande Biblioteca de Alexandria, um dos maiores e mais importantes centros de pesquisa e conhecimento da antiguidade. Acredita-se que lá, Eratóstenes, lendo um rolo de papiros, encontrou uma valiosa informação de que, ao meio dia do solstício de verão (21 de junho no hemisfério norte, o Sol era refletido no fundo de um poço em Siena (atual Assuã) – evidência de que, naquele local, o Sol estava a pino.

Ele percebeu então, que o mesmo fenômeno não ocorria em Alexandria, o que sugeria uma possível curvatura da Terra, hipótese já apoiada por outras observações – como desaparecimento gradual de navios no horizonte e a forma esférica do Sol e da Lua. Considerando a Terra esférica, ele buscou determinar o seu tamanho.

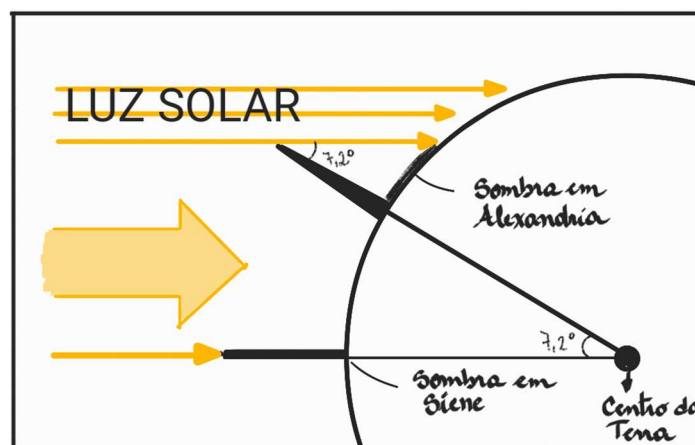
É fato que, segundo Longhi, “nenhuma obra original de Eratóstenes descrevendo o seu método de medição da Terra tenha sido encontrada”. O que se sabe é que Cleômedes, filósofo e astrônomo grego, em sua obra *Teoria das Revoluções dos Corpos Celestes*, havia descrito o feito de Eratóstenes. Sabe-se também que Arquimedes e Aristóteles já haviam tentado calcular o valor do diâmetro da Terra, porém, com uma margem de erro muito além daquilo calculado por Eratóstenes.

Eratóstenes sabia que Siena e Alexandria estavam sobre o mesmo meridiano, com Siena ao sul de Alexandria. Sabia também que a distância entre as duas cidades era de aproximadamente 5.000 estádios (o que pode equivaler, em unidades do Sistema Internacional, a 787.500 metros). Outro fato é de que Siena se localizava em um local onde o Sol, ao meio dia solar, ficava a pino, exatamente no dia do solstício de verão, o que fazia com que uma haste vertical, no solo, não produzisse sombras.

Segundo Langhi (2017), se a Terra fosse plana, duas hastes idênticas, colocadas em locais diferentes, projetariam sombras de igual comprimento no mesmo dia e horário. Entretanto, o fato de a Terra ser esférica, as hastes, dispostas perpendicularmente à sua superfície curva, geram sombras de comprimentos diferentes, já que estão inclinadas em ângulos diferentes em relação aos raios solares paralelos.

Ele observou que, em Siena, o ângulo entre a haste e a sombra era nulo, pois não havia sombra ao meio dia (o Sol estava exatamente a Pino). Em contrapartida, no mesmo instante, em Alexandria, ele verificou que o ângulo formado pela haste e sua sombra correspondia a $1/50$ de uma circunferência completa, ou seja, $1/50$ de 360° , o que equivale a aproximadamente 7° (Figura 2).

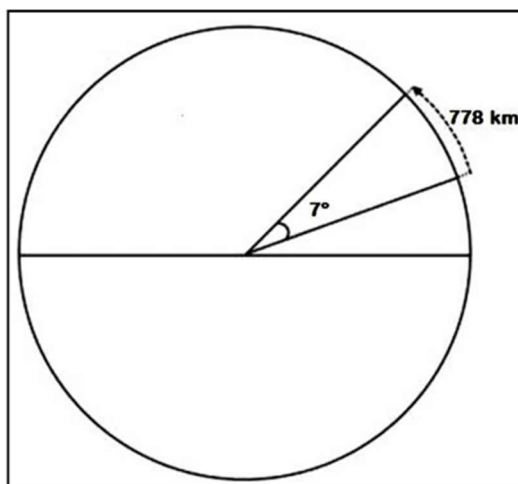
Figura 2 - Experimento de Eratóstenes – Sombras em Siene e Alexandria.



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Dessa forma, Eratóstenes descobriu que entre as cidades de Siene e Alexandria deveria haver um arco de circunferência que deveria medir $1/50$ da circunferência completa da Terra. Utilizando-se uma regra de três simples ele conseguiu calcular o comprimento da circunferência do planeta. Assim, se a distância entre Alexandria e Siene era de 5.000 estádios e se essa distância era 50 vezes menor que a circunferência da Terra, ele concluiu que o planeta teria uma circunferência de aproximadamente 250.000 estádios.

Figura 3 - Distância entre Alexandria e Siene.



Fonte: Langhi 2017

Aqui, consideraremos o valor de um estádio como aproximadamente 157,5 metros. Com isso, o valor encontrado por Eratóstenes, para a distância entre as duas cidades, era de aproximadamente 787 km (Figura 3). Assim, o comprimento da circunferência da Terra, seria de 39.735.000 m. Segundo o Serviço Geológico do Brasil (SGB), a Terra, na linha equatorial, tem uma circunferência de 40.072 km. A linha do Equador é a linha que divide o planeta em duas partes, em que todas as suas partes estão equidistantes dos polos Norte e Sul. Isto é, divide a Terra em dois hemisférios, o Norte e o Sul (Jacques).

Figura 4 - Medida do diâmetro e da circunferência da Terra na linha do equador.



Fonte: Serviço geológico Brasileiro – SGB

Já a circunferência meridional da Terra é de aproximadamente 40.008 km (Figura 4). A linha meridional é aquela que divide a Terra em outros dois hemisférios, só que nesse caso, hemisfério Leste e hemisfério Oeste.

Segundo Langhi, “a medida atual da Terra é de 39.940 km para a circunferência do planeta, considerando o raio da Terra de 6.356,75 km; o raio médio, porém, é de 6.371 km.

Controvérsias à parte, quando afirmamos que a real contribuição de Eratóstenes talvez tenha sido o feito em si, pois, nas culturas antigas, não há registro de alguém que tenha tentado calcular as dimensões do nosso planeta com tanta precisão e nem sequer havia concordância de que a Terra é esférica (Langhi, 2017, p.12).

3.9.4 A Astronomia no Renascimento

Nicolau Copérnico aparece, neste trabalho, como figura chave para entendermos a passagem de um Universo centrado na Terra para uma visão em que o Sol assume esse papel, abrindo caminho para a astronomia moderna. Ao apresentar sua proposta heliocêntrica e reorganizar matematicamente os movimentos planetários, ele não apenas ofereceu uma alternativa mais coerente ao modelo ptolomaico, mas também estabeleceu bases sobre as quais Tycho Brahe, Galileu Galilei e Johannes Kepler desenvolveram suas próprias investigações, que serão discutidas nas próximas seções.

3.9.4.1 Nicolau Copérnico

Nicolau Copérnico (1473 – 1543) nasceu na região que corresponde à atual Polônia, onde formou-se em Artes, Matemática e Astronomia na Universidade de Cracóvia. Ali, teve acesso tanto a textos gregos clássicos quanto às concepções cosmológicas de Aristarco de Samos (310 – 230 a.C.), filósofo que havia formulado um modelo heliocêntrico primitivo – como mencionado na seção 3.2 deste trabalho. Copérnico identificou nessa proposta uma alternativa potencialmente mais coerente para descrever os movimentos planetários e dedicou-se a investigá-la de maneira mais profunda.

Seu sistema cosmológico resultou de uma síntese teórica que articulava elementos do modelo heliocêntrico de Aristarco com aspectos geométricos da tradição ptolomaica. Embora mantivesse a noção de esferas concêntricas responsáveis por sustentar os corpos celestes, copérnico reposicionou as deferentes circulares – ou orbes – de modo que o Sol ficasse no centro. Essa reorganização permitiu que os deslocamentos dos planetas fossem representados de forma mais simples e matematicamente mais harmoniosa, ainda que suas previsões para as posições planetárias não diferissem substancialmente das obtidas pelo sistema de Ptolomeu.

Copérnico postulou ainda que a Terra realiza rotação em torno de seu próprio eixo com período aproximado de 24 horas, explicando, assim, a alternância de dia e noite. Afirmou, também, que o planeta descreve uma translação anual ao redor do Sol, responsável pelo ciclo das estações do ano. Nesse contexto, fenômenos como o movimento retrógrado de Marte seriam meras ilusões de observação, resultantes do fato de a Terra possuir velocidade orbital superior àquele planeta, produzindo a impressão de este se deslocaria para trás quando ultrapassado.

Suas ideias foram recebidas, inicialmente, como uma hipótese especulativa sobre a estrutura do Universo e passaram a ser mobilizadas por diversos pensadores como contraponto às doutrinas cosmológicas sustentadas pela Igreja Católica, instituição que detinha grande autoridade intelectual durante aquele período. Entretanto, o modelo não conseguiu, por exemplo, explicar por que o movimento terrestre não é diretamente percebido pelos seres humanos, nem justificar por que a atmosfera não manifesta deslocamentos bruscos caso a Terra realmente estivesse em rotação. Ainda assim, sua

obra exerceu influência decisiva sobre cientistas posteriores, entre eles Johannes Kepler, Galileu Galilei e Isaac Newton, que contribuíram para o desenvolvimento e consolidação da física e da astronomia modernas.

Segundo Oliveira e Saraiva (2014) as realizações mais importantes de Nicolau Copérnico foram:

1. Introduzir a ideia de que a Terra, assim como os outros cinco planetas conhecidos, gira ao redor do Sol;
2. Ordenou os planetas de acordo com as respectivas distâncias até o Sol: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno. (Urano, Netuno e Plutão só foram descobertos nos séculos seguintes a Nicolau Copérnico);
3. Baseado na distância entre a Terra e o Sol, calculou as distâncias dos planetas ao Sol.
4. Percebeu que a velocidade orbital do planeta é maior quando ele se encontra mais próximo ao Sol. Com isso, ele conseguiu explicar o movimento retrógrado dos planetas sem a necessidade da utilização do modelo dos epiciclos.

Vale ressaltar que Copérnico manteve a ideia de que os planetas giravam em torno do Sol em órbitas circulares. Diante disso, para manter a razoabilidade das posições dos planetas, teve que manter pequenos epiciclos, mas não usou equantes (Oliveira e Saraiva, 2014).

3.9.5 Tycho Brahe

Nascido na Dinamarca, três anos após a morte de Nicolau Copérnico, Tycho Brahe (Figura 5) (1546 – 1601) é considerado o último grande astrônomo observacional antes da invenção do telescópio. Com instrumentos de alta precisão construídos por ele mesmo, Tycho realizou medições detalhadas das posições dos planetas e das estrelas, alcançando resultados com erros inferiores a um minuto de arco – uma precisão notável para a época.

Figura 5 - Tycho Brahe

Fonte: <https://www.alamy.com/stock-photo/Tycho-Brahe.html?sortBy=relevant>

Oliveira e Saraiva (2014) afirmam que o talento de Brahe, como observador, chamou a atenção do rei dinamarquês Frederico II (1534 – 1588), que financiou a construção de um observatório na ilha báltica de Hveen. Após a morte do rei, Tycho perdeu o apoio real e seus privilégios, o que o levou, 1597, a deixar a Dinamarca e aceitar o cargo de astrônomo da corte do imperador da Boêmia, em Praga. Embora não aceitasse a teoria heliocêntrica de Copérnico, suas observações rigorosas dos movimentos planetários foram fundamentais para que Johannes Kepler, seu assistente nos últimos anos de vida, formulasse as leis do movimento dos planetas. Em 1600, um ano antes de sua morte, Tycho contratou o jovem matemático alemão Johannes Kepler, confiando-lhe a análise de dados acumulados ao longo de duas décadas de observações.

3.9.6 Galileu Galilei

O grande físico e astrônomo italiano, Galileu Galilei (Figura 6), nascido na cidade de Pisa, em 15 de fevereiro de 1564, filho de Vincenzo Galilei e Julia Ammanati di Pescia, foi, aos 17 anos, encaminhado para estudar medicina, por ser uma profissão lucrativa, já

que suas origens eram humildes. Entretanto, a carreira médica não foi muito atraente para Galileu e seu espírito contestador fez com que se interessasse por outros tipos de problemas.

Galileu ainda cursava o segundo ano do curso de medicina – que jamais concluiu – quando descobriu sua vocação para matemática e as ciências naturais. Conta-se que, certa vez, observando despreocupadamente as oscilações de um lustre da catedral de Pisa, ele se interessou em medir o tempo de cada oscilação, comparando-a com o número de batidas do seu próprio pulso. Surpreso, verificou que, embora as oscilações se tornassem cada vez menores, o tempo de cada oscilação permanecia sempre o mesmo.

Figura 6 - Galileu Galilei



Fonte: <https://www.alamy.com/stock-photo/Galileu-Galilei.html?sortBy=relevant>

Repetindo a experiência em sua casa, utilizando um pêndulo feito com uma pedra amarrada a fio, este resultado foi confirmado, verificando que o tempo de oscilação dependia do comprimento do fio. Com essa descoberta ele inventou o *pulsilogium*, uma espécie de relógio utilizado para medir a pulsação. Esta seria sua última contribuição para a medicina.

O encontro de sua verdadeira vocação científica o fez abandonar a universidade de medicina, contra a vontade de seu pai, e dedicou-se por conta própria aos novos estudos. Em 1585, Galileu foi para Florença, onde manteve contato com intelectuais que

frequentavam a casa de seu pai, o que enriqueceu bastante sua formação filosófica e literária.

Além de seus trabalhos em mecânica, ele contribuiu para o desenvolvimento da Astronomia. Em virtude de sua grande habilidade experimental, Galileu construiu seu próprio telescópio, em 1610, para o uso em observações astronômicas. Contudo, o mérito pela invenção do telescópio não lhe pertence, visto que o primeiro exemplar foi patenteado em 1609 pelo holandês Hans Lippershey. Ao tomar conhecimento dessa invenção, Galileu desenvolveu seu próprio telescópio, inicialmente com uma ampliação de três vezes, aprimorando-o até alcançar trinta vezes de aumento. A partir dessas observações, realizou descobertas astronômicas de grande relevância, entre as quais, segundo Oliveira e Saraiva (2014), destacam-se:

1. A constatação de que a Via Láctea é composta por uma imensa quantidade de estrelas, e não por uma substância nebulosa contínua;
2. A identificação de quatro satélites naturais de Júpiter – Io, Europa, Ganimedes e Calisto –, conhecidos como satélites galileanos, os quais orbitam o planeta com períodos variando entre 2 e 17 dias. Essa observação foi decisiva para demonstrar que os outros corpos também podem servir como centros de movimento, reforçando a ideia de que a Terra não está imóvel no Universo;
3. A descoberta de que Vênus apresenta fases semelhantes às da Lua, evidenciando que ele orbita o Sol e não a Terra, contrariando diretamente o modelo geocêntrico de Ptolomeu;
4. A observação das montanhas e crateras da Lua, bem como das manchas solares, demonstrando que os corpos celestes não são esferas perfeitas, mas possuem irregularidades, assim como a Terra.

Essas descobertas fornecem fortes evidências em favor do heliocentrismo, apoiando as concepções de Copérnico. No entanto, as ideias de Galileu encontraram resistência da Igreja Católica, levando-o a ser julgado pela Inquisição Romana sob acusação de heresia e forçando-o a se retratar publicamente. Apenas em 1822 o Santo Ofício retirou as obras de Galileu, Copérnico e Kepler do Índice de Livros Proibidos, e sua reabilitação completa ocorreu em 1992, quando uma comissão instituída pelo Papa João Paulo II reconheceu formalmente o erro cometido pelo Vaticano.

3.9.7 Johannes Kepler

O jovem alemão, nascido no dia 27 de dezembro de 1571, na cidade Weil der Stadt, no sul da Alemanha, Johannes Kepler (1571 – 1630) iniciou seus estudos para seguir a carreira teológica. Enquanto estudava na Universidade de Tübingen, Kepler leu sobre os princípios de Copérnico e logo se tornou um entusiasta e defensor do heliocentrismo. Tornou-se professor de matemática e astronomia em uma escola secundária em Graz, na Áustria, em 1579. Porém, devido ao fato de ser protestante durante o período da Contrarreforma da Igreja Católica, Kepler foi expulso da cidade e foi para Praga, onde conheceu Tycho Brahe e começou seu trabalho de assistente. (Oliveira e Saraiva, 2014).

Com a morte de Brahe, Kepler “herda” o posto de astrônomo em Praga e tem acesso irrestrito aos dados obtidos por Tycho, mergulhando em um longo estudo por cerca de vinte anos.

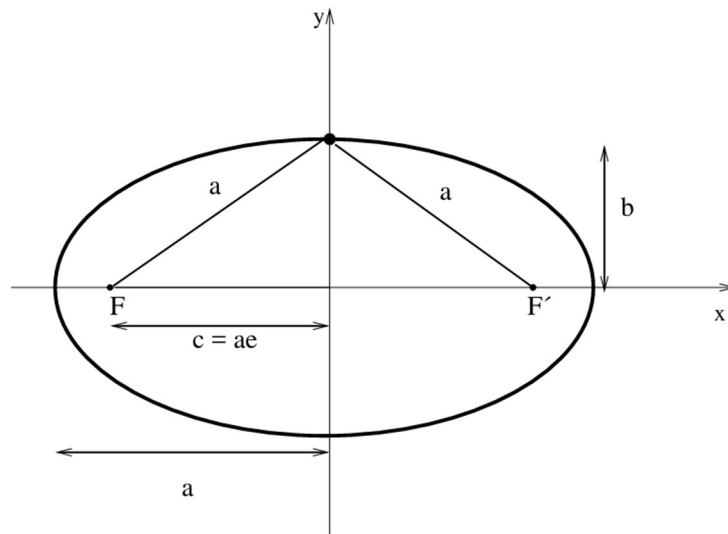
Marte era o planeta com maior quantidade de informações possíveis. Com isso, Kepler conseguiu identificar diferentes posições da Terra após cada ciclo sideral de Marte, o que lhe permitiu delinear a órbita de nosso planeta. Ele percebeu que essa trajetória se ajustava bem em um círculo excêntrico – ou seja, o Sol ligeiramente deslocado do centro. Kepler também tentou definir a órbita de Marte da mesma forma, mas não obteve sucesso. Após vários anos de tentativa, ele percebeu que a órbita de Marte se encaixava em uma elipse. O Sol, então, ocupava um dos focos dessa elipse, o que também explicava a órbita da Terra, com o Sol ligeiramente fora do centro.

3.9.8 As leis de Kepler - Propriedade das Elipses

Em termos matemáticos, uma elipse é uma curva plana e fechada resultante de um conjunto de todos os pontos cuja soma das distâncias a dois pontos fixos, chamados focos, é constante. Assim, como podemos ver na Figura 7, “sendo F e F’ os focos, P um ponto sobre a elipse, e a o seu semieixo maior, então” (Oliveira e Saraiva, 2014):

$$FP + F'P = 2a \text{ [eq. 2]}$$

Figura 7 - Elementos da elipse.



Fonte: Oliveira e Saraiva, 2014

À medida que a distância entre os dois focos aumenta, cresce também a excentricidade (e) da elipse. Considerando-se c como a distância do centro a cada foco, a a distância do semieixo maior e b como o semieixo menor, a excentricidade é expressa pela relação:

$$e = \frac{c}{a} \text{ [eq. 3]}$$

Isolando-se c obtemos imediatamente $c = a.e$. Isso é apenas um rearranjo algébrico de definição.

Como os segmentos $FP = a$, $FC = c$ e $CP = b$ formam um triângulo retângulo de lados a , b e c , temos:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \\ a^2 &= b^2 + (a.e)^2 \\ a^2.e^2 &= a^2 - b^2 \\ e^2 &= \frac{a^2 - b^2}{a^2} \\ \therefore e &= \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \text{ [eq. 4]} \end{aligned}$$

Segundo Oliveira e Saraiva (2014), “Se imaginarmos que um dos focos da órbita do planeta é ocupado pelo Sol, o ponto da órbita mais próximo do Sol é chamado de periélio, e o mais distante é chamado afélio. A distância do periélio ao foco (R_p) é:

$$\begin{aligned} R_p &= a - c \\ R_p &= a - a.e \end{aligned}$$

$$R_p = a \cdot (1 - e) \text{ [eq. 5]}$$

Analogamente, temos que o afélio R_a será dado por:

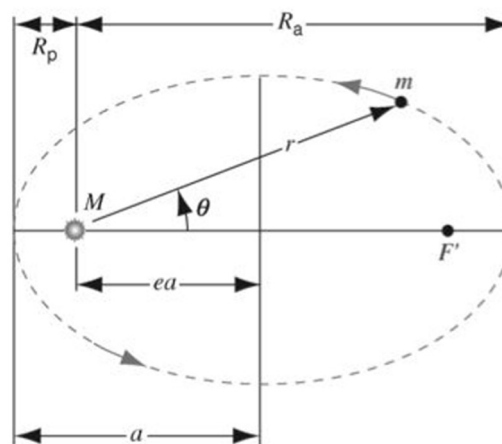
$$R_a = a \cdot (1 + e) \text{ [eq. 6]}$$

3.9.8.1.1 Primeira Lei de Kepler

Publicada por Johannes Kepler em 1609, a Primeira Lei de Kepler (A Lei das Órbitas) diz que:

Todos os planetas, incluindo a Terra, movem-se em órbitas elípticas, com o Sol em um dos focos.

Figura 8 - Representação da órbita de um planeta ao redor do Sol.



Fonte: Halliday, 2017, p.14

A Figura 8 ilustra um planeta de massa m descrevendo uma órbita elíptica em torno do Sol, cuja massa M é significativamente superior ($M \gg m$). Dessa forma, o centro de massa do sistema planeta-Sol pode ser considerado coincidente com o centro do Sol.

A trajetória é caracterizada pelo semieixo maior a e pela excentricidade e , sendo esta definida de modo que o produto $e \cdot a$ representa a distância entre o centro da elipse e cada um dos focos, indicados por F e F' .

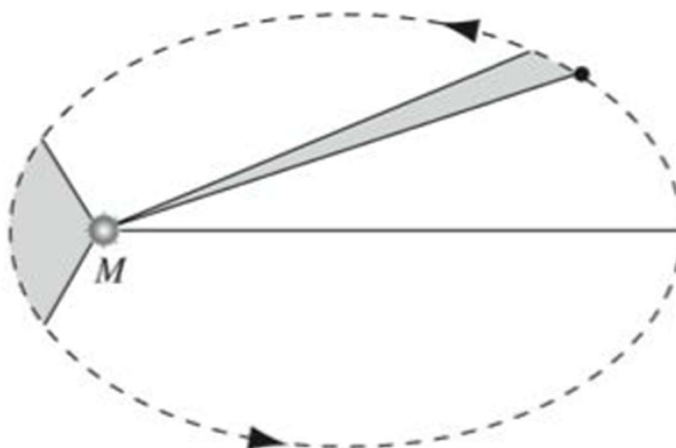
3.9.8.1.2 Segunda lei de Kepler

A Segunda Lei de Kepler (Lei das Áreas), também publicada em 1609 diz:

O segmento de reta que une o planeta ao Sol varre áreas iguais em intervalos de tempos iguais (Figura 9), o que significa que a taxa de variação da área ($\frac{dA}{dt}$) mantida por esse segmento é constante ao longo do movimento orbital.

Segundo Halliday (2017), “na realidade, esta lei diz que o corpo em órbita se move mais rapidamente quando ele está próximo do corpo centro (Sol) do que quando está distante”. Assim podemos dizer que a lei das áreas é idêntica à lei da conservação da quantidade de movimento angular.

Figura 9 - Lei das Áreas



Fonte: Halliday (2017), p.15.

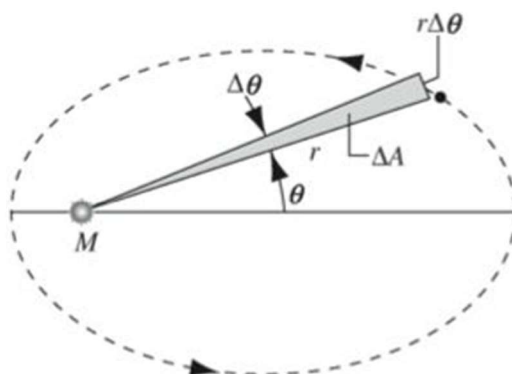
A área sombreada representada na Figura 10 corresponde, aproximadamente, à área varrida, durante o intervalo de tempo Δt , pela linha que une o Sol ao planeta, separados por uma distância r . Essa área elementar, indicada por ΔA , pode ser estimada pela área de um triângulo cuja base é $r\Delta\theta$ e cuja altura é r . Considerando que área de um triângulo é igual à metade do produto entre a base e a altura, obtém-se:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} \text{ [eq. 7]}$$

Como $\frac{d\theta}{dt} = \omega$ (velocidade angular), temos:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \omega \text{ [eq. 8]}$$

Figura 10 - Área varrida em um intervalo de tempo Δt .



Fonte: Halliday, 2017, p.15

3.9.8.1.3 Terceira Lei de Kepler

A Terceira Lei de Kepler, proposta em 1618, diz que: “o quadrado do período orbital do planeta é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol” (Oliveira e Saraiva, 2014, p. 80).

Essa lei, Segundo Oliveira e Saraiva (2014), diz que os planetas situados em órbitas mais extensas se deslocam mais lentamente ao redor do Sol, o que indica que a força de interação gravitacional entre o Sol e o planeta diminui com o aumento da distância em relação à estrela.

Considerando P como o período sideral do planeta, a como o semieixo maior da órbita – equivalente à sua distância média ao Sol – e K como a constante de proporcionalidade, a Terceira lei de Kepler pode ser expressa matematicamente por:

$$P^2 = K \cdot a^3 \text{ [eq. 9]}$$

Se considerarmos P medido em anos (tempo em que a Terra completa uma volta ao redor do Sol) e a em unidades astronômicas (distância entre a Terra e o Sol), o valor de K torna-se igual a 1, simplificando a expressão para:

$$P^2 = a^3 \text{ [eq. 10]}$$

4 METODOLOGIA E ANÁLISE DE DADOS

A metodologia da pesquisa consiste em um estudo de natureza qualitativa, com apoio de dados quantitativos, desenvolvido por meio da implementação e análise de uma Sequência de Ensino e aprendizagem (SEA) sobre o experimento de Eratóstenes em uma turma de 3ª série do Ensino médio de uma escola pública da Rede Estadual de Educação de Mato Grosso do Sul. Este capítulo descreve o delineamento do estudo, os instrumentos utilizados, os procedimentos de coleta e os critérios de análises dos dados, de modo a responder às perguntas de pesquisa e verificar o alcance dos objetivos propostos.

4.1 Delineamento da pesquisa

A investigação caracteriza-se como uma pesquisa de abordagem mista, com predominância qualitativa, do tipo intervenção didático-pedagógica em um contexto de sala de aula. O estudo se organiza em torno da aplicação de uma Sequência de Ensino e Aprendizagem (SEA) articulada ao Projeto Eratóstenes Brasil, em que os estudantes vivenciam etapas de observação, medição, modelagem geométrica e discussão conceitual sobre a forma e as dimensões da Terra.

O cenário empírico foi uma turma de 3ª série do Ensino Médio de uma escola estadual em Corumbá MS, na qual a SEA foi aplicada ao longo de 10 aulas com aproximadamente 50 minutos, distribuídas no primeiro semestre de 2025, mais duas aulas adicionais destinadas à aplicação de uma avaliação diagnóstica e uma avaliação final.

A pesquisa assume caráter interventivo, pois o pesquisador planeja, implementa e avalia uma proposta de ensino, buscando compreender seus efeitos na aprendizagem de conceitos de astronomia e no entendimento do método científico.

Do ponto de vista dos objetivos, trata-se de uma pesquisa aplicada, voltada à avaliação da eficácia da SEA na promoção de compreensão conceitual sobre o experimento de Eratóstenes, sobre noções de geometria da esfera terrestre e sobre o papel histórico-metodológico desse experimento na construção do saber científico.

Essa opção de delineamento se fundamenta nos pressupostos de Bruner acerca da aprendizagem por descoberta e do currículo em espiral, ao propor atividades que articulam representações ativa, icônica e simbólica na construção progressiva dos conceitos astronômicos trabalhados.

4.2 Instrumento de pesquisa

Foram utilizados múltiplos instrumentos de produção de dados, combinando registros escritos, avaliações formais e registros de atividades em grupo. Essa triangulação permite confrontar desempenhos quantitativos com evidências qualitativas de raciocínio e de participação.

A avaliação diagnóstica composta por questões abertas, destinadas a identificar conhecimentos prévios sobre astronomia, forma da Terra, experimento de Eratóstenes, ângulos solares, fusos horários e relações geométricas entre arco e ângulo central. Questões como 5, 6, 8, 9 e 10 investigaram, por exemplo, noções sobre incidência solar em diferentes localidades, uso de sombras para inferir a forma da Terra, capacidade das civilizações antigas de realizar medições e familiaridade com o Projeto Eratóstenes Brasil.

As atividades realizadas ao longo das aulas, como as atividades das aulas 3, 5, 8, 9 e 10, visavam investigar a capacidade de calcular comprimentos de circunferências, raio terrestre e elaboração de mapas mentais e mapas conceituais. Essas ferramentas constituem importantes registros de raciocínio dos estudantes.

A avaliação final, com questões análogas e ou derivadas das situações trabalhadas ao longo da SEA, envolvendo interpretação conceitual e resolução de problemas, como o cálculo do comprimento da circunferência de um planeta fictício, como é o caso da questão 10, e a análise das causas de um erro de 6 % na medida da circunferência da Terra, como na questão 4, e a discussão da relevância do experimento de Eratóstenes para o método científico.

Quanto aos registros de observação e participação dos estudantes tem-se as anotações sobre a dinâmica das aulas, as dificuldades encontradas, grau de participação dos grupos e adesão às orientações práticas como, por exemplo, a fixação adequada da

folha no solo para marcação das sombras, o uso correto da calculadora, presença e assiduidade dos estudantes.

4.3 Procedimento de coleta de dados

A coleta de dados se deu em três etapas principais: avaliação diagnóstica, desenvolvimento da SEA e avaliação final, articulados entre si.

A etapa da avaliação diagnóstica escrita, ocorrida no dia 23 de maio de 2025, contou com a participação de 31 estudantes, com questões voltadas a identificar conhecimentos prévios sobre astronomia e método científico.

Os resultados mostraram, por exemplo, elevado percentual de respostas “não sei” em questões que tratavam da relação entre sombras e forma da Terra, como na questão 6, e do conhecimento sobre o Projeto Eratóstenes Brasil, como é o caso da questão 9 (que pode ser considerado um erro conceitual no que diz respeito à Teoria de Aprendizado por Descoberta).

4.4 Etapa de implementação da SEA

A SEA contou com 10 aulas, contemplando leitura e discussão de textos sobre a história da astronomia, atividades práticas para determinação de ângulos solares e a participação no Projeto Eratóstenes Brasil com escolas parceiras.

Durante as aulas, foram coletados dados de produções escritas como resolução de exercícios com questões abertas, produção de mapas mentais, registros fotográficos e elaboração de maquetes.

As atividades das aulas 8, 9 e 10 focaram na participação dos estudantes no Projeto Eratóstenes Brasil. A aula 9, por exemplo, centrou-se na medição sistemática de sombras em horários previamente definidos, para a determinação do meio dia solar, enquanto a aula 10 enfatizou o tratamento desses dados para o cálculo da circunferência e o do raio da Terra, cujos resultados evidenciaram diferentes níveis de precisão entre os grupos, por

exemplo, o erro de 51,98% para o grupo G1, valores significativamente imprecisos para o grupo G2, erro de 11,08% para o grupo G3 e erro inferior a 1% para o grupo G4.

4.5 Avaliação final

A avaliação final foi aplicada no dia 23 de junho de 2025, no horário da aula cedido pela professora de biologia. A demora para a aplicação da avaliação final se deve a diversos eventos ocorridos nas sextas-feiras do mês de junho, o que impossibilitou a aplicação da avaliação durante as aulas de física.

Os dados coletados incluíram tanto o percentual de acertos por questão, quanto as resoluções detalhadas de alguns alunos, permitiram identificar estratégias de cálculo e eventuais erros sistemáticos da aplicação da SEA.

A coleta considerou, ainda, a assiduidade e a participação dos estudantes, uma vez que a frequência irregular se mostrou um fator relevante para o desempenho em determinadas atividades e avaliações.

5 APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo 4, é apresentado o processo de desenvolvimento e implementação do produto educacional, elaborado a partir dos resultados obtidos nas avaliações diagnósticas. O texto descreve detalhadamente cada etapa de sua aplicação, acompanhada de uma análise das atividades realizadas. Além disso, são feitas comparações entre as atividades de avaliações diagnósticas e as avaliações finais, permitindo a observação do impacto e efetividade do produto no aprendizado dos discentes. Essa análise comparativa é essencial para compreender o avanço e as transformações ocorridas no nível de conhecimento dos alunos, oferecendo uma base sólida para a avaliação dos resultados obtidos com a aplicação do produto.

5.1 Local da aplicação

A implementação do produto educacional se deu em uma Escola Estadual, localizada na cidade de Corumbá, oeste do Mato Grosso do Sul, cidade que faz fronteira com a cidade de *Arroio Concepción*, distrito de *Santa Cruz de La Sierra*, Bolívia.

A turma selecionada para a aplicação do produto foi uma turma de terceiro ano do Ensino Médio, turma, que na ocasião da aplicação do produto, contava, ao final da aplicação do produto, com 43 alunos regularmente matriculados. Entretanto, o número máximo de alunos que participaram das aulas foi de 31, no dia da avaliação diagnóstica. Os estudantes dessa turma tinham entre 16 e 19 anos de idade.

5.2 Aplicação das avaliações diagnósticas

Este produto educacional conta com uma avaliação diagnóstica (AD). Tal avaliação teve como objetivo o levantamento de dados dos conhecimentos prévios dos

estudantes sobre a forma da Terra e sobre quem foi Eratóstenes de Cirene, bem como os seu experimento para a medida da circunferência da Terra.

Figura 11 - Aplicação da Avaliação diagnóstica.



Fonte: Elaboração do autor, 2025

O produto educacional teve início no dia 25 de março de 2025 com a realização da avaliação diagnóstica (Figura 11 e Figura 12), com duração de aproximadamente 45 minutos. Essa atividade teve como principal finalidade verificar os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito dos conteúdos que seriam abordados ao longo da sequência didática, permitindo identificar possíveis lacunas conceituais e orientar o planejamento das etapas subsequentes da intervenção pedagógica.

Participaram da aplicação 31 dos 35 estudantes regularmente matriculados na turma, conforme o registro no diário de classe. Os discentes de números 7, 14, 29 e 33 não estiveram presentes no momento da avaliação. Após a verificação das informações administrativas da escola, constatou-se que os estudantes 7, 14 e 29 haviam sido transferidos ou remanejados para outras turmas, situação que ainda não se encontrava devidamente atualizada no sistema do diário online à época da aplicação. Assim, apenas o aluno 33 configurou ausência efetiva entre os matriculados ativos no referido período.

Figura 12 - Estudantes realizando a avaliação diagnóstica.

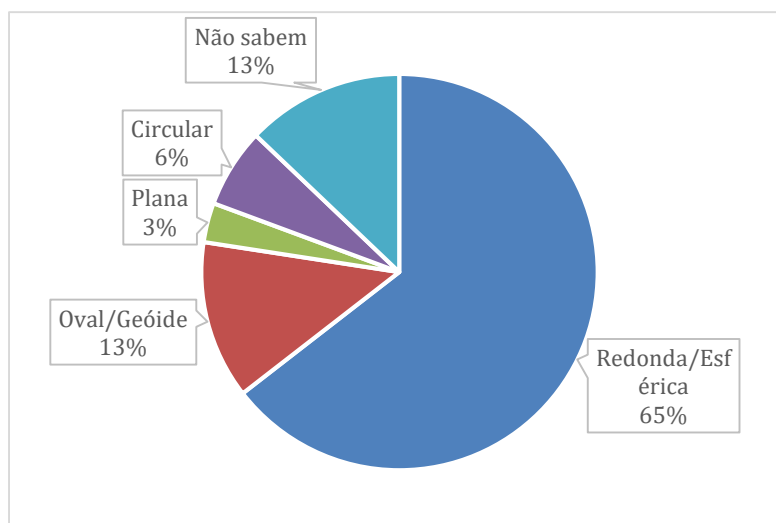


Fonte: Elaboração do autor, 2025

A AD é composta de 10 questões discursivas, em que as respostas de cada estudante foram cuidadosamente analisadas. O intuito era verificar qual o nível de entendimento dos estudantes a respeito do formato da Terra, se conheciam ou não o experimento de Eratóstenes, se já haviam ouvido falar do projeto Eratóstenes Brasil e como eles achavam que cientistas poderiam medir a circunferência da Terra.

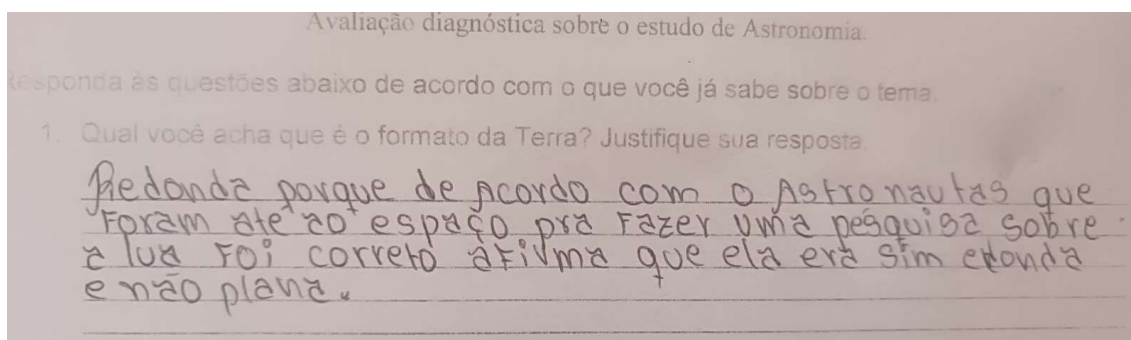
5.2.1 Avaliação diagnóstica – Questão 1

A primeira questão era sobre como os estudantes acreditavam que era o formato da Terra, sem estimular respostas com alternativas. Nesse caso, verificou-se que a maioria dos estudantes (cerca de 65,5%) diziam que a Terra era redonda, porém, a maioria não sabia justificar a resposta. Quatro estudantes (12,9%) disseram que a Terra é oval, outros quatro (12,9%) estudantes disseram que não sabiam ou deixaram em branco, dois (6,45%) deles disseram que a Terra é circular e um (3,22%) disse que a Terra é plana, mas sem saber explicar o porquê. (Figura 13)

Figura 13 - Gráfico da questão 1 da AD1.

Fonte: Elaboração do autor, 2025

O aluno 21 afirma que a Terra tem um formato redondo, entretanto sua justificativa apresenta uma concepção ingênua sobre o motivo pelo qual a Terra tem um formato esférico, como podemos ver na Figura 14.

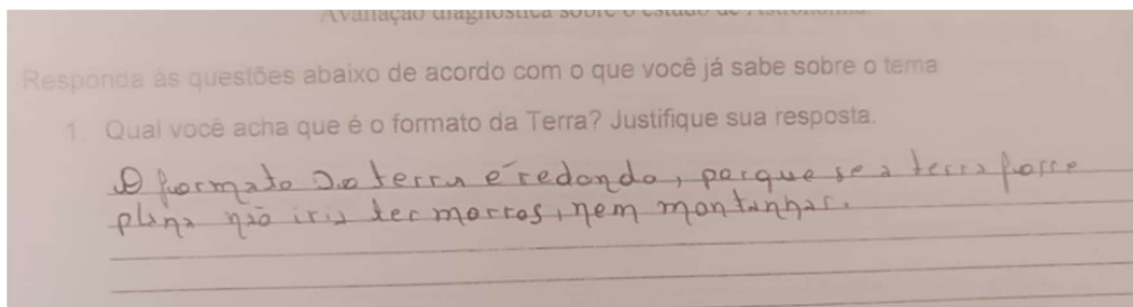
Figura 14 - Resposta do aluno 20.

Fonte: Elaboração do autor, 2025

Nessa resposta o estudante afirma que os astronautas foram até o espaço em uma missão lunar e comprovaram que a Terra é redonda.

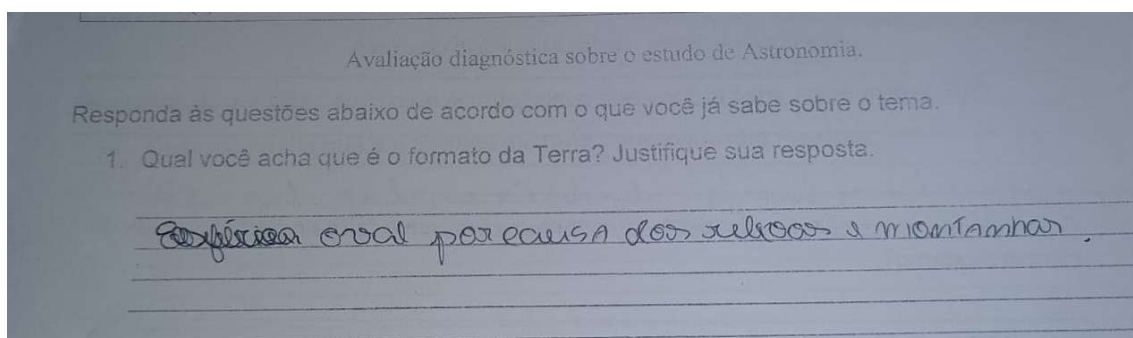
Na Figura 15, a resposta o aluno 30 diz que a Terra é redonda por haver montanhas e morros, enquanto na Figura 16, o aluno 6 diz que a Terra tem um formato oval por causa dos relevos e montanhas.

Figura 15 - Resposta do aluno 27



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Figura 16 - Resposta do aluno 6.



Fonte: Elaboração do autor, 2025

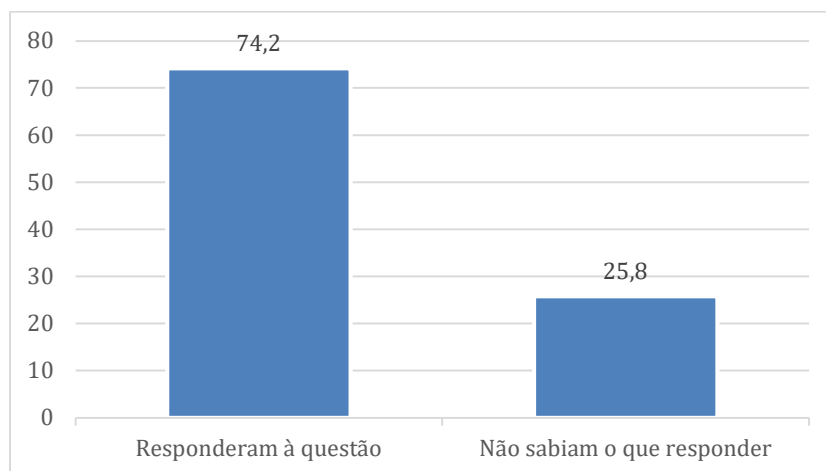
Os estudantes apresentaram, para essa questão um conhecimento prévio sobre o formato da Terra. Entretanto esse conhecimento era bem superficial, de baixo embasamento teórico. Tal conhecimento prévio pode ter sido adquirido na escola ou com a vivência de mundo dos próprios estudantes, o que, na visão de Bruner, o conhecimento prévio do aluno é um ponto de partida essencial para o desenvolvimento da aprendizagem. Em outras palavras, o novo conhecimento só faz sentido quando se relaciona com estruturas cognitivas já existentes.

5.2.2 Avaliação diagnóstica – Questão 2

Na questão 2, que perguntava sobre como poderíamos calcular o “tamanho” da Terra sem precisar sair do planeta, 74,2% (23 alunos) dos estudantes apresentaram

alguma resposta, com pouco conhecimento de causa, e 25,8% (8 alunos) responderam não saber como fazer essa medida. A Figura 17 mostra o gráfico estatístico da questão 2 da avaliação diagnóstica.

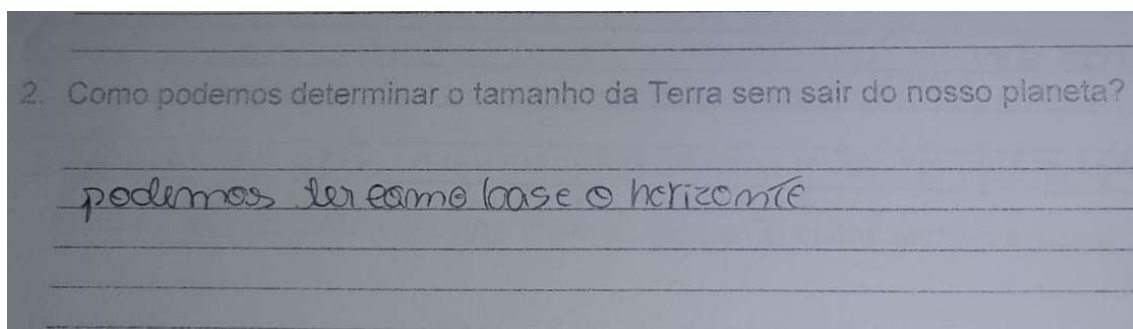
Figura 17 - Gráfico Questão 2



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Podemos destacar que todas as respostas a essa questão revelam certa ingenuidade dos estudantes com quanto à medida do comprimento da Terra. Um exemplo é a resposta do estudante 6, que afirma ser possível determinar o comprimento da circunferência terrestre tomando como base o horizonte (Figura 18).

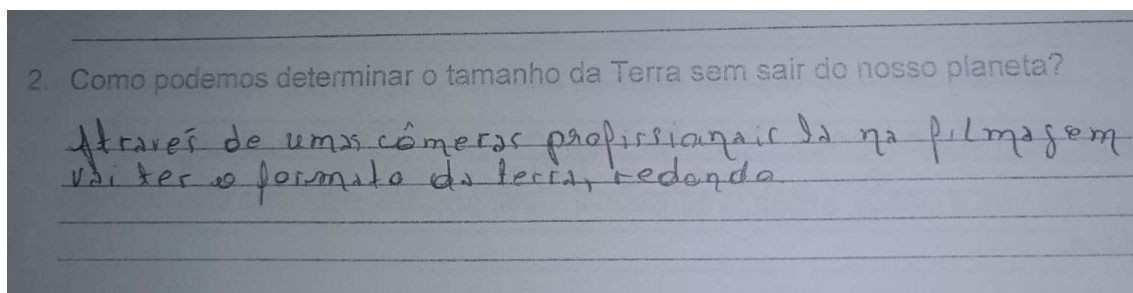
Figura 18 - Resposta do aluno 6.



Fonte: Elaboração do autor, 2025

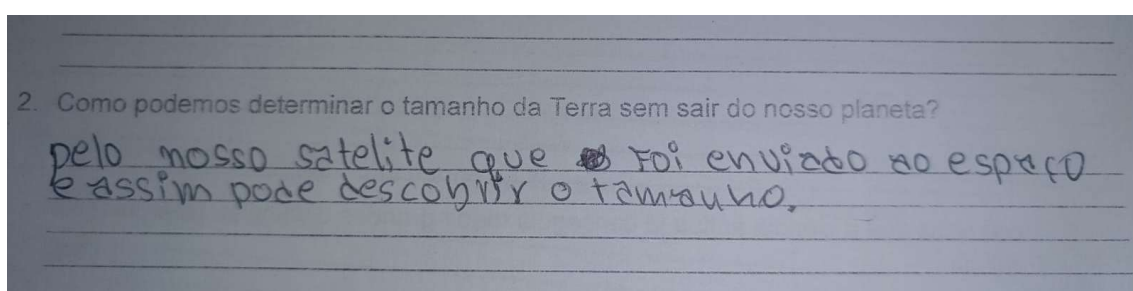
O aluno 30, como podemos ver na Figura 19, justifica que para conseguirmos medir o tamanho da Terra precisamos de câmeras profissionais que são capazes de mostrar o formato do planeta. Já o aluno 21 diz que um satélite enviado ao espaço é o responsável por determinar o tamanho da circunferência terrestre, como podemos ver na Figura 20.

Figura 19 - Resposta do aluno 27.



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Figura 20 - Resposta do aluno 20.

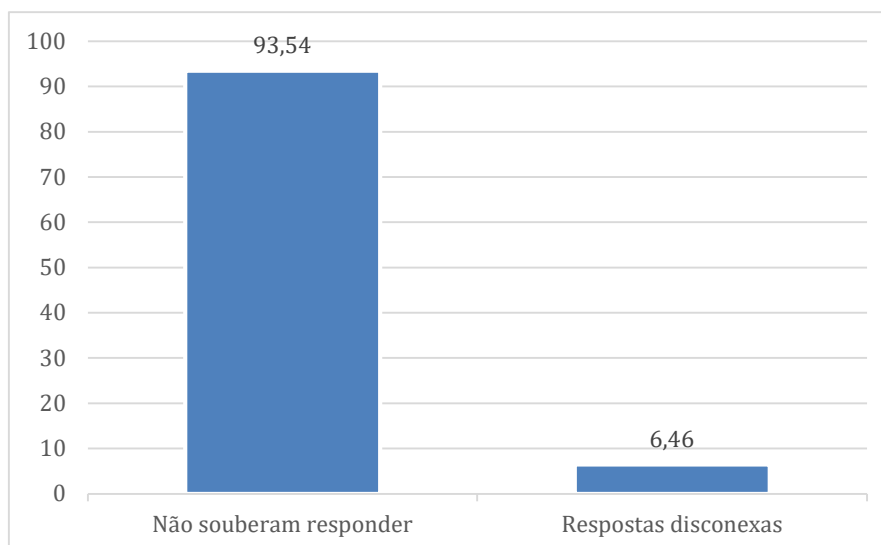


Fonte: Elaboração do autor, 2025

5.2.3 Avaliação diagnóstica – Questão 3

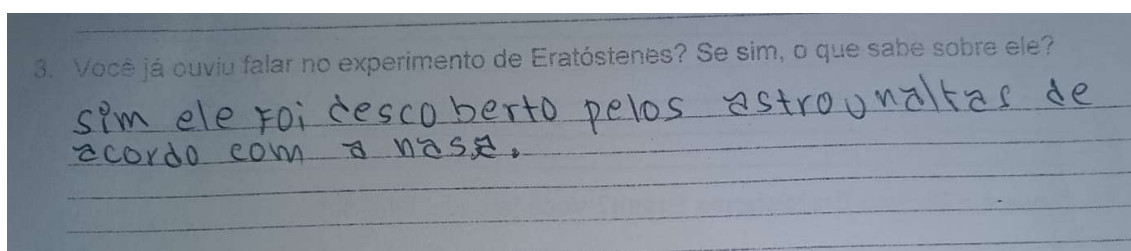
A terceira questão da avaliação diagnóstica teve como objetivo investigar se os estudantes já haviam ouvido falar sobre o experimento de Eratóstenes e, em caso afirmativo, identificar o nível de conhecimento prévio que possuíam a respeito desse conteúdo. Essa pergunta buscava avaliar não apenas o reconhecimento nominal do experimento, mas também a compreensão conceitual dos alunos sobre sua importância histórica e científica no contexto da astronomia e das medições da circunferência terrestre.

Dos 31 alunos que participaram da avaliação, 29 (93,54%) afirmaram não conhecer o experimento, o que evidencia uma lacuna significativa no repertório conceitual prévio relacionado ao tem, como podemos ver na Figura 21. Os demais dois alunos (6,45%) apresentaram respostas superficiais e desconexas, revelando que não possuíam informações consistentes sobre quem foi Eratóstenes nem sobre a natureza de seu experimento.

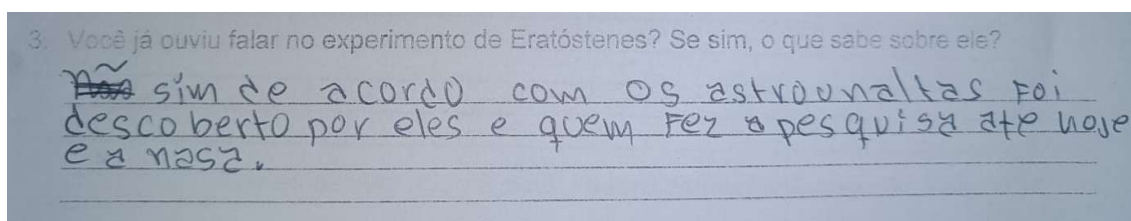
Figura 21 - Gráfico questão 3

Fonte: Elaboração do autor, 2025

Destacam-se, na Figura 22 e na Figura 23 a seguir, essas respostas.

Figura 22 - Resposta do aluno 35.

Fonte: Elaboração do autor, 2025

Figura 23 - Resposta do aluno 20.

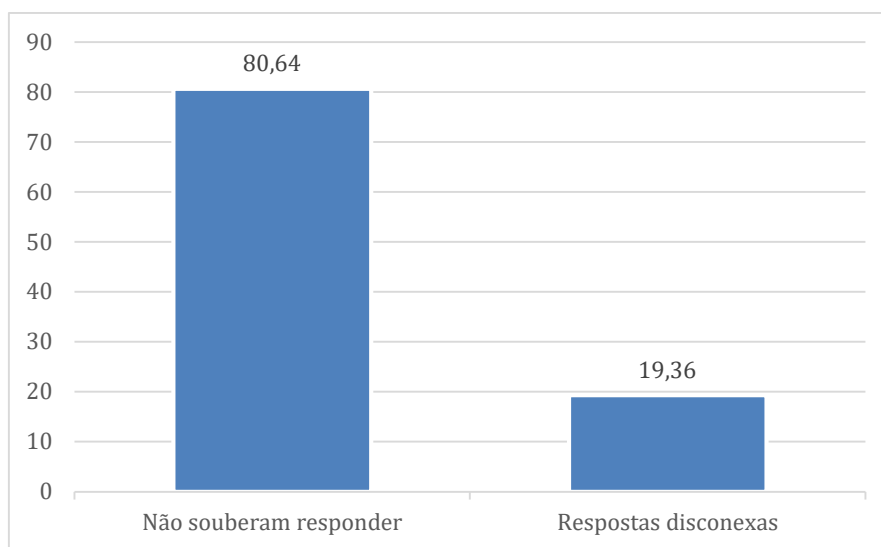
Fonte: Elaboração do autor, 2025

5.2.4 Avaliação diagnóstica – Questão 4

A quarta questão da avaliação teve como propósito verificar se os estudantes possuíam algum conhecimento prévio acerca do conceito de ângulos solares e de suas possíveis aplicações em medições astronômicas. Essa pergunta buscou identificar se os alunos compreendiam a relação entre a posição aparente do Sol no céu e a determinação dos parâmetros fundamentais, como latitude e a circunferência da Terra – conhecimentos essenciais para compreensão do experimento de Eratóstenes e de práticas observacionais na astronomia.

Entre os 31 estudantes avaliados, 25 (80,64%) afirmaram não saber responder à questão, enquanto os 6 restantes (19,36%) apresentaram respostas vagas ou conceitualmente inconsistentes. Esse resultado indica que a maioria dos participantes não possui familiaridade com o conceito de ângulo solar nem compreende seu papel em medições astronômicas, o que evidencia uma lacuna significativa em relação a conteúdos básicos de observação e interpretação de fenômenos celestes (Figura 24).

Figura 24 - Gráfico questão 4



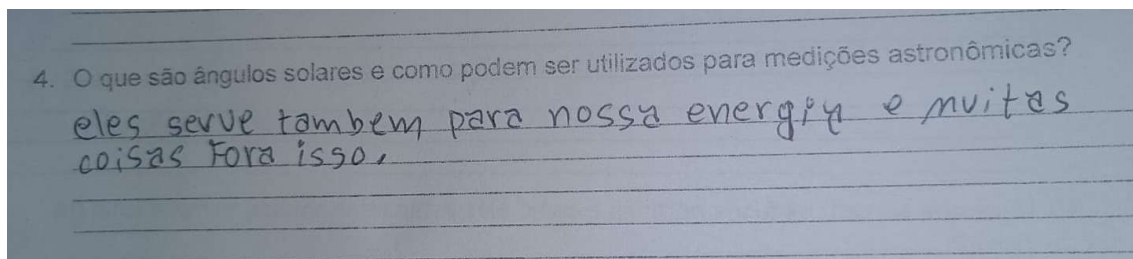
Fonte: Elaboração do autor, 2025

Assim como observado na questão anterior, os dados revelam a ausência de conhecimentos prévios estruturados sobre o tema, o que se configura como um desafio, mas também uma oportunidade pedagógica. De acordo com Bruner (1978), a

aprendizagem efetiva ocorre quando o novo conteúdo se conecta a estruturas cognitivas já existentes, permitindo ao aluno reorganizar seus esquemas mentais e construir novos significados. Portanto, o reconhecimento desse déficit de conhecimento inicial é essencial para orientar a elaboração de estratégias didáticas que favoreçam a descoberta guiada e a construção ativa do conhecimento astronômico.

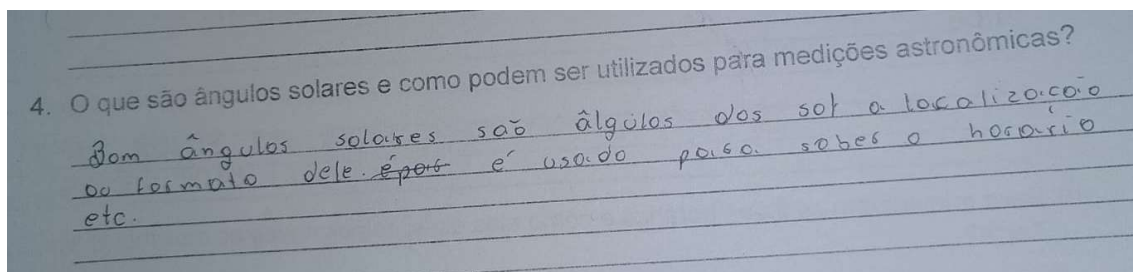
Na Figura 25 podemos ver a resposta do aluno 35, em que ele diz que os ângulos solares servem também para nossa energia e muitas coisas, enquanto a Figura 26 mostra que o aluno 34 acredita que os ângulos solares são usados para saber o horário.

Figura 25 - Resposta do aluno 35.



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Figura 26 - Resposta do aluno 34.



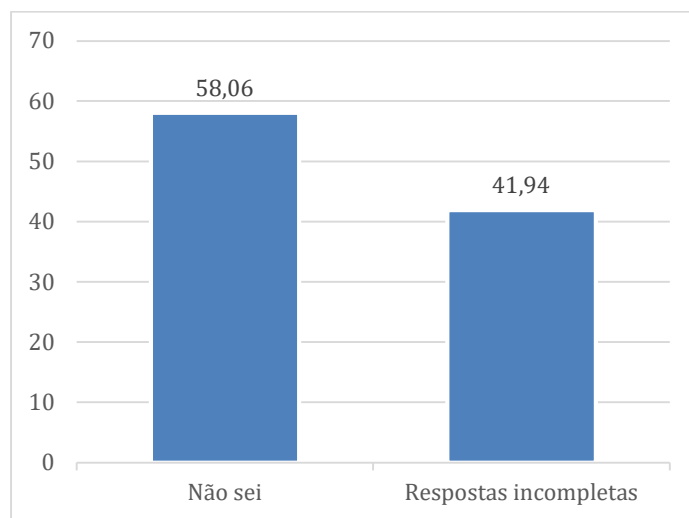
Fonte: Elaboração do autor, 2025

5.2.5 Avaliação diagnóstica – Questão 5

A questão de número 5 da avaliação propôs uma reflexão sobre a incidência dos raios solares em duas cidades localizadas sob a mesma longitude, questionando se essa incidência ocorreria de forma idêntica em ambas. Os dados levantados, e apresentados no gráfico da Figura 27, revelam que 18 alunos (58,06%) afirmaram não saber a resposta,

enquanto 13 alunos (41,94%) indicaram que a incidência solar seria diferente entre as duas localidades. No entanto, mesmo entre o que responderam afirmativamente, não houve clareza ou fundamentação conceitual que justificasse a diferença.

Figura 27 - Gráfico questão 5



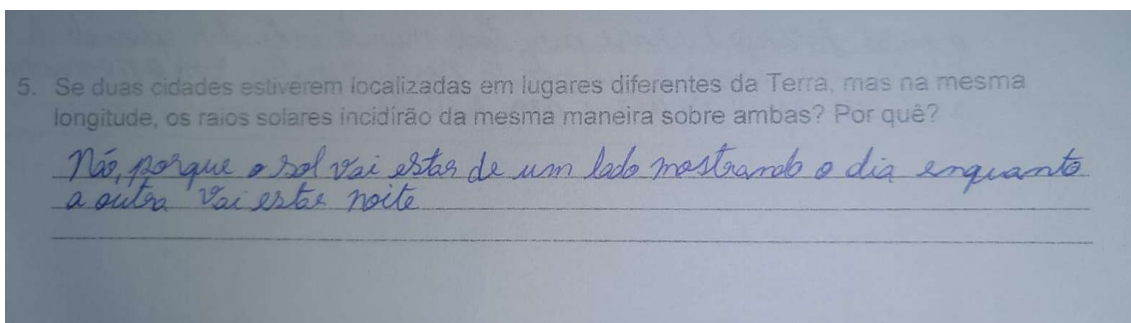
Fonte: Elaboração do autor, 2025

No caso analisado, a dificuldade dos estudantes em justificar a diferença na incidência solar sugere que os conceitos relacionados à posição geográfica, inclinação da Terra e a trajetória aparente do Sol ainda não estão suficientemente consolidados em sua estrutura cognitiva.

Além disso, a elevada taxa de respostas “não sei” pode indicar que os alunos não foram previamente expostos a situações de aprendizagem que os levassem a construir uma compreensão sólida de fatores que influenciam a distribuição da luz solar na superfície terrestre. Isso reforça a necessidade de estratégias, valorizando suas experiências anteriores e promovendo a reconstrução ativa do conhecimento.

O aluno 30, ao responder à questão 5, diz que as sombras incidirão de formas diferentes em duas cidades diferentes pelo fato de em uma cidade estar de dia e na outra de noite (Figura 28).

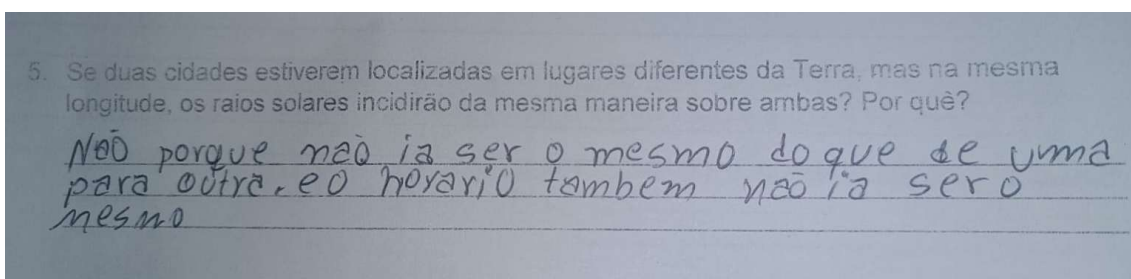
Figura 28 - Resposta do aluno 30.



Fonte: Elaboração do autor, 2025

O aluno 35 afirma que as sombras não serão iguais e que os horários nas duas localidades também serão diferentes (Figura 29)

Figura 29 - Resposta do aluno 35.



Fonte: Elaboração do autor, 2025

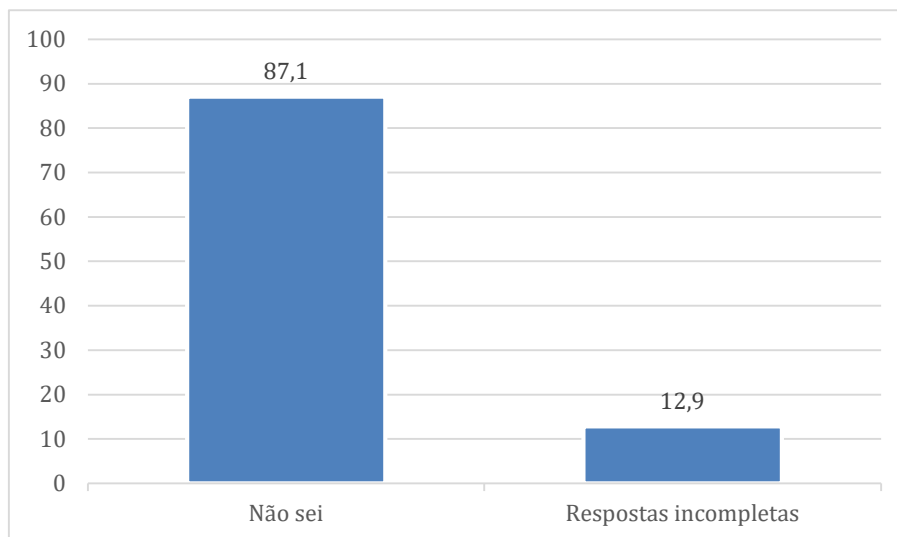
5.2.6 Avaliação diagnóstica – Questão 6

A sexta questão teve como objetivo investigar se os estudantes compreendiam a relação entre a observação de sombras e a determinação do formato da Terra – um princípio fundamental do experimento de Eratóstenes e, portanto, um conceito-chave para o desenvolvimento da sequência didática proposta. Buscou-se, com essa questão, identificar se os alunos possuíam algum entendimento intuitivo sobre como fenômenos observáveis no cotidiano, como a projeção de sombras, podem ser utilizados como evidência empírica na construção de explicações científicas sobre a forma do planeta.

O gráfico da Figura 30 mostra que dos 31 estudantes participantes, 27 (87,1%) responderam “não sei”, enquanto apenas 4 (12,9%) tentaram elaborar alguma resposta, embora de maneira conceitualmente incorreta. As respostas apresentadas indicam desconhecimento acerca da relação entre a variação das sombras e a curvatura terrestre,

evidenciando que os alunos não possuem referenciais prévios que os permitam compreender a lógica observacional e geométrica envolvida nesse tipo de medição.

Figura 30 - Gráfico questão 6



Fonte: Elaboração do autor, 2025

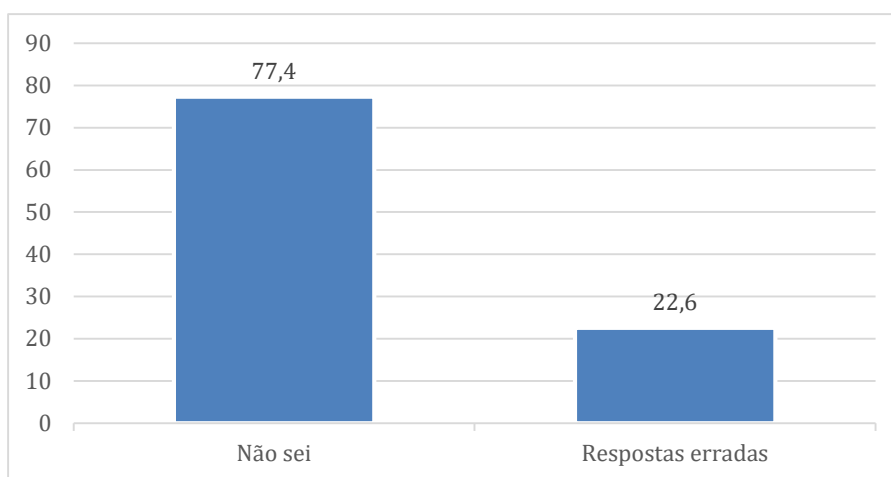
Esses resultados reforçam a constatação já observada em questões anteriores de que os estudantes carecem de conhecimentos prévios relacionados à metodologia experimental utilizada por Eratóstenes. À luz das proposições de Bruner (1978), esse dado é particularmente relevante, pois demonstra a necessidade de uma medição pedagógica que possibilite a construção ativa de novos significados a partir de experiências concretas e de atividades investigativas. Dessa forma, a abordagem didática deve favorecer a descoberta guiada e a integração entre fenômenos do cotidiano e conceitos científicos, promovendo uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

5.2.7 Avaliação diagnóstica – Questão 7

A sétima questão da avaliação buscou investigar se os estudantes possuíam algum conhecimento prévio sobre as diferentes concepções culturais e históricas a respeito do formato da Terra, anteriores ao desenvolvimento da ciência moderna. Essa pergunta teve como objetivo compreender se os alunos reconheciam que as explicações sobre a forma do planeta evoluíram ao longo do tempo, passando de interpretações mitológicas e filosóficas para explicações baseadas em observações e métodos científicos.

Dos 31 estudantes avaliados, 24 (77,4%) afirmam não saber responder ou deixaram a questão em branco, enquanto 7 (22,6%) (Figura 31) apresentaram respostas conceitualmente imprecisas, demonstrando falta de conhecimento histórico sobre o tema. Esses resultados indicam que os alunos não possuem referências consolidadas acerca da construção histórica do conhecimento científico sobre o formato da Terra, revelando defasagem importante no entendimento da evolução das ideias astronômicas.

Figura 31 - Gráfico questão 7



Fonte: Elaboração do autor, 2025

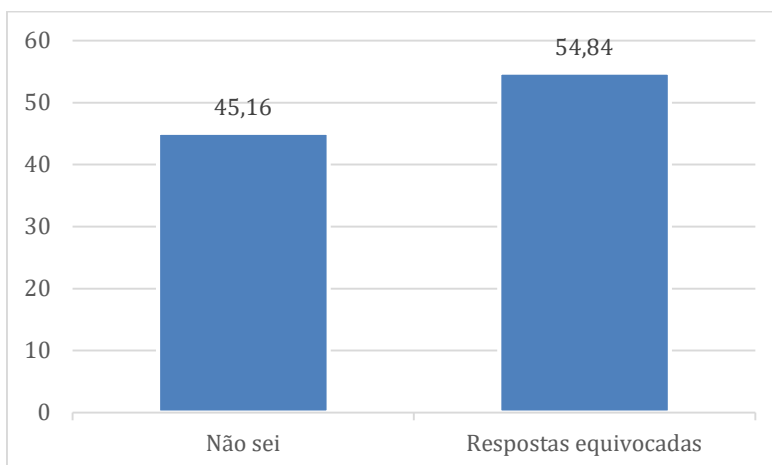
Essa análise reforça a importância de abordagens didáticas que integrem a história e a filosofia da ciência ao ensino da astronomia, de modo a favorecer a compreensão de que o conhecimento científico é resultado de um processo contínuo de transformação e reconstrução cultural. De acordo com Bruner (1978), o ensino deve possibilitar ao estudante reconstruir o saber de forma ativa, relacionando os novos conceitos a estruturas cognitivas já existentes. Assim, reconhecer e valorizar as diferentes interpretações culturais e históricas pode constituir-se em uma estratégia pedagógica eficaz para favorecer a construção ativa de significados, conforme propõe Bruner, ao relacionar o novo conhecimento às estruturas cognitivas já existentes.

5.2.8 Avaliação diagnóstica – Questão 8

A oitava questão da avaliação teve como finalidade investigar se os estudantes reconheciam a capacidade das civilizações antigas de realizar medições de grandes

distâncias, mesmo antes do desenvolvimento dos instrumentos e os métodos científicos modernos. O objetivo dessa pergunta foi identificar se os alunos possuíam um prévio conhecimento acerca do nível de avanço técnico e observacional alcançado pelas culturas antigas, especialmente no campo da astronomia e geometria.

Figura 32 - Gráfico questão 8



Fonte: Elaboração do autor, 2025

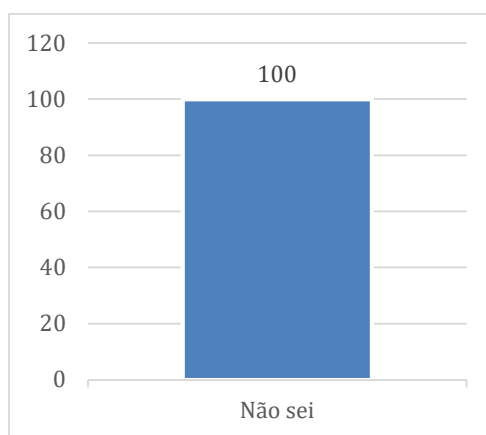
Do total de 31 estudantes, 14 (45,16%) responderam “não sei”, enquanto 17 (54,84%) afirmam acreditar que a ciência da Antiguidade era capaz de realizar tais medições, mas não souberam explicar de que maneira isso era possível, como mostrado no gráfico da Figura 32. Esses resultados revelam que, embora parte dos estudantes reconheça que as civilizações antigas detinham algum grau de conhecimento científico, há uma evidente insuficiência na compreensão dos métodos e fundamentos que possibilitam essas realizações.

Tal constatação reforça a importância de explorar, no contexto escolar, a história da ciência como recurso didático para contextualizar o desenvolvimento do pensamento científico. Bruner defende que a aprendizagem se torna mais significativa quando o estudante é levado a reconstruir o conhecimento, compreendendo o processo histórico e conceitual que deu origem às ideias científicas. Dessa forma, ao compreender como as civilizações antigas foram capazes de medir grandes distâncias e observar o cosmos, o aluno amplia sua percepção sobre a natureza investigativa da ciência e sobre o caráter cumulativo do conhecimento humano.

5.2.9 Avaliação diagnóstica – Questão 9

A nona questão da avaliação buscou identificar se os estudantes conheciam o Projeto Eratóstenes Brasil e se já haviam tido algum contato prévio com suas atividades e objetivos. Essa questão teve como propósito verificar o nível de familiaridade dos alunos com iniciativas contemporâneas que buscam retomar e aplicar, de forma colaborativa e educacional, os princípios do experimento de Eratóstenes no contexto escolar.

Figura 33 - Gráfico questão 9



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Verificou-se que todos os 31 estudantes (100%) responderam “não sei” (Figura 33), demonstrando total desconhecimento acerca do Projeto Eratóstenes Brasil. Esse resultado evidencia que, apesar da relevância do projeto como ferramenta de ensino e divulgação científica no país, ele ainda é pouco difundido entre os alunos da educação básica. A ausência de conhecimento sobre o projeto reforça a necessidade de aproximar os estudantes de práticas científicas participativas, que promovam a integração entre observação, experimentação e colaboração nas escolas.

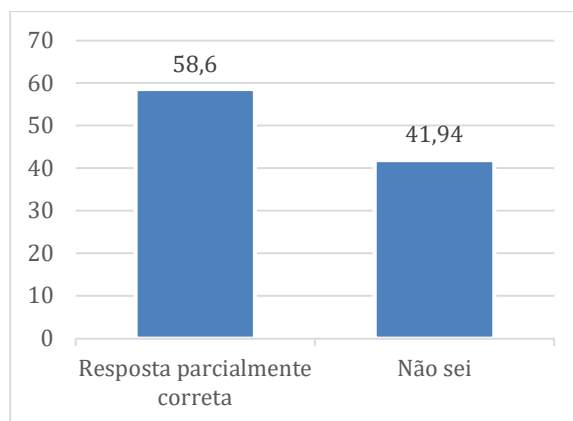
Projetos como Projeto Eratóstenes Brasil, ao promoverem a descoberta guiada e a reconstrução do conhecimento científico a partir da prática, alinham-se aos princípios brunerianos de uma aprendizagem significativa, baseada na investigação e na compreensão do mundo real.

5.2.10 Avaliação diagnóstica – Questão 10

A décima questão da avaliação buscou verificar se os estudantes compreendiam a função dos fusos horários e sua relação com o movimento de rotação da Terra. Essa pergunta teve como finalidade avaliar a capacidade dos alunos de estabelecer conexões entre fenômenos astronômicos e suas aplicações práticas no cotidiano, como a medição do tempo e a divisão geográfica do planeta.

Entre os 31 participantes, 18 (58,06%) responderam “não sei”, enquanto 13 (41,94%) afirmaram que os fusos horários servem para demonstrar a rotação Terra e indicar o tempo (Figura 34). Observa-se que, embora as respostas revelem uma noção parcial sobre a relação entre os fusos horários e a rotação terrestre, elas carecem de profundidade conceitual. Isso porque os fusos horários não “demonstram” a rotação da Terra, mas decorrem dela – são uma convenção humana criada para organizar a medição do tempo a partir do movimento de rotação do planeta e da consequente variação da posição do Sol em diferentes longitudes.

Figura 34 - Gráfico questão 10



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Reconhecer que os estudantes possuem uma intuição correta, ainda que incompleta, permite ao professor desenvolver estratégias de ensino que conduzam à ampliação e à reconstrução conceitual, favorecendo uma compreensão mais precisa dos fenômenos astronômicos envolvidos.

A análise dos dados da avaliação diagnóstica aplicada aos estudantes evidencia um panorama geral de conhecimentos prévios limitados sobre os conceitos fundamentais da Astronomia e sobre o experimento de Eratóstenes, núcleo conceitual do produto

educacional proposto. Apesar de alguns alunos demonstrarem noções intuitivas sobre o formato da Terra e sua relação como o movimento solar, a maioria das respostas revelou lacunas conceituais significativas, especialmente no que se refere à compreensão de fenômenos astronômicos, à relação entre teoria e observação e à construção histórica do conceito científico.

Como ponto positivo, destaca-se que a aplicação da avaliação diagnóstica permitiu identificar estruturas cognitivas iniciais e percepções espontâneas dos alunos, as quais, embora superficiais, constituem-se em pontos de partida para a aprendizagem significativa, conforme definido por Bruner (1978). Os resultados mostram que os estudantes possuem representações empíricas do mundo, ainda que desarticuladas de explicações científicas sistematizadas, o que reforça a relevância de estratégias de ensino que partam do conhecimento prévio e conduzam gradualmente à construção conceitual guiada.

Por outro lado, a análise revela fragilidades importantes no ensino e na aprendizagem da Astronomia no nível médio. A ausência de compreensão sobre o experimento de Eratóstenes, os ângulos solares, as relações geométricas envolvidas e até mesmo conceitos básicos, como fusos horários, indica uma carência de vivências experimentais investigativas em sala de aula. Ademais, constatou-se a falta de conexão entre os conteúdos astronômicos e o contexto histórico-cultural em que se desenvolveram, o que dificulta ao estudante compreender a ciência como processo humano e cumulativo.

Esses resultados reforçam a necessidade de revisitar práticas pedagógicas tradicionais, ainda centradas na memorização e na transmissão de informações, substituindo-as por abordagens investigativas e experimentais, que despertem o interesse e promovam o engajamento dos alunos. A partir dessa contestação, torna-se evidente a pertinência do Projeto Eratóstenes Brasil como proposta de ensino, uma vez que possibilita ao estudante vivenciar o método científico em um contexto interdisciplinar, relacionando observação, geometria, cálculo e história da ciência.

Em síntese, o diagnóstico inicial revelou mais potencialidades do que limitações, na medida em que permitiu compreender o nível real de conhecimento dos alunos, fornecendo subsídios para o planejamento de uma sequência de ensino e aprendizagem que favoreça a descoberta guiada e a reconstrução conceitual, princípios fundamentais da teoria de aprendizagem por descoberta de Bruner.

5.3 Sequência de Ensino e Aprendizagem

Este trabalho consiste na implementação de uma Sequência de Ensino e Aprendizagem (SEA), a ser aplicada na rede básica de ensino (Ensinos Fundamental e Médio). A SEA em questão, foi aplicada em uma turma de terceira série do Ensino Médio de uma escola pública do Estado de Mato Grosso do Sul.

O objetivo principal dessa SEA é estimular a divulgação da importância do método científico a partir da participação no Projeto Eratóstenes Brasil, avaliando sua eficácia na promoção e compreensão de conceitos científicos, e também o despertar pelo interesse ao estudo da astronomia.

As habilidades contempladas nesse estudo, baseados no Organizador Curricular – Formação Básica 2025 – Ensino Médio – do estado de Mato Grosso do Sul, são:

i. MS.EM13CNT204: Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos dos objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem uso de dispositivos e aplicativos digitais (como softwares de simulações e de realidade virtual, entre outros).

ii. MS.EM13CNT208: Aplicar os princípios da evolução biológica para analisar a história humana, considerando sua origem, diversificação, dispersão pelo planeta e diferentes formas de interação com a natureza, valorizando e respeitando a diversidade étnica e cultural humana.

A Sequência de Ensino e Aprendizagem foi planejada para aplicação no primeiro semestre letivo de 2025 (primeiro e segundo bimestres), com um total de 10 aulas de 45 minutos (Vale ressaltar que as aulas na rede estadual de ensino de Mato Grosso do Sul são de 50 minutos), além de mais duas aulas para aplicação da avaliação diagnóstica e a avaliação final.

Para uma das etapas da aplicação da Sequência de Ensino e Aprendizagem, que foi aplicada na Escola Estadual Nathércia Pompeo dos Santos, em Corumbá MS, foram utilizadas como parceiras a Universidade Estadual Paulista (UNESP) Campus Guaratinguetá, com o grupo de estudos Universidade Aberta à Terceira Idade (UNATI), coordenada pelo professor Dr. André Amarante Luiz e a Escola Estadual Floriano Viegas

Machado, da cidade de Dourados MS, coordenado pela professora Camila Leite de Oliveira.

O Quadro 1 representa, em síntese, como a aula se organiza em função dos modos de representação de Bruner.

Quadro 1 - Quadro síntese - Aula x Modo de representação

AULA	DESCRIÇÃO SINTÉTICA	MODO DE REPRESENTAÇÃO PREDOMINANTE
1	Discussão em grupos sobre origem e futuro do Universo, respostas orais sem registro escrito.	Simbólica (narrativas verbais espontâneas)
2	Leitura de texto histórico e roda de conversa; vídeos da série “Poeira das Estrelas”.	Simbólica + Icônica (texto, imagens, narrativas)
3	Exercícios de geometria e trigonometria em exposição dialogada.	Simbólica (procedimentos matemáticos)
4	Biografia de Eratóstenes e discussão sobre cálculo da circunferência da Terra.	Simbólica (raciocínio formal e abstrato)
5	Pesquisa orientada e elaboração de mapas mentais/conceituais sobre Eratóstenes.	Icônica (diagramas, mapas visuais)
6	Construção de maquetes de Terra plana/esférica e observação de sombras.	Ativa/enativa (manipulação de modelos), com suporte icônico
7	Uso de smartphones, Google Maps/Earth, pesquisa de unidades de medida e coordenadas.	Ativa/enativa (uso de TIC), com elementos simbólicos iniciais
8	Atividade “Antes das medições”: cálculo de circunferências e ângulos a partir de dados.	Simbólica (fórmulas, cálculos, tabelas)

9	Dia das medições: coleta de dados de sombras em diferentes locais e datas.	Ativa/enativa (medições experimentais)
10	Organização dos dados, cálculo de circunferência/raio da Terra e questões conceituais.	Simbólica (tratamento matemático dos dados)

5.3.1 Aula 1

A primeira aula da SEA foi realizada no dia 28 de março de 2025. Quatro novos alunos foram matriculados nessa turma, denominados aqui como alunos 36, 37, 38 e 39. Outros quatro alunos (7, 13, 14 e 29) foram remanejados ou transferidos. Os alunos 3, 6, 15, 16, 17, 19, 20, 23, 28, 31, 32, 34 e 37 faltaram a essa primeira aula. Assim, estavam presentes na aula 1, ao todo, 22 alunos.

A aula teve como objetivo aproximar os estudantes da história da astronomia, de modo a estimular uma reflexão inicial sobre o funcionamento do universo, a partir de suas percepções sobre o movimento dos corpos celestes, buscando incentivar a visão crítica e a curiosidade sobre o mundo ao seu redor. Nessa proposta, predomina o modo de representação simbólica, uma vez que mobiliza explicações verbais, narrativas e conceitos expressos em linguagem natural, sem apoio em experimentos ou esquemas gráficos produzidos pelos estudantes.

A turma foi dividida em quatro grupos (G1, G2, G3 e G4), conforme a Tabela 1, com o objetivo de responder a alguns questionamentos, apresentados na lousa, acerca da origem e do futuro do Universo, de seu possível tamanho (se é finito ou infinito) e da importância de estudar sobre a evolução do Universo, conforme atividade em anexo no Apêndice H. Os estudantes de cada grupo discutiram entre si as possíveis respostas aos questionamentos, sob a mediação do professor pesquisador, o que reforça o modo simbólico, pois as interações concentram-se na formulação e negociação de significados por meio da linguagem oral. Ainda não há, nessa aula, atividades características dos

modos enativo (ativo) ou icônico, o que a configura como um momento inicial da organização simbólica das concepções dos estudantes sobre o Universo.

Tabela 1 - Quantidade de alunos por grupo - Aula 1

GRUPO	ESTUDANTES	TOTAL DE INTEGRANTES POR GRUPO
G1	1, 12, 21, 22, 26 e 33	6
G2	11, 15, 24, 27 e 39	5
G3	2, 10, 25, 30, 35, 36 e 38	7
G4	4, 5, 8 e 18	4
Total de alunos		22

Fonte: Elaboração do autor, 2025

As respostas de todos os grupos, apresentadas exclusivamente de forma oral, acerca da origem do Universo, convergiam, majoritariamente, para concepções de natureza criacionista, ainda que alguns estudantes tenham feito referência à teoria do Big Bang, sem, contudo, demonstrar capacidade de explicitá-la de modo adequado.

Quando perguntados sobre como eles achavam que haviam surgido as estrelas, os integrantes dos grupos G1, G3 e G4 se mantiveram calados ou disseram não saber a resposta. Um integrante do grupo G2 levantou a hipótese de que as estrelas poderiam ter surgido logo após o Big Bang, sem saber explicar como isso ocorreu.

Em seguida, foi entregue a cada um dos grupos o texto 1 *Do Big Bang até você em um minuto: uma brevíssima história do universo*, anexo no Apêndice B, para uma leitura compartilhada, em que os integrantes de cada grupo liam um parágrafo para toda a turma. Esta estratégia foi adotada em razão da proximidade do término do tempo de aula, o que acabou impossibilitando a discussão final do texto e o retorno aos questionamentos iniciais.

A Figura 35 - Aula 1 da SEA ilustra alguns dos grupos formados para a discussão das questões colocadas na lousa.

Figura 35 - Aula 1 da SEA

Fonte: Elaboração do autor, 2025

5.3.2 Aulas 2 e 3

O dia 2 de maio de 2025, das 10h35 às 11h55, estava reservado para a realização das aulas 2 e 3. As aulas de Física passaram, a partir do dia 28 de março, para a sexta-feira, nos dois últimos tempos. No dia 4 de abril, por falta de um professor, os estudantes foram liberados mais cedo e não houve aula de Física. O dia 11 de abril foi reservado às provas bimestrais; os alunos foram à escola apenas para realizá-las e, em seguida, foram liberados. No dia 18 de abril não houve aula devido ao feriado da Paixão de Cristo. Em 23 de abril ocorreram as provas de recuperação (Recuperar para Avançar – RAV), com presença apenas dos estudantes em recuperação, o que novamente impediu a aplicação da SEA, retomada apenas em 2 de maio. Isto justifica a demora para a aplicação da aula 2 da SEA.

Na ocasião, outros cinco alunos foram matriculados, denominados alunos 40, 41, 42, 43 e 44. O aluno 40 corresponde ao aluno 29, que havia sido transferido e retornou à escola. No dia da aplicação da aula 2, realizada no quinto tempo, estavam presentes, em sala de aula, 29 alunos, porém, a aluna 37, que possui Transtorno de Espectro Altista

(TEA) de nível de suporte 2, se recusou a participar das atividades. A estudante não possuía professor de apoio e não interagiu com os demais colegas e nem com o professor. Então, participaram da aula um total de 28 alunos.

Os grupos da aula 1 foram retomados, incluindo os novos estudantes que foram distribuídos nos grupos conforme a Tabela 2 a seguir.

Tabela 2 - Total de alunos por grupo - Aula 2

GRUPO	ESTUDANTES	TOTAL DE INTEGRANTES POR GRUPO
G1	1, 12, 21, 22, 26 e 33	6
G2	6, 11, 19, 20, 27, 28, 31 e 39	8
G3	2, 10, 17, 25, 30, 35, 36, 38 e 41	9
G4	4, 5, 8, 18 e 40	5
Total de alunos		28

Fonte: Elaboração do autor, 2025

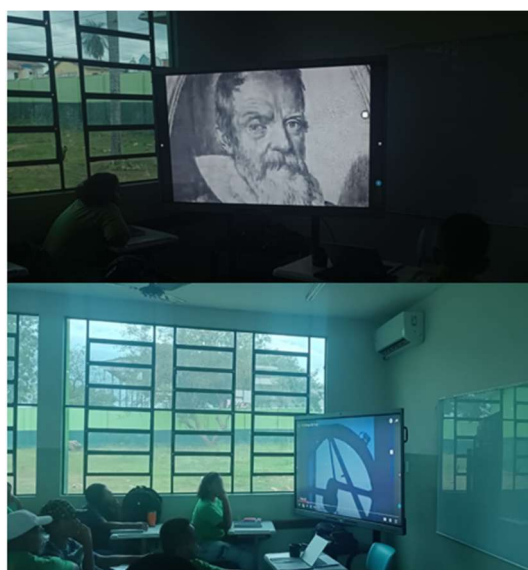
A segunda aula estruturou-se com base nos modos de representação simbólica e icônica, ao articular discussão oral, leitura de texto e uso de imagens e narrativas históricas, priorizando o envolvimento direto do estudante na construção do conhecimento histórico da astronomia. No modo de representação simbólico, a ênfase se dá sobre a linguagem verbal e escrita, por meio da leitura e troca de ideias. Já o modo icônico se destaca sobre as representações visuais e narrativas que permitem aos alunos formar imagens mentais dos diferentes contextos históricos.

A proposta partiu da leitura do texto *Astronomia na Antiguidade* (Oliveira e Saraiva, 2014), disponível no Apêndice C, seguida por uma roda de conversa mediada pelo professor na qual se esperava que os alunos pudessem expressar suas ideias, formular hipóteses e relacionar os diferentes períodos da história da astronomia, desde as civilizações antigas, como os babilônios e egípcios, até os pensadores gregos, em especial Aristarco de Samos. Nessa etapa, o modo simbólico se manifesta principalmente nas interpretações e argumentos construídos pelos estudantes a partir da leitura, enquanto o modo icônico se apoia nas descrições históricas e nas imagens constantes no texto. Contudo, uma vez que o objetivo consistia na participação dos estudantes através de interações dialógicas, e a maior parte da turma se mostrou reticente em realizar

intervenções orais, não foi possível obter uma coleta de dados robusta para essa aula, o que limitou a observação concreta dessas representações. Identifica-se, nesse contexto, uma inadequação na estratégia de condução da atividade, a qual teria sido mais produtiva se concebida em formato escrito, em vez de exclusivamente oral.

A mediação docente buscou favorecer a participação ativa dos estudantes, bem como o favorecimento da escuta ativa e do diálogo argumentativo, com a intenção de transformar essa roda de conversa em um espaço de construção do saber.

Figura 36 - Aula 2 da SEA



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Em um segundo momento, os estudantes assistiram a dois episódios da série *Poeira das Estrelas* - exibida no programa Fantástico em 2006 e apresentada pelo físico e astrônomo Marcelo Gleiser – dedicada à história da astronomia (Figura 36). Essa produção audiovisual reforça o modo icônico, ao combinar recursos visuais, gráficos e cenas dramatizadas, e também mobiliza o modo simbólico ao articular narrativas míticas sobre a origem do Universo com formulações científicas contemporâneas, como a teoria do Big Bang, além de apresentar o percurso histórico de importantes descobertas científicas, mencionando figuras centrais do pensamento científico, como Aristóteles, Galileu, Newton e Einstein, entre outros. A ideia aqui era retomar às questões da aula 1, articulando as representações simbólicas iniciais dos estudantes com novas imagens e relatos históricos, contudo, essa retomada não se concretizou devido ao início imediato da aplicação da aula 3.

Na sequência, procedeu-se a aplicação da aula 3 que, em razão da limitação de tempo (das 11h25 às 11h55) para a sua finalização, assumiu predominantemente o formato de exposição dialogada centrada na resolução de exemplos de exercícios de trigonometria e geometria (ver Apêndice D). Nessa aula, predomina o modo de representação simbólica, uma vez que o foco recai sobre o uso de linguagem matemática formal, fórmulas e procedimentos algébricos para resolver problemas, com pouca mobilização de ações concretas ou construções icônicas pelos estudantes. Trata-se, em essência, de uma abordagem de caráter marcadamente behaviorista, a qual se mostrou pouco articulada às premissas teóricas propostas por Bruner para o processo de ensino e aprendizagem, essencialmente no que se refere à transição entre os modos ativo, icônico e simbólico.

Outro aspecto a ser destacado diz respeito à decisão de concentrar as duas aulas no mesmo dia, o que se revelou uma opção estratégica pouco adequada. Tal organização decorreu do fato de que a quinta aula possuía duração de 50 minutos, enquanto a sexta aula estava limitada a 30 minutos, restringindo o tempo para exploração equilibrada dos diferentes modos de representação.

O Quadro 2 apresenta o levantamento de dados obtidos após a aplicação da atividade avaliativa da aula 3 (ver Apêndice E). A atividade descrita a seguir foi aplicada no dia 9 de maio de 2025, imediatamente após a realização da aula 4, com foco novamente no modo simbólico, ao exigir dos estudantes a resolução escrita de questões de geometria e trigonometria. Nessa ocasião, participaram da proposta 17 dos 19 alunos presentes naquela aula, uma vez que dois alunos foram dispensados antecipadamente em razão de sua participação em curso oferecido pelo SENAI.

Quadro 2 - Atividade de Geometria e Trigonometria

ALUNO	QUESTÃO 1	QUESTÃO 2	QUESTÃO 3	QUESTÃO 4
1	Parcialmente correto. Não conseguiu calcular o ângulo solar.	Acertou a questão	Acertou a questão	Acertou a questão
4	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor.	Acertou a questão	Acertou a questão

10	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor.	Acertou a questão	Acertou a questão
17	Se negou a responder.	Se negou a responder.	Se negou a responder.	Se negou a responder.
18	Acertou a questão	Acertou a questão	Acertou a questão	Acertou a questão
19	Parcialmente correto. Não conseguiu calcular o ângulo solar.	Acertou a questão	Acertou a questão	Acertou a questão
21	Parcialmente correto. Não conseguiu calcular o ângulo solar.	Acertou a questão	Acertou a questão	Acertou a questão
24	Errou a questão	Errou a questão	Acertou a questão	Acertou a questão
25	Errou a questão	Errou a questão	Acertou a questão	Acertou a questão
27	Parcialmente correto. Não conseguiu calcular o ângulo solar.	Não resolveu a questão. Alegou tempo insuficiente para a resolução.	Acertou a questão	Acertou a questão
28	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.
30	Parcialmente correto. Não conseguiu calcular o ângulo solar.	Acertou a questão	Acertou a questão	Acertou a questão
31	Acertou a questão	Acertou a questão	Acertou a questão	Acertou a questão
38	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor.
41	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor.	Não conseguiu fazer a questão sem a	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor.

			mediação do professor.	
43	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.
44	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.	Não conseguiu fazer a questão sem a mediação do professor. Não estava presente na aula 3.

Fonte: Elaboração do autor, 2025.

No Quadro 3 podemos ver a quantidade de respostas corretas “C”, parcialmente corretas “PC”, incorretas “I”, não respondidas “NR” e respondidas com mediação do professor “RMP”.

Quadro 3 - Atividade referente a aula 3

Questão	C	PC	I	NR	RMP
Q1	2	5	2	1	7
Q2	6	0	2	1	8
Q3	11	0	0	1	5
Q4	11	0	0	1	5

Fonte: Elaboração do autor, 2025

Com relação aos estudantes que estavam presentes na aula 3, nota-se uma grande dificuldade em desenvolver os cálculos matemáticos relacionados à trigonometria e à geometria. A maioria dos alunos não foi capaz de resolver às questões sem a orientação do professor. Já o aluno 17 se negou a participar da atividade e a entregou em branco.

Na Figura 37 observa-se que, na questão 1, o estudante 21 determina o comprimento da sombra projetada por um prédio de 15 metros de altura, empregando uma regra de três simples a partir das informações fornecidas no enunciado. Todavia, o discente não explicita a unidade de medida associada ao valor obtido para o comprimento da sombra. O estudante também não calculou o ângulo solar, solicitado no enunciado. Quando indagado acerca da razão pela qual não realizou esse cálculo, o estudante afirmou ter compreendido que o enunciado da questão não o demandava explicitamente.

Figura 37 - Questão 1 - Resposta do aluno 21

ATIVIDADE AVALIATIVA – AULA 3

1) Um muro de 2 metros de altura produz uma sombra de 0,60 metro. No mesmo instante, um prédio produz uma sombra de 15 metros. Calcule a altura do prédio e o ângulo solar.

$$\begin{array}{r} 30 \cancel{0} 0 \\ - 30 \cancel{0} 0 \\ \hline 000 \end{array}$$

A		S	
2	x	0,6	
x		15	

$$30 = 0,6 x$$

$$30 \div 0,6 = x$$

$$50 = x$$

Fonte: Elaboração do autor, 2025

Na Figura 38 apresenta-se a resolução elaborada pelo estudante 18. Nesse caso, o aluno determina corretamente o comprimento da sombra e o valor da tangente do ângulo de elevação solar e, a partir desses resultados, por meio do uso da calculadora disponível no seu telefone celular, obtém o valor do ângulo solar solicitado no enunciado da questão. Tal desempenho indica que o estudante compreendeu, de maneira satisfatória, os conceitos matemáticos, bem como os requisitos explícitos do problema proposto.

Figura 38 - Questão 1 - Resposta do aluno 18

1) Um muro de 2 metros de altura produz uma sombra de 0,60 metro. No mesmo instante, um prédio produz uma sombra de 15 metros. Calcule a altura do prédio e o ângulo solar.

$$\frac{2}{0,6} = \frac{H}{15} \Rightarrow H = \frac{30}{0,6}$$

$$H = 50m$$

$$\tan \alpha = \frac{0,6}{2}$$

$$\tan \alpha = 0,3$$

$$\alpha \approx 16,7^\circ$$

Fonte: Elaboração do autor, 2025.

A segunda questão apresentava estrutura semelhante à da questão 1. Conforme descrito no Quadro 2, seis estudantes responderam corretamente à questão de forma autônoma, enquanto oito a resolveram adequadamente mediante orientação docente.

As questões três e quatro, sobre arco de circunferência, possuem enunciados semelhantes. Onze alunos acertaram as questões e cinco alunos conseguiram resolver somente com a mediação do professor.

Na Figura 39 e temos um exemplo de um aluno que resolveu às questões de forma autônoma, enquanto na Figura 40 pode-se ver as resoluções de um estudante que resolveu com o auxílio do professor.

Figura 39 - Questões 3 e 4 - Aluno 21

3) Se um arco de circunferência tem π cm de comprimento e um ângulo de 30° , qual será o comprimento da circunferência?

Diagrama: Um círculo com um ponto no centro.

Proporção:

$$\frac{C}{\pi} = \frac{360}{30}$$

$$C = 12\pi$$

4) Qual é o comprimento da circunferência cuja medida do comprimento de um arco com ângulo central igual a 30° é igual a 3π cm?

Proporção:

$$\frac{C}{3\pi} = \frac{360}{30}$$

$$C = 36\pi$$

Cálculo adicional para a questão 4:

$$1080\pi = 30x$$

$$\frac{1080\pi}{30} = x$$

$$36\pi = x$$

Fonte: Elaboração do autor, 2025.

Figura 40 - Questões 3 e 4 - Aluno 30

3) Se um arco de circunferência tem π cm de comprimento e um ângulo de 30° , qual será o comprimento da circunferência?

$$\begin{array}{l} \pi - 30^\circ \\ x - 360^\circ \end{array} \quad \begin{array}{l} 30 \cdot x = 360\pi \\ x = 12\pi \text{ cm} \end{array}$$

4) Qual é o comprimento da circunferência cuja medida do comprimento de um arco com ângulo central igual a 30° é igual a 3π cm?

$$\begin{array}{l} 3\pi \text{ cm} - 30^\circ \\ x - 360^\circ \\ 30x = 1080\pi \\ x = 1080\pi \\ \underline{30} \\ x = 36\pi \text{ cm} \end{array}$$

Fonte: Elaboração do autor, 2025.

5.3.3 Aula 4

A quarta aula ocorreu no dia 9 de maio de 2025 e contou com 19 alunos e teve como foco a promoção e a compreensão conceitual e histórica da figura de Eratóstenes, explorando como o raciocínio matemático pode ser utilizado para interpretar os fenômenos naturais. O professor apresentou, então, a biografia de Eratóstenes, destacando a sua atuação como diretor da Grande Biblioteca de Alexandria, bom como o feito notável de ter calculado, há mais de dois mil anos, e com uma precisão incrível, a circunferência da Terra.

A aula aconteceu fora da sala de aula, no pátio da escola. Na ocasião foram feitas as seguintes perguntas aos alunos:

1. O que vocês acham que acontece com o tamanho e a direção da sombra ao longo do dia?

As respostas para essa questão foram: A sombra aumenta; muda de lugar; vira para o outro lado.

2. Vocês acham que, em outra cidade, no mesmo horário, a sombra teria o mesmo tamanho?

Na questão 2, um aluno respondeu: “Se for no mesmo horário, sim”.

3. Sem sair da Terra, sem satélite ou avião, como alguém poderia descobrir se a Terra é curva?

Ao responder à questão 3, um aluno devolveu com outra pergunta: “Pelo tamanho da sombra, será?”

Em seguida, os estudantes foram instigados a discutir como poderiam calcular a circunferência da Terra, utilizando os conceitos aprendidos na aula 3. Essa atividade teve como objetivo favorecer o pensamento formal e abstrato, buscando levar os alunos a traduzirem observações experimentais em expressões matemáticas. Os conceitos dessa aula foram avaliados juntamente com os conceitos pesquisados pelos estudantes na aula 5 com a elaboração dos mapas mentais. Assim, a análise de resultados dessa aula será o feita na seção 4.3.4.

O tempo restante dessa aula foi utilizado para a resolução uma atividade sobre o conteúdo estudado na aula 3. Os exercícios aplicados são semelhantes aos exemplos resolvidos naquela aula. Como mencionado na seção 4.3.2, a aula 3 foi estritamente expositiva com resolução de exemplos e não houve tempo suficiente para que os estudantes resolvessem a atividade.

Do ponto de vista dos modos de representação de Bruner, essa aula se organiza predominantemente no modo de representação simbólica, pois se apoia na linguagem verbal – tanto na biografia de Eratóstenes quanto nas perguntas abertas sobre o comportamento das sombras e sobre a curvatura da Terra –, para provocar os estudantes a explicitar, em palavras, suas hipóteses e formas de explicar o mundo. Ao citar a discussão no pátio, tomando as sombras como referência, a aula aproxima os alunos de uma situação predominantemente enativa, ainda que, neste momento, a ação concreta de medir não aconteça de fato, funcionando mais como um cenário que alimenta a conversa. Em seguida, quando os estudantes são convidados a pensar como calcular a circunferência da Terra a partir dos conceitos da aula 3, inicia-se uma transição mais clara para o simbólico formal, na medida que se busca levar as observações do cotidiano (sombras,

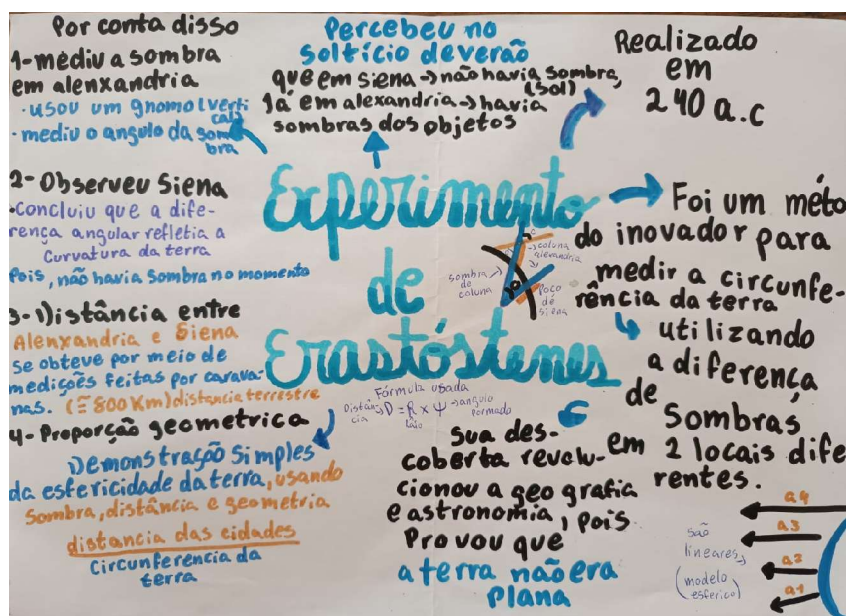
variação ao longo do dia, comparação entre cidades) para o campo das expressões matemáticas e dos raciocínios abstratos. Essa ponte será retomada e fortalecida na aula 5, com a elaboração de mapas mentais – que marcam a entrada mais intensa no modo icônico –, e nas atividades de resolução de exercícios de geometria e trigonometria, que consolidam a dimensão simbólica ao sistematizar, em linguagem matemática, as ideias discutidas oralmente nesta quarta aula.

5.3.4 Aula 5

A quinta aula, realizada no dia 16 de maio de 2025 e estavam presentes 24 alunos, promove uma aprendizagem progressiva e significativa sobre a biografia de Eratóstenes e a percepção humana acerca do formato da Terra. Em um primeiro momento, o professor estimulou os estudantes a refletirem, por meio da observação de fenômenos cotidianos, como o movimento aparente do Sol, da Lua e das estrelas, além da formação das sombras das árvores, postes e construções. Nessa etapa da aula evidencia-se a representação ativa na qual é estabelecida a relação entre a experiência e a ação, convidando os estudantes a observar o mundo à sua volta e a manipular mentalmente essas experiências para construir explicações (Bruner, 1978).

Com os alunos organizados em duplas, utilizando a sala de tecnologias, foi realizada uma pesquisa e uma síntese sobre a biografia de Eratóstenes, a pesquisa foi guiada pelo professor pesquisador, a fim de que os estudantes encontrassem fontes confiáveis para sua elaboração. Nessa etapa, a aprendizagem ocorreu por meio da construção e interpretação de mapas mentais, como pode ser visto nas figuras e registros visuais sobre a trajetória de Eratóstenes. Essa atividade possibilitou aos estudantes que transformassem as informações históricas acerca daquele cientista em representações compreensíveis e conectadas com suas experiências anteriores. Podemos ver que esse momento a aula atingiu o nível de representação icônica, pois ela é operacional no sentido de manipulação direta dos objetos ou interna, como quando se manipulam mentalmente símbolos que representam coisas e relações (Bruner, 1976). O mapa da Figura 41 é rico em cores e com informações pertinentes ao conteúdo estudado.

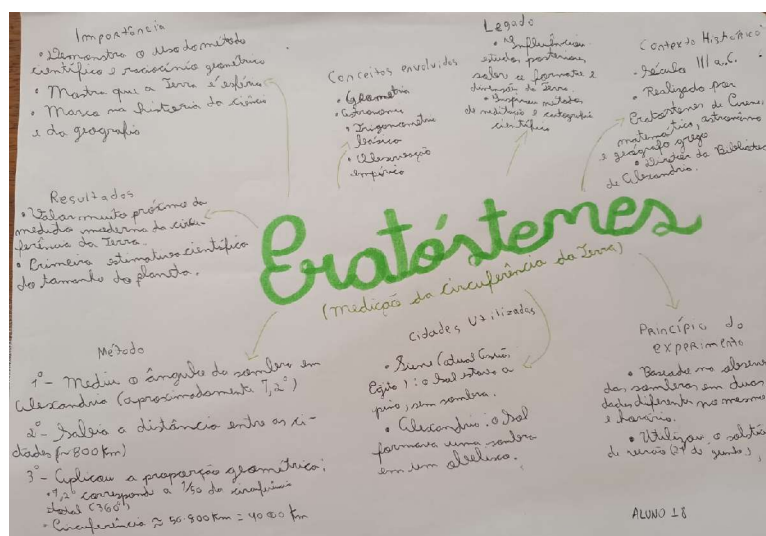
Figura 41 - Mapa mental elaborado pelo aluno 35



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Vale ressaltar, que estudantes tiveram como fontes de pesquisa o capítulo 1 do livro *Os Dez Mais Belos Experimentos Científicos*, Crease (2006), as páginas 29 a 34 do livro *Astronomia: ensino fundamental e médio*, Nogueira e Canalle (2009) e a *História em Quadrinhos - Eratóstenes/Ombros de Gigantes*, do Projeto Eratóstenes Brasil, anexo no Apêndice G. A Figura 42 apresenta o mapa mental elaborado pelo aluno 18, que ressalta a importância, os resultados, o método, o contexto histórico e o legado de Eratóstenes.

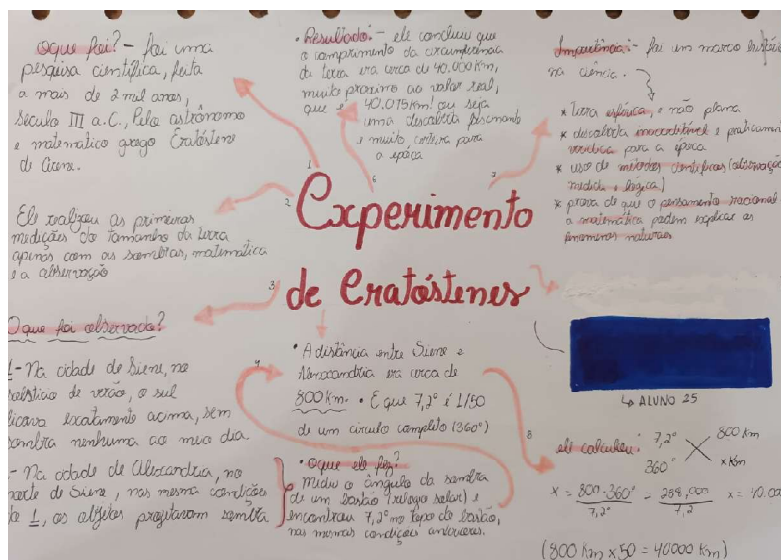
Figura 42 - Mapa mental - Aluno 18



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Os 24 alunos presentes na aula elaboraram seus mapas conceituais ou mapas mentais após uma breve explicação e exemplificação de como elaborar essas duas ferramentas de aprendizagem. Na Figura 43 vê-se que o aluno 25 apresenta, de forma clara e objetiva, quem foi Eratóstenes e como se deu o cálculo da circunferência da Terra.

Figura 43 - Mapa mental elaborado pelo aluno 25



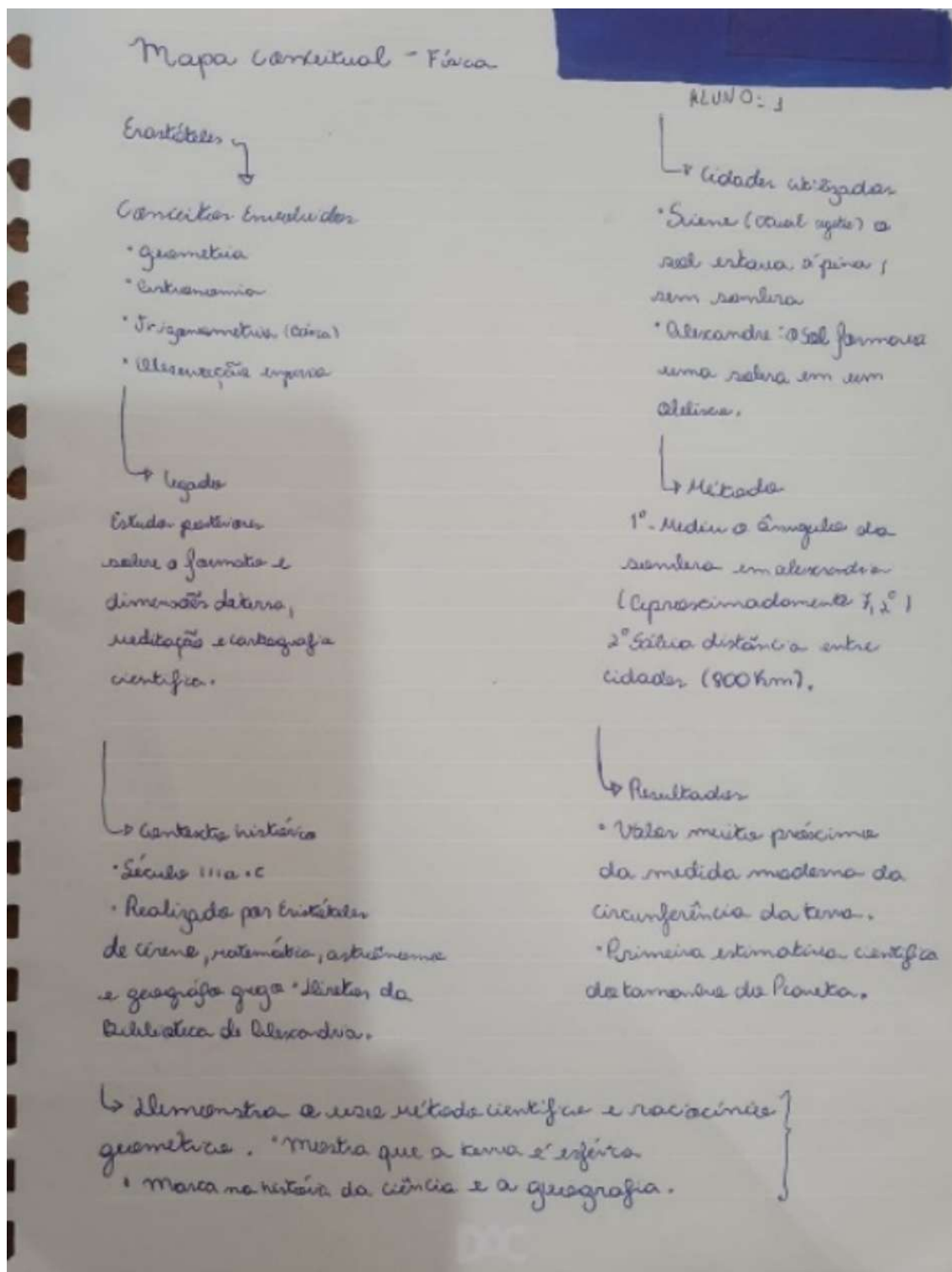
Fonte: Elaboração do autor, 2025

Os mapas mentais podem ser compreendidos como diagramas visuais centrados em uma ideia ou tema principal, a partir do qual se desdobram ramificações que organizam, de forma não linear, palavras, imagens e cores associadas, favorecendo conexões cognitivas entre ideias e a construção de significados. Nessa perspectiva, configuram-se como estratégia de aprendizagem que desloca o foco do professor para o aluno, auxiliando na síntese de informações, na memorização, no planejamento e na organização do pensamento, ao explorar simultaneamente dimensões lógicas e criativas do funcionamento cerebral (Gomes et al, 2021).

Já os mapas conceituais podem ser definidos como diagramas hierárquicos que representam conceitos e as relações de significados entre eles, usualmente explicitadas por palavras de ligação que formam proposições, compondo uma rede organizada de significados. Fundamentados na aprendizagem significativa de Ausubel e sistematizados por Novak, constituem uma estratégia pedagógica voltada à construção, integração e reestruturação de conceitos científicos, ao favorecer a ancoragem de novos conhecimentos na estrutura cognitiva prévia dos alunos e possibilitar a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa entre conceitos (Carebetta Júnior, 2013). Na Figura 44 e na Figura 45, observam-se dois exemplos de mapas conceituais: o primeiro,

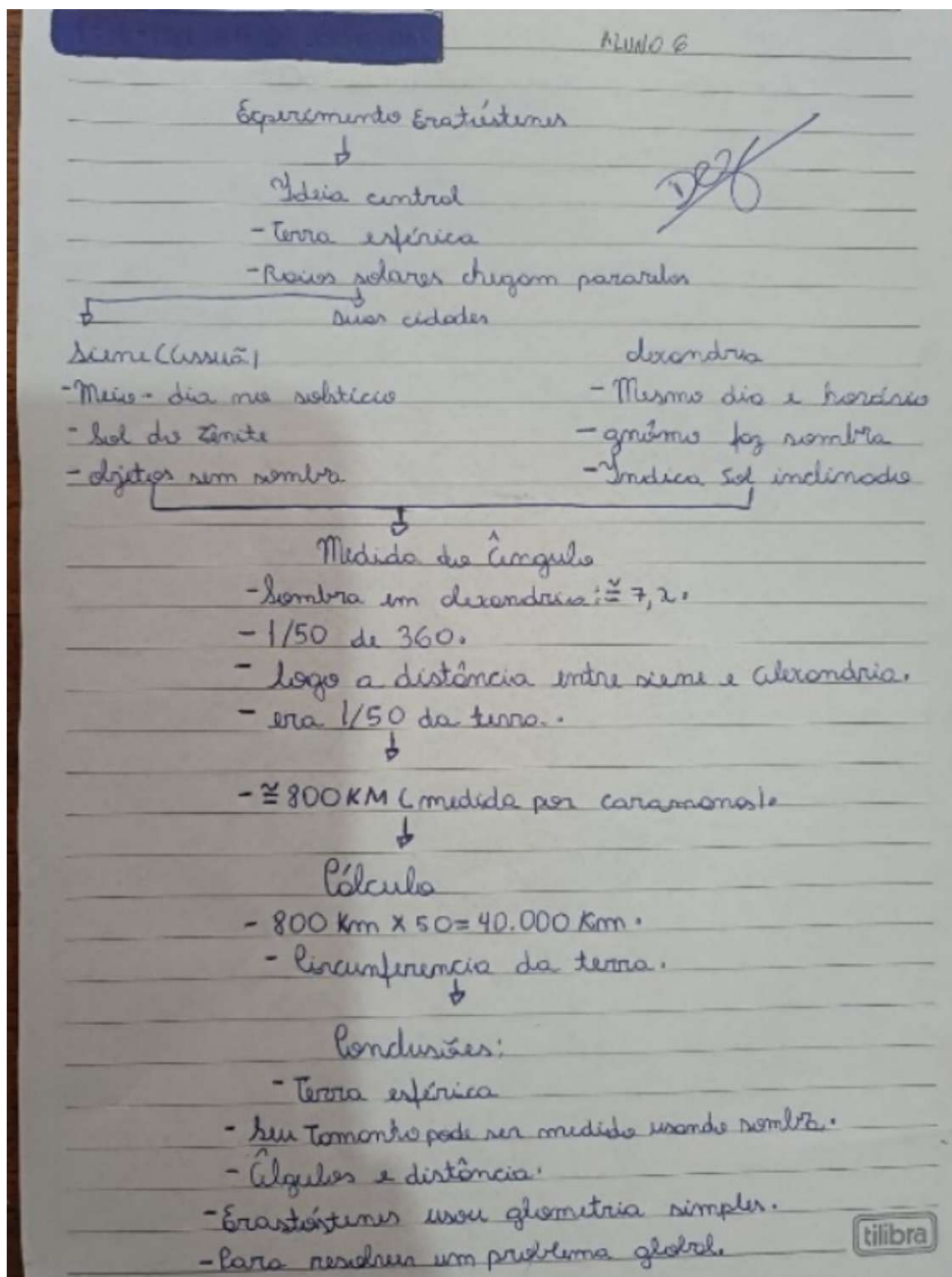
elaborado pelo aluno 1, é apresentado em duas colunas, destaca os conceitos envolvidos, o legado de Eratóstenes, aspectos históricos, método de medida e resultados obtidos; o segundo, elaborado pelo aluno 6, apresenta claramente as linhas de ligação entre as palavras-chave, representando, de maneira simples e clara a hierarquia das proposições.

Figura 44 - Mapa conceitual - Aluno 1



Fonte: Elaboração do autor, 2025

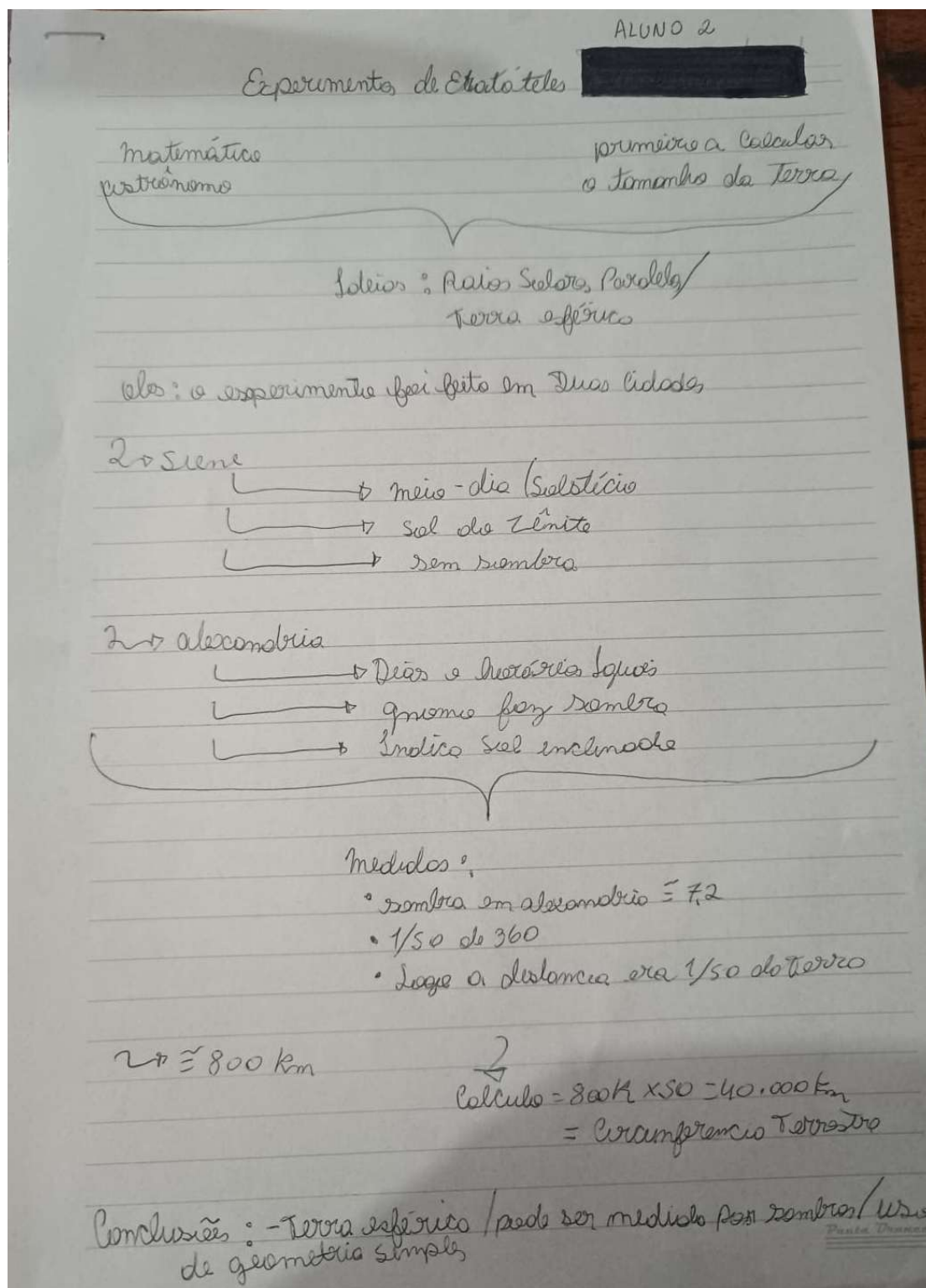
Figura 45 - Mapa conceitual - Aluno 6



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Já na Figura 46, vê-se um exemplo de mapa conceitual com poucas informações relevantes, poucos dados apresentados, ausência informações históricas e com uma organização de difícil compreensão.

Figura 46 - Mapa conceitual elaborado pelo aluno 2.



Alguns alunos não conseguiram terminar os mapas mentais dentro do tempo de 50 minutos e continuaram a fazê-los durante a aplicação da aula 6, que ocorreu logo na sequência.

Do ponto de vista dos modos de representação de Bruner, essa aula se insere principalmente no modo icônico, uma vez que o núcleo da atividade é a construção de mapas mentais e conceituais, nos quais os estudantes organizam visualmente conceitos, relações e eventos históricos relacionados a Eratóstenes. Há, contudo, uma passagem importante pelo modo enativo no início da aula, quando os alunos são convidados a observar fenômenos do cotidiano (movimento aparente dos astros e formação de sombras) e a relacioná-los com suas experiências, o que funciona como ponto de partida concreto para, em seguida, transformarem essas experiências em imagens e esquemas. Em termos de transição entre modos, podemos dizer que a aula começa em um registro mais enativo, apoiado na experiência sensível do mundo, e migra para o registro icônico, no qual essas experiências são reorganizadas em representações visuais estruturadas, abrindo espaço para que, em momentos posteriores da SEA, esses mesmos conteúdos sejam ainda mais formalizados no modo simbólico, por meio da linguagem matemática e conceitual.

No Quadro 4, os registros analisados mostram que os estudantes se encontram em diferentes momentos de transição entre os modos de representação propostos por Bruner. Os esquemas lineares dos alunos 2 e 6 revelam predomínio do modo simbólico, ainda pouco apoiado em estruturas icônicas, o que limita a explicitação das relações conceituais e a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa discutidas por Novak e Cañas sobre mapas conceituais (Novak e Cañas, 2010). Já o mapa conceitual do aluno 1 e os mapas mentais dos alunos 18, 25 e 35 evidenciam um avanço importante na direção do modo icônico, ao organizar visualmente conceitos, procedimentos e contextos históricos, aproximando-se do que Novak e Gowin descrevem como diagramas hierárquicos que favorecem a construção de significados (Novak e Gowin, 1999) e do que Buzan apresenta como mapas mentais radiais centrados na ideia-núcleo (Buzan, 2009). Ainda que apresentem fragilidades como excesso de texto, hierarquias por vezes imprecisas e ausência de proposições completas, esses mapas funcionam como ponte entre experiências prévias e formalizações posteriores, abrindo espaço para que, nas etapas seguintes da SEA, os estudantes possam rearticular esses conteúdos no modo simbólico

matemático, em um movimento coerente com a passagem progressiva do enativo ao icônico e deste ao simbólico definida por Bruner.

Quadro 4 - Síntese dos mapas mentais e conceituais

Produção	Tipo aproximado	Pontos fortes	Fragilidades	Implicações para a aprendizagem (Bruner)
Aluno 1	Mapa conceitual	Apresenta blocos conceituais diferenciados (conceitos envolvidos, legado, contexto histórico, cidades, método, resultados), com tentativa de hierarquia e uso de setas para conectar partes, aproximando-se do modelo de mapa conceitual de Novak.	Muitas setas ligam listas sem palavras de ligação; proposições não aparecem claramente formuladas, o que dificulta a leitura de significados explícitos; alguns nós ficam muito densos, com vários itens pouco articulados entre si.	Articula bem o modo icônico (estrutura em rede) ao simbólico (conceitos verbais), favorecendo a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa da aprendizagem significativa, mas ainda pode evoluir ao explicitar proposições completas entre conceitos.
Aluno 2	Esquema-resumo linear	Registra em sequência os passos do experimento (Siene, Alexandria, medidas, cálculo, conclusão), com dados numéricos corretos e foco no essencial.	Estrutura predominantemente linear, sem hierarquia nem rede de relações; ausência de palavras de ligação e de imagens; aproxima-se mais de um resumo do que de um mapa mental ou conceitual, em desacordo com os critérios de Novak & Cañas para proposições explícitas e hierarquização.	Favorece uma representação simbólica básica (procedimentos descritos em linguagem natural), mas pouco apoia o modo icônico; limita a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa de conceitos, pois as relações entre eles permanecem implícitas.
Aluno 6	Esquema-resumo linear	Boa síntese procedimental do experimento, destacando ideia central, cidades, ângulo, distância, cálculo e conclusão; organização limpa e legível.	Ainda não há estrutura de mapa conceitual: faltam nós hierárquicos, setas com palavras de ligação e organização em rede; o registro não explora recursos icônicos (cores, símbolos, disposição radial), como recomendado em mapas mentais.	Consolida principalmente o modo simbólico, com foco em sequência de passos; oferece pouco suporte à representação icônica, reduzindo o potencial de construção de significados por meio de imagens e conexões visuais.

Aluno 18	Mapa mental radial estruturado	Cobre de forma equilibrada método, resultados, importância, legado, conceitos envolvidos, contexto histórico e cidades utilizadas; o foco na expressão “medição da circunferência da Terra” ajuda a centrar o problema científico.	Predomínio de frases extensas e pouco uso de ícones; visualmente aproxima-se de um quadro-resumo segmentado; reduz a exploração da imagética e da associação rápida, que são características valorizadas em mapas mentais.	Integra conteúdos históricos, matemáticos e epistemológicos, articulando modos icônico e simbólico; contribui para a aprendizagem significativa ao conectar novos conceitos à estrutura prévia, mas pode ser otimizado ao condensar enunciados em palavras-chave e símbolos.
Aluno 25	Mapa mental radial	Ideia central destacada (“Experimento de Eratóstenes”) com ramificações para contexto, método, dados, cálculo, conclusões e importância; uso expressivo de cores, setas curvas e layout radial, em consonância com princípios de mapas mentais.	Alguns ramos contêm blocos de texto longos; relações entre ideias nem sempre aparecem de forma sintética; há risco de o mapa funcionar como “cartaz-resumo” mais descritivo do que analítico, o que é apontado na literatura como limitação frequente em mapas mentais mal orientados.	Potencializa o modo icônico, ao organizar visualmente as informações, e apoia o simbólico ao sintetizar conceitos; favorece a construção de significados globais, mas poderia reforçar a clareza das relações causais e lógicas para ampliar a aprendizagem por descoberta.
Aluno 35	Mapa mental radial	Destaca claramente a sequência lógica do experimento (medições em duas cidades, distância, proporção 1/50, cálculo da circunferência) e o impacto da descoberta; cores e setas favorecem visão global.	Mistura, em alguns ramos, informações de natureza distinta (contexto histórico, avaliação, dados), o que fragiliza a hierarquia; presença de trechos verbais longos; nem todas as relações causais e de inclusão são explicitadas, contrariando recomendações de clareza estrutural.	Apoia fortemente o modo icônico e auxilia a formalização simbólica do procedimento; contribui para que o estudante veja o experimento como um conjunto articulado de etapas, mas ainda precisa de maior clareza hierárquica para aprofundar a compreensão conceitual e histórica.

5.3.5 Aula 6

A sexta aula, também realizada no dia 16 de maio, foi organizada baseada nas três formas de representação de aprendizagem segundo Bruner – ativa, icônica e simbólica – favorecendo a compreensão concreta e conceitual do experimento de Eratóstenes por

meio de uma abordagem prática e investigativa. Essa aula contou com a participação de 19 alunos, pois 5 alunos foram liberados durante a realização da aula 5, que ocorreu no mesmo dia.

A Figura 47 mostra o momento em que os alunos estão pintando os modelos de Terra esférica.

Figura 47 - Aula 6 da SEA, Globo Terrestre.

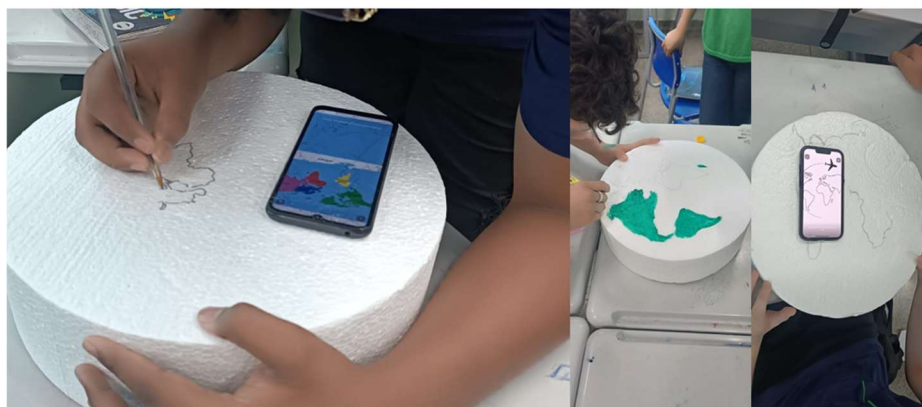


Fonte: Elaboração do autor, 2025

Verifica-se a representação ativa no momento em que os estudantes, divididos em grupos, participam de forma direta da construção de modelos da Terra em escalas reduzidas. Para isso foram utilizadas esferas de isopor para representar o globo terrestre, placas planas de isopor para simular uma Terra plana, além de tintas, pinceis, palitos e lâmpadas (para representar o Sol) assim, os alunos recriaram o cenário do experimento de Eratóstenes. Essa atividade prática permitiu a manipulação dos objetos e a observação do comportamento da sombra projetada em diferentes superfícies, favorecendo o aprendizado por meio da experimentação. Ao comparar como a luz incide sobre superfícies planas e esféricas, os estudantes puderam perceber que a variação no tamanho e na inclinação da sombra dependem da curvatura da Terra.

A Figura 48 mostra os alunos elaborando as maquetes da Terra plana.

Figura 48 - Aula 6 da SEA, Modelo da Terra plana.



Fonte: Elaboração do autor, 2025

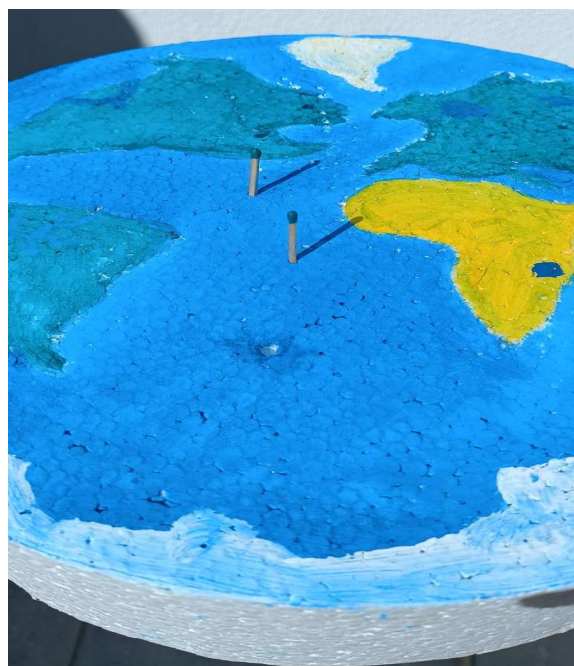
Ao fim dessa aula, o professor orientou os estudantes verificarem as sombras de dois gnômons colocados nos modelos de Terra plana e de Terra esférica a fim de verificarem a diferença entre as sombras formadas em cada um deles.

Dois Grupos, G1 e G2, fizeram as maquetes da Terra plana e os outros dois grupos, G3 e G4, fizeram o modelo da Terra plana. Como havia sobrado uma esfera de isopor, uma aluna pediu para pintá-la sozinha, o que foi permitido pelo professor.

Após esse momento, os estudantes puderam compreender que as diferenças observadas nos comprimentos das sombras em duas localidades distintas do planeta somente são explicáveis se a Terra possuir formato aproximadamente esférico. Dessa forma, passaram a reconhecer o caráter inovador e a relevância histórica do experimento de Eratóstenes para a ciência de sua época.

Percebe-se que na Figura 49, no modelo da Terra plana, as sombras projetadas pelos gnômons (palitos de fósforo) são praticamente iguais.

Figura 49 - Modelo de Terra plana



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

Na Figura 50 os estudantes puderam ver a diferença entre os tamanhos das sombras projetadas pelos dois gnômons, no mesmo horário.

Figura 50 - Modelo da Terra esférica



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Ao término da aula, os estudantes receberam um comunicado destinado aos seus responsáveis legais, solicitando a autorização para a participação no Projeto Eratóstenes Brasil. A data marcada para as medições foi o dia 23 de maio de 2025, data em que estavam previstas as aulas 7, 8 e 9. Nessa ocasião, os estudantes permaneceram na escola até aproximadamente as 13 horas.

Constata-se, então, que a aula 6 se insere de forma predominante nos modos de representação ativa e icônica, uma vez que os estudantes manipulam materiais concretos e constroem modelos físicos para investigar o experimento de Eratóstenes, articulando ação e observação de imagens e compreensão do fenômeno. Todavia, a proposta também cria condições para a transição ao modo simbólico, na medida em que os alunos são levados a interpretar os resultados obtidos, a relacioná-los ao formato aproximadamente esférico da Terra e a explicá-los por meio da linguagem científica, aproximando-se da concepção de Bruner de que o conhecimento pode transitar entre diferentes formas de representação. Nesse sentido, a aula exemplifica um percurso coerente com a teoria bruneriana, ao favorecer que os estudantes avancem do manuseio e da organização perceptiva das situações concretas para elaborações conceituais mais abstratas, sem romper a continuidade entre os modos de representação.

5.3.6 Aula 7

A sétima aula, realizada em 23 de maio de 2025, distanciou-se parcialmente do planejamento original ao concentrar-se no uso instrumental de aplicativos como Google Earth e Google Maps, o que implicou a não realização de etapas previstas para a mobilização integrada dos modos de representação ativa, icônica e simbólica, conforme propostos por Bruner.

No planejamento, a aula 7 tinha como finalidade central preparar os estudantes para a realização do experimento de Eratóstenes em contexto real, articulando procedimentos históricos, geográficos e matemáticos. A proposta contemplava três etapas complementares: (i) contextualização histórica e investigação das unidades de medida da

Grécia Antiga, com ênfase no estádio e nas conversões aproximadas para o Sistema Internacional; (ii) exploração geográfica mediada por recursos digitais (Google Maps e Google Earth), com identificação de coordenadas geográficas e distâncias entre cidades; e (iii) realização de medições de sombras no espaço escolar, seguida de formalização matemática por meio de razões e proporções.

Do ponto de vista teórico, essa organização buscava materializar uma progressão coerente com os modos de representação da aprendizagem de Bruner. Inicialmente, a representação ativa, na qual o estudante atua sobre objetos, registros históricos e dados, em seguida, a representação icônica, por meio da leitura de mapas, imagens de satélite e esquemas visuais da Terra, e, por fim, a representação simbólica, na qual os conceitos geométricos e físicos envolvidos no experimento de Eratóstenes seriam expressos por meio de linguagens formais e matemáticas. Assim, a intencionalidade pedagógica não se limitava à transmissão de conteúdos, mas visava promover um movimento de reconstrução conceitual em que o experimento se constituísse como eixo articulador entre história da ciência, geografia e matemática.

Neste dia estavam presentes 29 estudantes que foram divididos em grupos. Nesse contexto, o professor apresentou de forma detalhada as etapas do experimento de Eratóstenes, explicitando objetivos e procedimentos, o que manteve, ainda que parcialmente, a função de preparar a turma para a atividade em contexto real. Em seguida, os estudantes, utilizando seus smartphones, foram convidados a pesquisar sobre as unidades de medida empregadas por Eratóstenes e a compará-las com as unidades atuais, o que configurou uma breve inserção no modo de representação ativa, na medida em que envolveu busca, seleção e manipulação de informações históricas e matemáticas.

Na sequência, porém, a dinâmica da aula deslocou-se para um foco predominantemente instrumental no uso do Google Maps e Google Earth. Os estudantes aprenderam a abrir os aplicativos, localizar cidades e determinar suas latitudes e longitudes e distâncias em linha reta entre cidades escolhidas aleatoriamente. Não houve, na ocasião, tempo para a etapa de medições de sombras e para a subsequente formalização matemática dos dados coletados, o que implicou a ausência da etapa planejada de transição sistemática para o modo simbólico.

Quando se confronta o planejamento da aula 7 com o que foi efetivamente realizado, observa-se uma assimetria significativa entre a riqueza da proposta original e a implementação possível no tempo disponível. No planejamento, as três etapas estavam

organicamente articuladas em torno do experimento de Eratóstenes: a contextualização histórica e a discussão das unidades de medida situariam o estudante no problema científico; a exploração geográfica com mapas digitais permitiria visualizar, em escala planetária, a relação entre posição na superfície terrestre, coordenadas e distâncias; e as medições de sombras no ambiente escolar funcionariam como uma versão local do experimento, abrindo espaço para a formalização matemática.

Na aula aplicada, apenas a primeira etapa foi realizada de forma mais próxima ao planejado, ainda que com menor aprofundamento nas discussões sobre imprecisões e conversões. A etapa intermediária, originalmente pensada como exploração geográfica com intencionalidade conceitual, converteu-se em um momento de ensino de funcionalidades básicas de Google Maps e Google Earth, com ênfase na operacionalização dos aplicativos. Já a terceira etapa, relativa às medições de sombras, estimativas de alturas e análises de proporções, não ocorreu, o que impediu a aula de alcançar o nível de formalização simbólica previsto na proposta didática.

Desse modo, a aula perdeu parte de sua essência porque: (a) o experimento de Eratóstenes deixou de funcionar como fio condutor integrador entre história da ciência, geografia e matemática; (b) os recursos digitais foram utilizados mais com fim, pois focou no ensino das ferramentas digitais acima citadas, do que como meio para a construção conceitual; (c) a passagem para o nível simbólico, via medições de sombras e modelagens geométricas, não se concretizou, limitando o potencial da atividade de promover uma aprendizagem por descoberta coerente com a teoria de Bruner.

5.3.7 Aula 8

A aula 8 ocorreu no mesmo dia da aplicação da aula 7, dia 23 de maio de 2025. Na ocasião estavam presentes 24 alunos. Os estudantes retomaram os grupos formados nas aulas 2 e 3. Os grupos se dividiram em duas equipes, uma para resolver a atividade Antes das Medições e a outra, para iniciar as medições dos comprimentos das sombras (aula 9). Três alunos de cada grupo ficaram responsáveis pela atividade da aula 8 e o restante por iniciar as medições.

Esta aula situa-se predominantemente no modo de representação simbólica, uma vez que os estudantes trabalham com cálculos de comprimento de circunferência, raios e ângulos, operando com fórmulas, razões trigonométricas e regra de três em um registro formal e abstrato, como se observa nas questões que envolvem a determinação da circunferência e do raio da Terra a partir de dados numéricos e relações proporcionais. Ainda que há referências indiretas a situações concretas, como a distância entre duas cidades ou tamanho das sombras, essas aparecem apenas como dados para tratamento matemático, e não como experiências diretamente manipulados pelos alunos, o que reforça o caráter simbólico da aula. Nesse sentido, a atividade “Antes das Medições” funciona como um momento de sistematização e matemática que preparou a transição para o modo enativo da aula 9, ao antecipar, em linguagem simbólica, os procedimentos que foram, posteriormente, realizados na prática experimental.

Tabela 3 – Número de alunos por grupo – Aula 8

GRUPO	ESTUDANTES	TOTAL DE INTEGRANTES POR GRUPO
G1	1, 12, 21, 22 e 33	5
G2	6, 19, 20, 27, 28, 31 e 39	7
G3	2, 10, 30, 35, 38 e 41	6
G4	5, 18, 40, 42, 43 e 44	6
Total de alunos		24

A Figura 51 mostra os estudantes, reunidos em grupos, resolvendo a atividade referente à aula 8: ATIVIDADE PREPARATÓRIA - ANTES DAS MEDIÇÕES, anexo no Apêndice I.

Figura 51 - Aula 8 - Atividade Preparatória - Antes das Medições

Fonte: Elaboração do autor, 2025

Essa atividade consta de 14 questões em que os estudantes irão calcular o comprimento de uma circunferência, a partir de um ângulo e o comprimento de um arco dessa circunferência.

5.3.7.1 Questão 1

A questão 1 pede aos estudantes que calculem o comprimento de uma circunferência a partir de um arco de 20 mm de comprimento com um ângulo central de 10° . Todos os grupos responderam à questão corretamente como podemos ver na resposta do grupo G4, na Figura 52.

Figura 52 - Questão 1 - Resposta do grupo G4

ATIVIDADE PREPARATÓRIA - ANTES DAS MEDIÇÕES
 Atividade preparada pelo Observatório Didático de Astronomia da Unesp (coordenação nacional do Projeto Eratóstenes Brasil)

1) Veja a circunferência abaixo e os dois pontos B e M, cujas retas a partir deles até o centro da circunferência formam entre si um ângulo de 10° . Digamos que o comprimento do arco que liga os pontos B e M é de 20 mm. Descubra quanto mede o comprimento da circunferência completa.

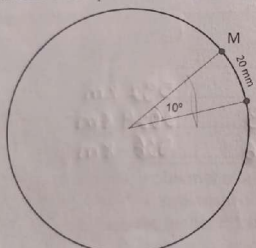


Figura 1

$$\begin{aligned}
 10^\circ &= 20 \text{ mm} \\
 360 &= X \\
 30X &= 7200 \\
 X &= 7200 \\
 X &= 720 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

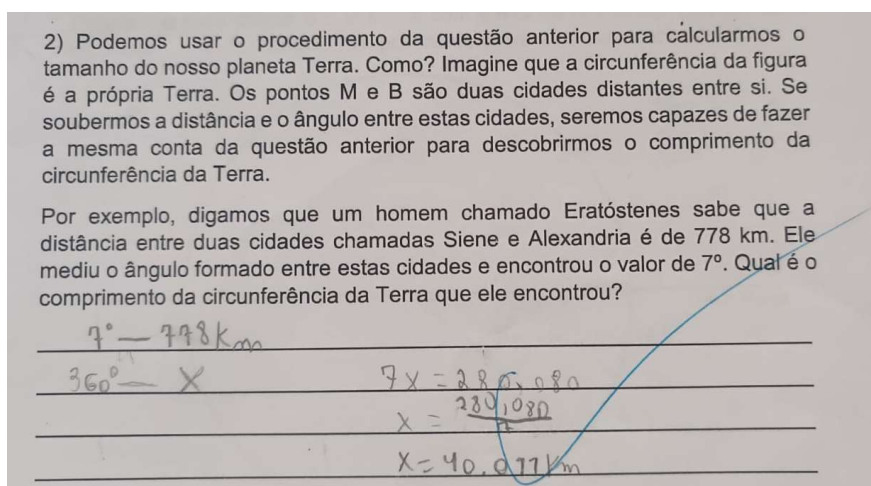
Fonte: Elaboração do autor, 2025.

5.3.7.2 Questão 2

A questão 2 pede para que os estudantes calculem a circunferência da Terra a partir de informações como a distância entre Siene e Alexandria e o ângulo formado entre as duas cidades no solstício de verão. Os grupos G1, G2 e G4 acertaram a essa questão de maneira totalmente autônoma.

Na Figura 53 é possível ver o resultado obtido pelo grupo G1, em que o grupo, assim como os demais grupos, usou a regra de três simples para chegar na resposta correta.

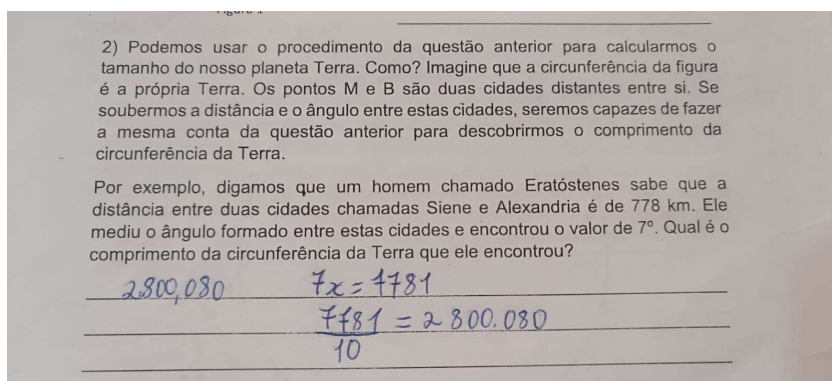
Figura 53 - Questão 2 - Resposta do grupo G1



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

O grupo G3, por sua vez, não chegou à resposta esperada para essa questão. Quando questionados de onde tiraram os valores utilizados na resposta, nenhum aluno soube explicar. É possível ver essa resolução na Figura 54.

Figura 54 - Questão 2 - Resposta do grupo G3



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

Percebeu-se, durante a realização da aula 8, uma falta de comprometimento dos estudantes do grupo G3. Mesmo após serem advertidos pelo professor, os dois alunos ficaram conversando e desenvolvendo a atividade com desdém. Os demais alunos alegaram estarem com fome e estavam esperando a hora do almoço.

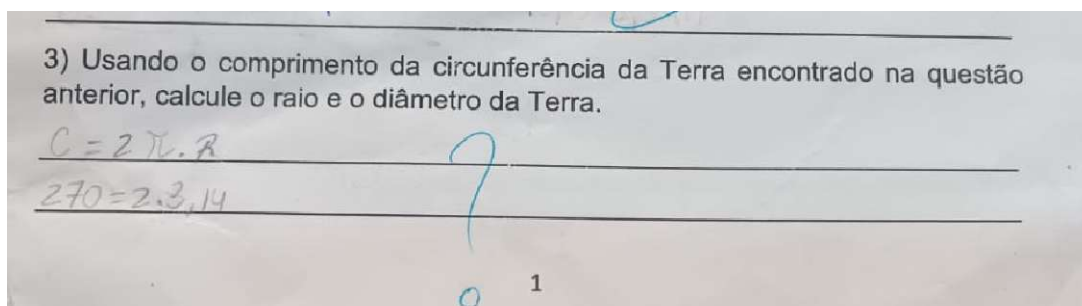
Como já mencionado anteriormente, os estudantes permaneceriam na escola até as 13 horas, excetuando-se aqueles que frequentavam o curso oferecido pelo SENAI. Dessa forma, os alunos que permaneceram para a aula 9 almoçaram na própria escola, no horário destinado à refeição dos estudantes do período integral.

5.3.7.3 Questão 3

A questão 3 tinha como objetivo o cálculo do raio da Terra, baseado nas informações obtidas na questão 2. Nesse caso, os grupos G1 e G4 acertaram a questão. Os grupos G2 e G3 por sua vez, erraram a questão.

O grupo dois pediu auxílio ao professor, que foi à lousa e resolveu um exemplo com valores aleatórios. No entanto, eles apenas copiaram parte do exemplo no local destinado à resposta e não chegaram a nenhum resultado, como podemos ver na Figura 55.

Figura 55 - Questão 3 - Resposta do grupo G2

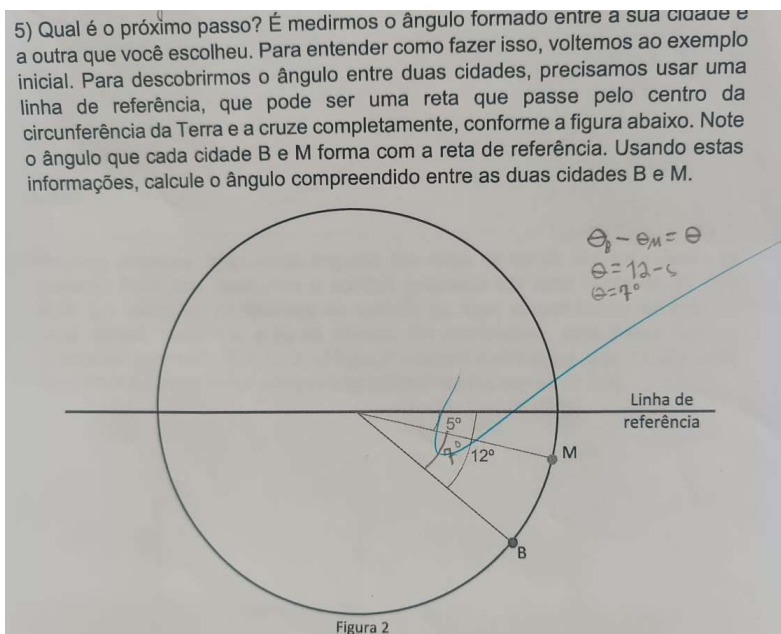


Fonte: Elaboração do autor, 2025.

As demais questões são meramente conceituais em que os estudantes tiveram que identificar a diferença entre ângulos como é o caso da questão 5, Figura 56, ou identificar o tamanho das sombras em duas cidades em diferentes longitudes no globo terrestre

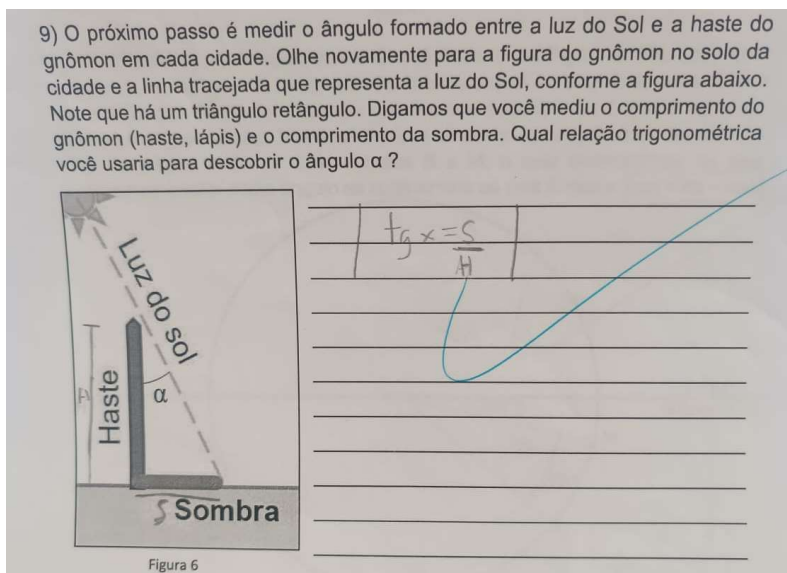
conforme pode ser visto na figura 56, ou ainda, qual relação trigonométrica poderia ser usada para descobrir a inclinação solar como visto na Figura 57.

Figura 56 - Questão 5 - Resposta do grupo G2



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Figura 57 - Questão 9 - Resposta do grupo G2



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

Nesta aula os estudantes puderam rever os conteúdos estudados na aula 3. Percebeu-se, no entanto, que os estudantes ainda apresentavam dificuldade com a interpretação das questões.

Logo após terem resolvido as questões os estudantes se dirigiram para o estacionamento da escola para auxiliar os demais componentes dos grupos que realizavam as medições das sombras.

5.3.8 Aula 9

A aula 9 correspondeu à atividade intitulada “Atividade para a data das medições”, configurando-se como etapa prática central do experimento, na qual os estudantes realizaram a medição do comprimento da sombra projetada pelos gnômons, com o propósito inicial de determinar o meio-dia solar. Essa atividade foi desenvolvida de forma simultânea em duas unidades de ensino: a Escola Nathércia Pompeo dos Santos e a Universidade aberta à Terceira Idade (UNATI) da Universidade Estadual Paulista (UNESP) campus de Guaratinguetá.

A realização dessa etapa ocorreu em duas datas distintas. Na primeira, em 11 de abril de 2025, no intervalo entre 11h e 12h40, participaram dois estudantes, identificados como aluno 15 e aluna 18, os quais realizaram individualmente as medições, conforme registrado na Figura 58 e na Figura 59. Nessa ocasião, contou-se com a parceria da UNATI, no âmbito do Projeto Eratóstenes Brasil, cuja data limite para a realização das medições estava estabelecida para o dia 11 de abril de 2025, conforme o cronograma oficial do projeto, que pode ser visto na Figura 61. Inicialmente, havia sido acordado entre este pesquisador e o professor André Amarante, responsável pelas equipes da UNATI, que o experimento seria realizado em 8 de abril, entretanto, em função das condições meteorológicas desfavoráveis em Guaratinguetá, a aplicação precisou ser adiada para o dia 11.

O experimento foi reaplicado em 23 de maio de 2025, contando, nesse momento, com a participação de todos os grupos. Nessa segunda data, estabeleceu-se parceria com a Escola Estadual Floriano Viegas Machado, localizada em Dourados, Mato Grosso do Sul, onde os estudantes foram orientados pela professora Camila Leite de Oliveira.

A partir das medidas coletadas, os estudantes registraram os dados das medidas das sombras, determinaram o horário do meio-dia solar e calcularam o ângulo solar.

Figura 58 - Aula 9 - Dia das medições - 11/04/2025 – Corumbá MS



Fonte: Elaboração do autor, 2025

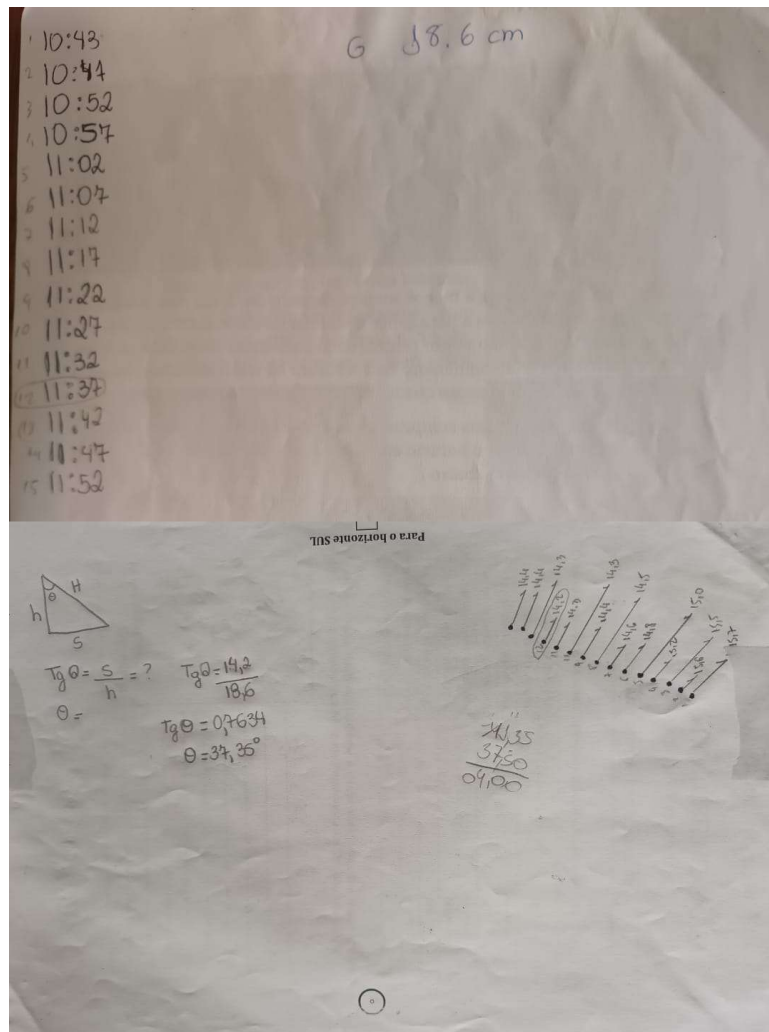
Os estudantes realizaram marcações em uma folha em branco a cada 5 minutos. No dia 23 de maio, as medições foram iniciadas por volta das 10h40, de modo que os grupos dispusessem de um número maior de anotações e pudessem determinar, com maior precisão, o horário do meio-dia solar. As anotações dos horários e as marcações das sombras podem ser vistas na Figura 60.

Figura 59 - Aula 9 - Dia das medições - 11/04/2025. Corumbá - MS



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Figura 60 - Anotações dos horários e medidas das sombras - Grupo G4



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

Figura 61 - Cronograma do Projeto Eratóstenes Brasil



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

A Figura 62 mostra o professor monitorando as marcações das sombras realizadas pelos alunos 15 e 18 no dia 11 de abril. Após essa data o aluno 15 foi transferido para outra escola.

Figura 62 - Aula 9 - Dia das medições - 11/04/2025. Corumbá - MS



Fonte: Elaboração do autor, 2025

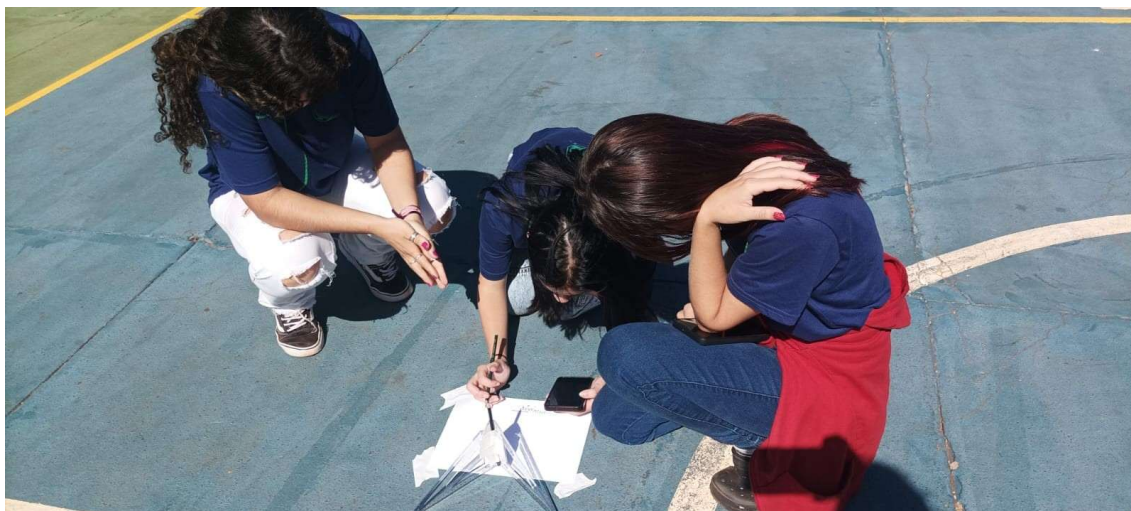
As figuras 63 e 64 foram registradas pela professora Camila, da escola Floriano Viegas Machado, de Dourados, no dia 23 de maio.

Figura 63 - Aula 9 - Dia das medições - 23/05/2025 – Dourados - MS



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Figura 64 - Aula 9 - Dia das medições - 23/05/2025 – Dourados - MS



Fonte: Elaboração do autor, 2025

As Figuras 65 e 66 foram registradas pela Professora Coordenadora de Práticas Inovadoras (PCPI), Gláucia Regina Monteiro da Costa, da Escola Nathércia Pompeo dos Santos. A docente acompanhou os estudantes durante o início das medições, enquanto este autor se encontrava com outro grupo de alunos na atividade correspondente à aula 8, descrita na seção 4.3.7.

Figura 65 - Aula 9 - Dia das medições - 23/05/2025 – Corumbá - MS



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Figura 66 - Aula 9 - Dia das medições - 23/05/2025 – Corumbá - MS



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Nessa aula, observou-se o envolvimento de todos os estudantes, que se revezavam na realização dos registros. Notou-se um empenho significativo por parte da turma, inclusive dos integrantes do grupo G3, que anteriormente haviam demonstrado menor comprometimento na resolução das atividades propostas na aula 8.

A aula 9, então, insere-se de forma clara no modo de representação enativa, pois centra-se na realização do experimento: construção e posicionamento do gnômon, registro sistemático das sombras ao longo do tempo, marcação dos comprimentos e anotação dos horários, em diferentes contextos escolares. Os estudantes trabalharam diretamente com materiais, com o movimento aparente do Sol e com a variação real das sombras, construindo significados a partir da ação e da observação, o que caracteriza o núcleo enativo da atividade. Ao mesmo tempo, essa aula cria condições para uma passagem gradual ao modo simbólico, na medida em que os registros constituem um ponto intermediário entre a ação concreta e o tratamento matemático formal que foi desenvolvido na aula 10.

5.3.9 Aula 10

A décima e última aula, ocorrida no dia 30 de maio de 2025, destinou-se aos cálculos da circunferência e do raio da Terra, baseado nas medições obtidas na aula 9. Nessa aula os estudantes revisaram os conteúdos estudados nas aulas anteriores e responderam à atividade final do Projeto Eratóstenes Brasil (ATIVIDADE DEPOIS DAS MEDIÇÕES). A aula contou com a participação de 19 alunos e teve a duração de aproximadamente 1 hora.

A aula 10, por sua vez, esteve predominantemente situada no modo de representação simbólica, pois os estudantes utilizaram as medidas coletadas na aula 9 para preencher tabelas, calcular ângulos solares, determinar a circunferência e o raio da Terra e analisar erros percentuais, mobilizando de forma intensa a linguagem matemática e as relações trigonométricas. Nessa etapa, a experiência prática com gnômon e as sombras é configurada em termos de expressões algébricas, razões trigonométricas e interpretações quantitativas, evidenciando um movimento de formalização que caracteriza a transição do enativo para o simbólico, sem deixar de passar por registros intermediários de natureza icônica, como esquemas, tabelas preenchidas e registros gráficos de medições. Desse modo, a aula 10 funcionou como culminância simbólica da SEA, reorganizando, em linguagem conceitual e matemática, os significados construídos nos modos ativo e icônico nas aulas anteriores.

A tabela 4 apresenta a organização dos grupos durante a realização da atividade correspondente à aula 10. As alterações ocorridas na composição dos grupos ao longo das aulas da SEA decorreram da ausência de alguns estudantes que os integravam.

Tabela 4 - Distribuição de alunos por grupo na aula 10

GRUPO	ESTUDANTES	TOTAL DE INTEGRANTES POR GRUPO
G1	1, 22 e 33	3
G2	11, 19, 27, 28, e 31	5
G3	10, 17, 25, 30, 38 e 41	6
G4	4, 8, 18, 43 e 44	5
Total de alunos		19

Fonte: Elaboração do autor

Primeiramente, os estudantes, reunidos em grupos, fizeram uma breve revisão dos conteúdos estudados e discutindo com o professor os principais tópicos. Na ocasião o professor perguntou aos estudantes o que eles gostariam de ter estudado na SEA. Alguns alunos relataram que queriam aprender mais sobre o Big Bang, como foi o caso do aluno 17. Já o aluno 28, por exemplo, queria aprender sobre buracos negros.

5.3.9.1 Respostas da Atividade Depois das Medições

A seguir serão discutidas as respostas de cada grupo à atividade da aula 10.

5.3.9.1.1 Questão 1

A primeira questão da atividade da aula 10 consiste no preenchimento de uma tabela com informações da data da medição, nome da cidade onde a SEA está sendo aplicada, nome da cidade parceira, longitude da cidade parceira, distância entre as duas cidades, comprimento do gnômon, o comprimento da menor sombra e o horário da menor sombra. A Figura 67 mostra essa tabela com as informações utilizadas pelo grupo G1.

Figura 67 - Tabela de medições do grupo G1

G1

PROJETO ERATÓSTENES BRASIL
Educação em Astronomia

ATIVIDADE DEPOIS DAS MEDIÇÕES
Atividade preparada pelo Observatório Didático de Astronomia da Unesp (coordenação nacional do Projeto Eratóstenes Brasil)

1) Preencha os dados na tabela usando as duas atividades anteriores.

Data da medição:	
Nome da sua cidade:	Corumbá
Longitude da sua cidade:	
Nome da cidade escolhida:	Dourados
Longitude da cidade escolhida:	-54,7182669 (em graus)
Distância entre as cidades:	460 (em km)
Comprimento do gnômon:	16,02 cm (em mm)
Comprimento da menor sombra:	15,05 cm (em mm)
Horário da menor sombra:	11h40

De acordo com as anotações da aula anterior, o comprimento da menor sombra foi de 11,5 cm

2) Usando as suas medidas, conforme a tabela acima, encontre o valor do ângulo α

Fonte: Elaboração do autor, 2025

Nesse caso, os estudantes do grupo G1 anotaram na tabela da questão 1 o comprimento errado da menor sombra encontrada no dia das medições, o que acabou por comprometer o resultado final do comprimento e do raio da Terra.

Os grupos G2, G3 e G4 registraram, nos respectivos campos destinados ao comprimento do gnômon, ao comprimento da menor sombra e ao horário em que esta ocorreu, as informações provenientes da escola parceira localizada em Dourados, como podemos ver na Figura 68. Esse pequeno equívoco não interferiu nos resultados.

Figura 68 - Tabela de informações dos grupos G4, G2 e G3.

G4

PROJETO ERATÓSTENES BRASIL
Educação em Astronomia

ATIVIDADE DEPOIS DAS MEDIÇÕES
Atividade preparada pelo Observatório Didático de Astronomia da Unesp (coordenação nacional do Projeto Eratóstenes Brasil)

Preencha os dados na tabela usando as duas atividades anteriores.

Data da medição:	23/05/25
Nome da sua cidade:	CORUMBÁ
Longitude da sua cidade:	-57,652951 (em graus)
Nome da cidade escolhida:	Dourados
Longitude da cidade escolhida:	-54,7182669 (em graus)
Distância entre as cidades:	460 km (em km)
Comprimento do gnômon:	17,04 cm (em mm)
Comprimento da menor sombra:	15,08 cm (em mm)
Horário da menor sombra:	11:40 HORA

G2

PROJETO ERATÓSTENES BRASIL
Educação em Astronomia

ATIVIDADE DEPOIS DAS MEDIÇÕES
Atividade preparada pelo Observatório Didático de Astronomia da Unesp (coordenação nacional do Projeto Eratóstenes Brasil)

Preencha os dados na tabela usando as duas atividades anteriores.

Data da medição:	23/05/2025
Nome da sua cidade:	Corumbá
Longitude da sua cidade:	
Nome da cidade escolhida:	Dourados
Longitude da cidade escolhida:	-54,7182669 (em graus)
Distância entre as cidades:	460 (em km)
Comprimento do gnômon:	17,04 cm (em mm)
Comprimento da menor sombra:	15,08 cm (em mm)
Horário da menor sombra:	11h40

G3

PROJETO ERATÓSTENES BRASIL
Educação em Astronomia

ATIVIDADE DEPOIS DAS MEDIÇÕES
Atividade preparada pelo Observatório Didático de Astronomia da Unesp (coordenação nacional do Projeto Eratóstenes Brasil)

Preencha os dados na tabela usando as duas atividades anteriores.

Data da medição:	23/05/2025
Nome da sua cidade:	Corumbá
Longitude da sua cidade:	
Nome da cidade escolhida:	Dourados
Longitude da cidade escolhida:	-54,7182669 (em graus)
Distância entre as cidades:	460 (em km)
Comprimento do gnômon:	17,04 cm (em mm)
Comprimento da menor sombra:	15,08 cm (em mm)
Horário da menor sombra:	11h40

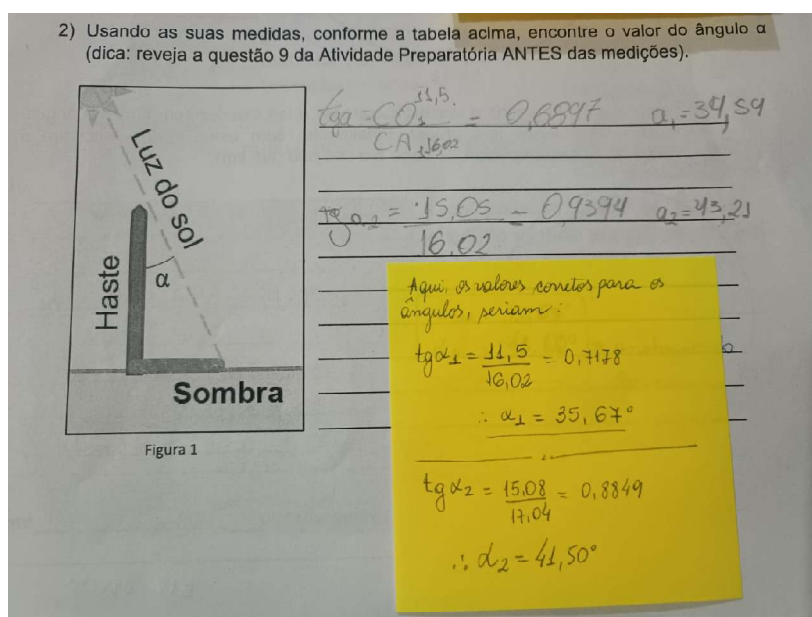
Fonte: Elaboração do autor, 2025.

5.3.9.1.2 Questão 2

A questão 2 teve como objetivo o cálculo do ângulo solar correspondente à cidade dos participantes, sendo também solicitado o cálculo do ângulo solar referente à escola parceira.

Na Figura 69 estão apresentados os cálculos elaborados pelo Grupo G1. Nesse caso, em decorrência do preenchimento incorreto da tabela da questão 1, foram obtidos resultados significativamente diferentes dos esperados, ainda que as ferramentas matemáticas tenham sido aplicadas de forma adequada. Verificou-se, igualmente, a ocorrência de um erro de divisão no cálculo da tangente do ângulo solar α_1 (ângulo solar em Corumbá). Constatou-se, ainda, um equívoco no cálculo do ângulo α_2 (ângulo solar em Dourados), em que foram empregados os valores de 15,05 cm para o comprimento da menor sombra, em substituição a 15,08 cm, e de 16,02 cm para o comprimento do gnômon, em vez de 17,04 cm.

Figura 69 - Questão 2 - Resposta do Grupo G1

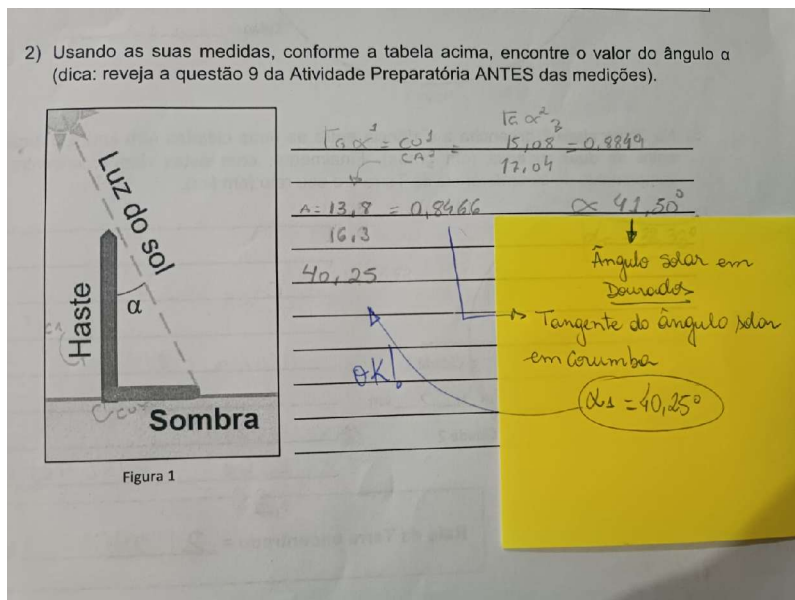


Fonte: Elaboração do autor

Os resultados obtidos pelo grupo G2 foram comprometidos em razão da não fixação adequada da folha de medições de sombras na data prevista para esse fim. Em decorrência disso, o vento provocou o deslocamento da folha, comprometendo integralmente os dados registrados. Observa-se, contudo, na Figura 70, que as

ferramentas matemáticas foram aplicadas de forma correta nos cálculos realizados por esse grupo.

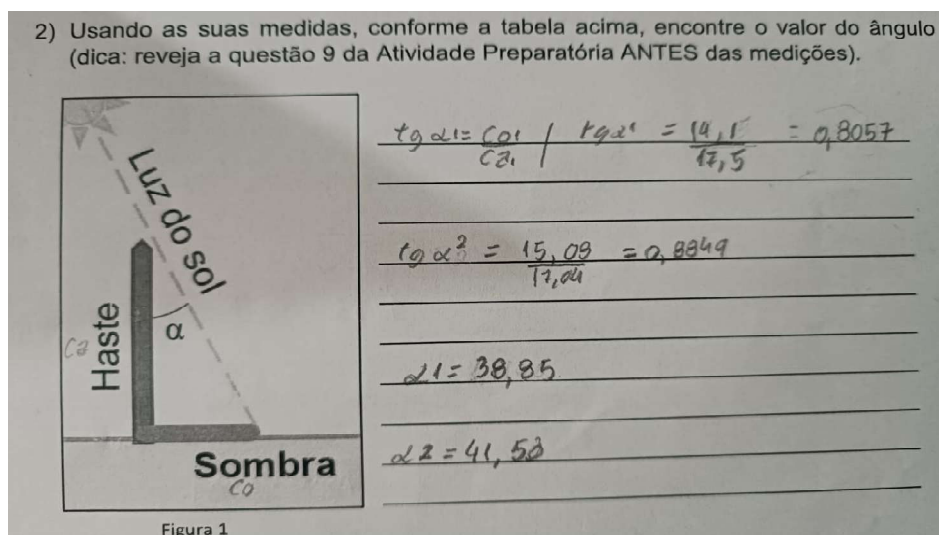
Figura 70 - Questão 2 - Resposta do Grupo G2



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

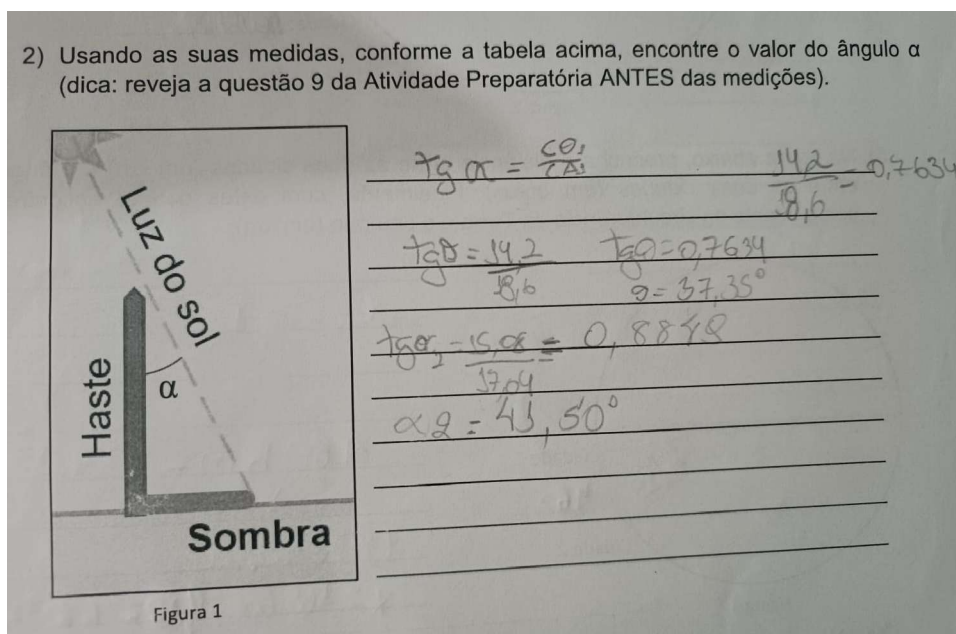
As respostas dos grupos G3 e G4 à questão 2 foram consideradas satisfatórias, evidenciando a adequada compreensão das atividades desenvolvidas nas aulas anteriores, como pode ser visto nas Figuras 71 e 72.

Figura 71 - Questão 2 - Resposta do grupo G3



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Figura 72 - Questão 2 - Resposta do grupo G4



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

5.3.9.1.3 Questões 3 e 4

As questões 3 e 4 foram elaboradas de modo a serem preenchidas com base nas informações obtidas na questão 2, estabelecendo, assim, uma sequência lógica entre as etapas da atividade. Observou-se que todos os grupos responderam a essas questões de maneira satisfatória, conforme ilustrado na figura 73. O que indica um nível aceitável de compreensão em relação às etapas anteriores da proposta.

Apesar desse desempenho geral, identificou-se que uma parcela significativa dos estudantes ainda apresentava dificuldades na realização dos cálculos do ângulo solar. Parte desses estudantes relatou não saber utilizar, em seus dispositivos móveis, a função inversa da tangente ($\tan^{-1}$) necessária para determinação do ângulo. Outro grupo, quantitativamente menor, declarou não dominar plenamente as relações trigonométricas requeridas para a resolução dos problemas, o que denota lacunas conceituais relacionadas ao uso dessas funções no contexto aplicado.

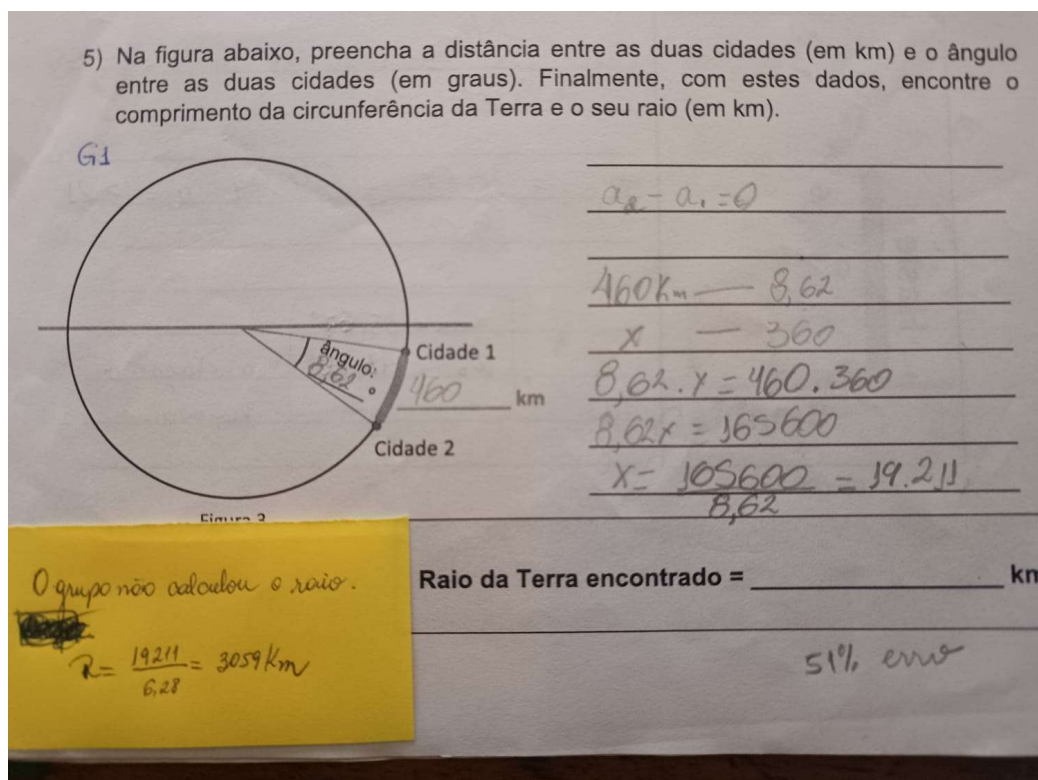
Observou-se, ainda, que a participação dos estudantes durante a implementação da Sequência de Ensino e Aprendizagem (SEA) apresentou oscilações significativas. Essa

5.3.9.1.4 Questão 5

A finalidade da questão 5 consistia em determinar o comprimento e o raio da Terra, a partir da distância entre as escolas parceiras e das informações obtidas na aula 9. Essa questão se baseava nos resultados previamente alcançados nas questões de 1 a 4 da mesma atividade.

Conforme relatado anteriormente, o grupo G1 preencheu incorretamente a tabela referente à primeira questão, o que comprometeu a precisão dos resultados subsequentes. Dessa forma, o grupo obteve o valor de 19.211 km para o comprimento da Terra, resultado em um erro percentual de 51,98% em relação ao valor esperado conforme a questão 2 da atividade desenvolvida na aula 8. A Figura 74 apresenta os cálculos realizados pelo grupo G1.

Figura 74 - Questão 5 - Resolução do grupo G1

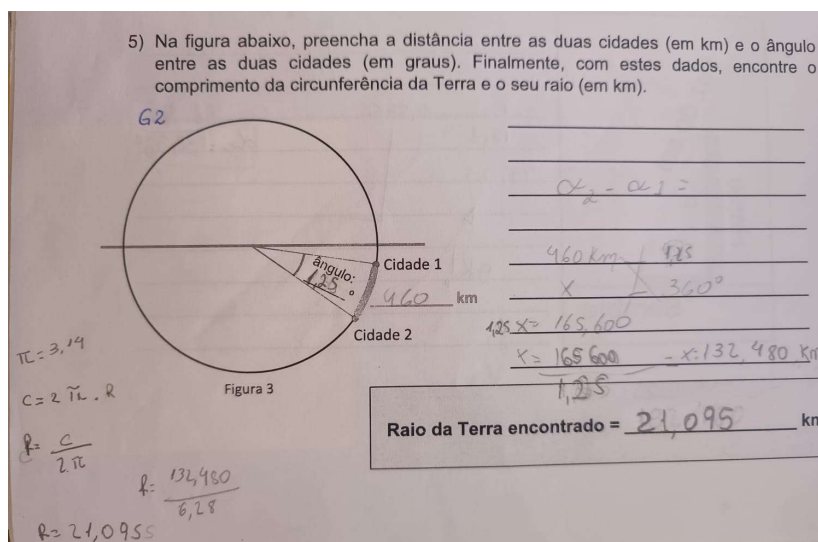


Fonte: Elaboração do autor, 2025

Nota-se também que o grupo não realizou o cálculo do raio da Terra. Questionados, os integrantes do grupo disseram não ter percebido que a questão também pedia o valor do raio da Terra.

O grupo G2, conforme relatado, não fixou adequadamente no solo a folha utilizada para as marcações das sombras projetadas pelos gnômons, contrariando as orientações estabelecidas na atividade da aula 9. Em decorrência desse preenchimento inadequado, os resultados obtidos pelo grupo apresentaram um erro significativo tanto na determinação do comprimento da circunferência terrestre quanto na estimativa do seu raio, conforme ilustrado na Figura 75.

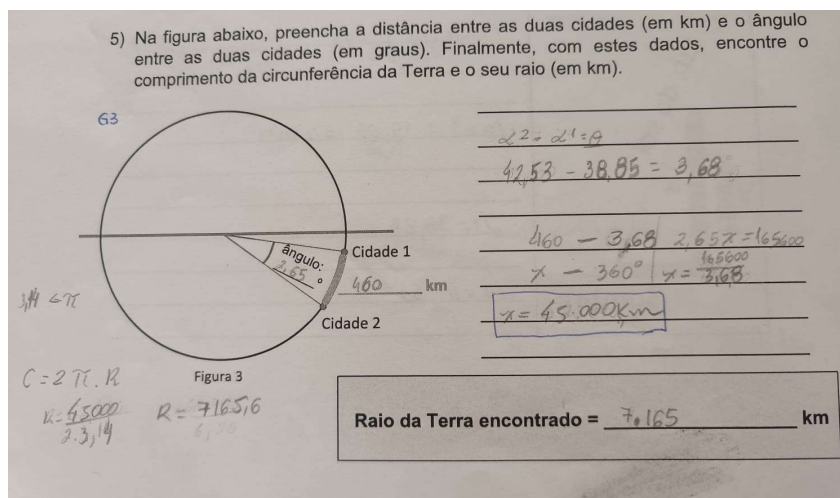
Figura 75 - Questão 5 - Resposta do grupo G2



Fonte: Elaboração do autor, 2025

Os integrantes do grupo 3, responsáveis pelas medições iniciais, procederam conforme as orientações da atividade da aula 9, o que acarretou em uma boa precisão dos resultados obtidos. É possível notar, na figura 76, que o resultado para o comprimento da circunferência terrestre foi de 45.000 km, o que corresponde a um erro de 11,08%.

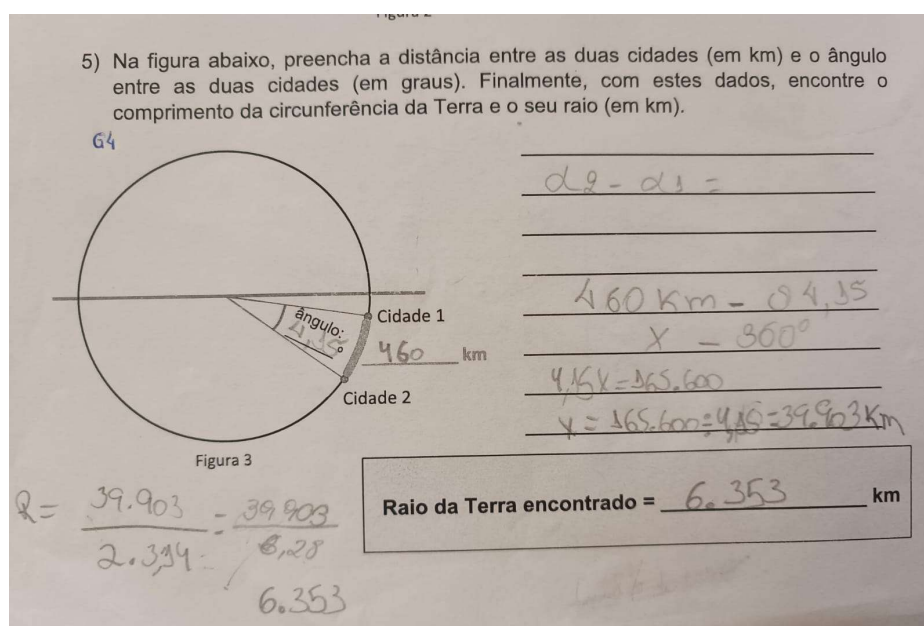
Figura 76 - Questão 5 - Resposta do grupo G3



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

O grupo G4 obteve resultados altamente satisfatórios, apresentando um erro percentual inferior a 1%, o que indica elevada precisão nos procedimentos adotados para essa etapa da SEA. Nesse contexto, o grupo determinou o comprimento da Terra em 39.903 km e o raio terrestre em 6.353 km, valores muito próximos daqueles aceitos na literatura. Além disso, a equipe foi composta por cinco integrantes, os quais participaram ativamente de praticamente todas as aulas, desde a avaliação diagnóstica até a avaliação final, elemento que pode ter contribuído para a maior consistência conceitual e procedimental evidenciada nos resultados. A figura 77 apresenta os cálculos realizados.

Figura 77 - Questão 5 - Resposta do grupo G4



Fonte: Elaboração do autor, 2025.

5.4 Aplicação da avaliação final

Em 23 de junho de 2025 foi aplicada a avaliação final (AF) – que contou com a participação de 14 estudantes – detalhada no apêndice F. A avaliação final não foi aplicada durante a aula de física, que ocorriam todas as sextas-feiras, como já mencionado

nesse trabalho. Na ocasião, a AF foi aplicada na aula da professora de Biologia. Os alunos 1, 4, 8, 11, 18, 19, 21, 24, 27, 28 e 30 estavam presentes nas duas avaliações.

Devido a grande diferença entre a quantidade de alunos presentes na Avaliação Diagnóstica e na Avaliação Final não é viável fazer um comparativo entre as duas avaliações.

5.4.1 Avaliação final – Questão 1

A primeira questão da avaliação final tratava da variação do comprimento da sombra de uma haste em função da latitude. Nessa questão, 13 estudantes assinalaram corretamente a alternativa “c”, que correspondia à resposta esperada. Apenas o estudante 17 marcou a alternativa “a”, segundo a qual a variação do comprimento da sombra estaria relacionada à intensidade da luz, supostamente maior em latitudes mais baixas. Ao ser questionado sobre sua escolha, o estudante relatou ter ficado em dúvida entre as alternativas “a” e “c” e que, ao final optou por marcar a letra “c”.

5.4.2 Avaliação final – Questão 2

O enunciado da questão 2 dizia que: Eratóstenes mediu diferenças de sombras em dois locais (Siena e Alexandria) ao mesmo instante de medição solar. Qual é o princípio geométrico usado para transformar a diferença angular observada em uma estimativa da circunferência da Terra?

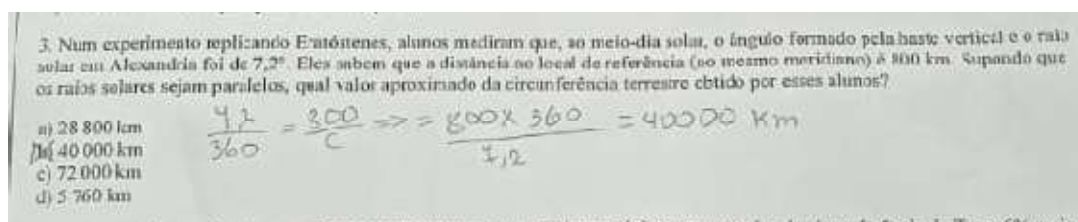
Todos os estudantes responderam de maneira correta, marcando a alternativa “a” que dizia que a semelhança de triângulos que relaciona o ângulo submetido no centro da Terra com a fração da circunferência entre os dois pontos.

5.4.3 Avaliação final – Questão 3

Na questão 3, os estudantes deveriam calcular o comprimento da circunferência da Terra com valores semelhantes àqueles encontrados por Eratóstenes a mais de 2000 anos atrás. Nesse caso, todos os alunos marcaram a alternativa correta, porém, somente 9 dos 14 alunos presentes na avaliação apresentaram os cálculos da questão, conforme solicitado no início da avaliação.

Na Figura 78 podemos ver uma dessas resoluções.

Figura 78 - Questão 3 - Avaliação final - Resposta do aluno 18



Fonte: Elaboração do autor, 2025

5.4.4 Avaliação final – Questão 4

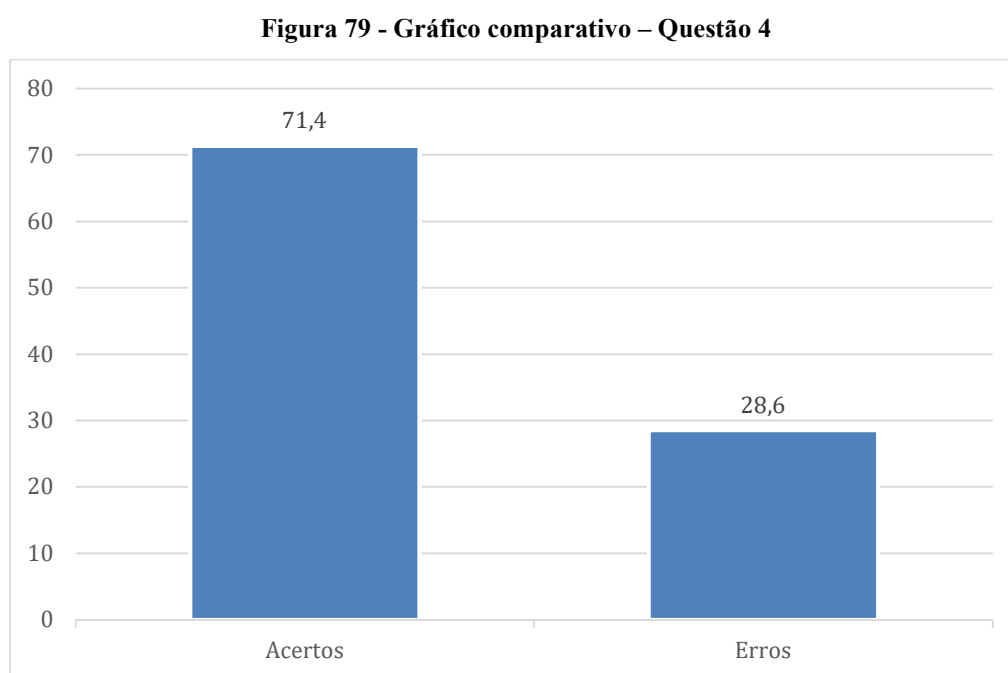
A questão 4 da avaliação final abordava um possível erro de 6% na medida da circunferência da Terra, obtida a partir da reprodução do Experimento de Eratóstenes. Nesse item, 10 estudantes selecionaram a alternativa correta, identificando como fatores responsáveis pela diferença observada nas medições a distância incorreta entre os locais, a inclinação do terreno e a refração atmosférica, elementos que de fato podem interferir na determinação do valor da circunferência da Terra.

Por outro lado, quatro estudantes marcaram a alternativa “a”, que atribuía o erro de 6% à combinação entre falhas na leitura do gnômon e à rotação da Terra. Essa alternativa mostra-se conceitualmente inadequada ao associar diretamente o erro percentual mencionado à rotação terrestre, uma vez que essa rotação é intrínseca ao próprio fenômeno observado e não constitui, por si só, uma fonte de erro nas condições propostas no experimento. Contudo, a escolha dessa alternativa revela que os estudantes

reconheceram, ao mesmo parcialmente, que imprecisões na leitura da sombra projetada pelo gnômon podem comprometer os resultados numéricos obtidos.

Esse entendimento dialoga com situações vivenciadas durante a aula 9, em que alguns grupos apresentaram erros na marcação ou na leitura da sombra, o que impactou diretamente os valores calculados para a atividade da aula 10. Tal recorrência sugere que, embora os estudantes ainda apresentem dificuldades em discriminar adequadamente as causas física e metodológicas dos erros, começam a perceber a importância do controle experimental e da precisão das medidas na obtenção de resultados mais confiáveis.

A Figura 79 apresenta o gráfico de acertos e erros relativos à questão 4 da avaliação final.



Fonte: Elaboração do autor, 2025

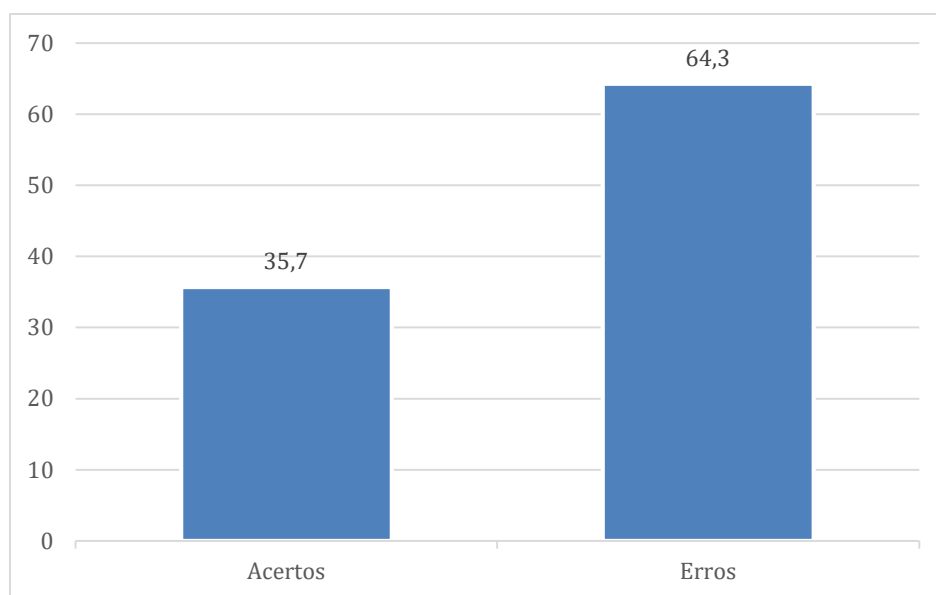
5.4.5 Avaliação final – Questão 5

Na questão 5, foi proposto que os alunos calculassem o ângulo formado entre duas cidades fictícias, utilizando conceitos básicos de trigonometria. Nesse caso, foi permitido aos estudantes a utilização de calculadora. Verificou-se que 35,7%, dos estudantes 14

alunos que participaram da avaliação final, marcaram a alternativa correta, enquanto 64,3% apresentaram respostas incorretas, como apresentado no gráfico da figura 80.

Esses resultados indicam que, embora parte dos alunos tenham conseguido aplicar corretamente os conceitos de trigonometria, a maioria deles demonstrou dificuldades em estabelecer a correspondência entre os dados fornecidos no enunciado e a formulação matemática necessária para a resolução do problema. Tal desempenho indica a necessidade de reforço dos conteúdos de geometria e trigonometria e suas aplicações em conceitos experimentais de física e astronomia.

Figura 80 - Gráfico comparativo – Questão 5



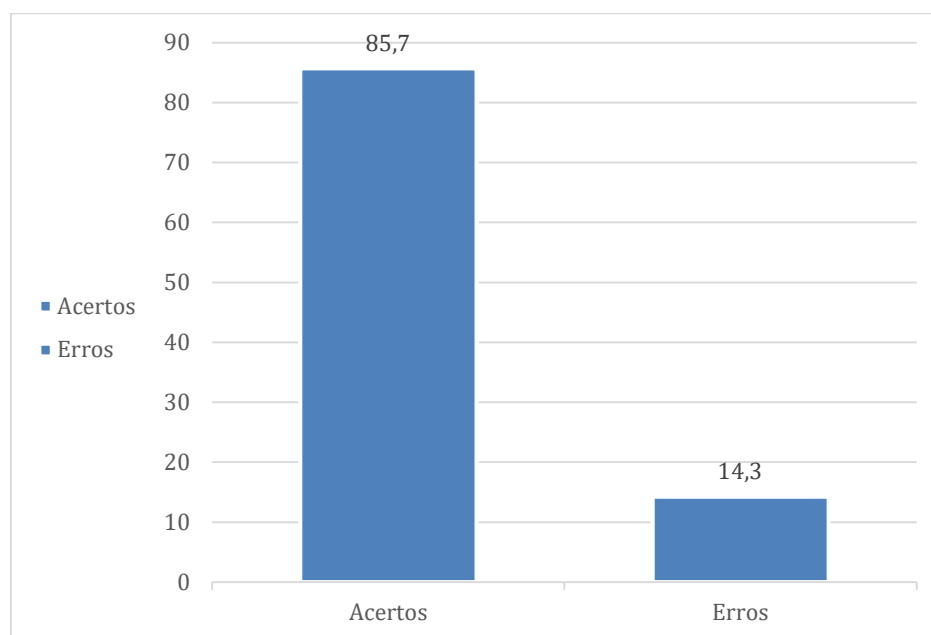
Fonte: Elaboração do autor, 2025

5.4.6 Avaliação final – Questão 6

A questão 6 fala sobre a Terra ter uma forma achatada nos polos, perguntando ao estudante qual o motivo desse achatamento. Verificou-se, conforme o gráfico da Figura 81, que 85,7% dos estudantes acertaram à questão, demonstrando que compreendem que o achatamento da Terra decorre do movimento de rotação e da consequente força centrífuga gerada. Esse elevado índice de acertos evidencia que os estudantes assimilaram o conceito sobre a forma do planeta, indicando que as discussões realizadas ao longo da

aplicação da SEA contribuíram para a compreensão da forma geoide da Terra e das forças envolvidas em sua estrutura física. O resultado reflete, portanto, uma consolidação conceitual significativa em relação ao formato e à dinâmica do planeta.

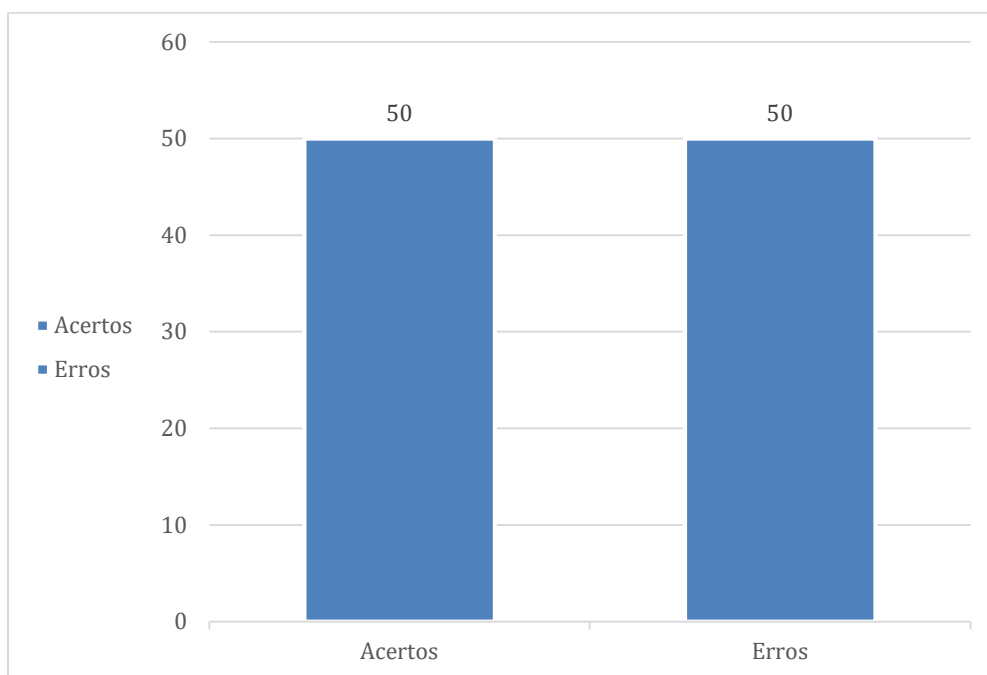
Figura 81 - Gráfico comparativo – Questão 6



Fonte: Elaboração do autor, 2025

5.4.7 Avaliação final – Questão 7

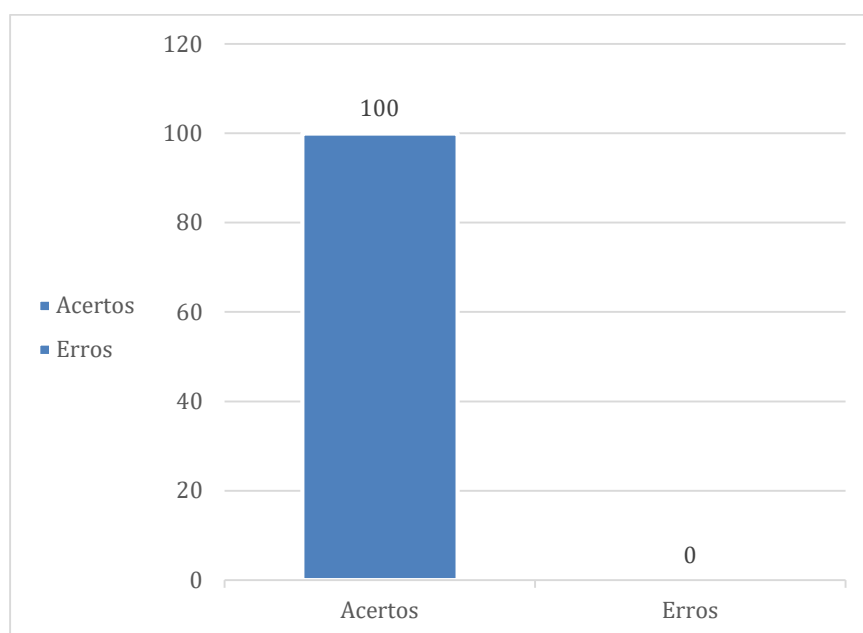
A questão 7 solicitou que os estudantes calculassem o comprimento e o raio de uma circunferência a partir do ângulo central e a medida do arco correspondente, exigindo a aplicação direta de conceitos geométricos e trigonométricos. Verificou-se, como se pode ver no gráfico da Figura 82, que 50% dos participantes responderam corretamente à questão. Esse percentual de erros revela que existe a necessidade de reforçar os conceitos matemáticos aplicados de modo a consolidar a compreensão quantitativa do conteúdo estudado.

Figura 82 - Gráfico comparativo – Questão 7

Fonte: Elaboração do autor, 2025

5.4.8 Avaliação final – Questão 8

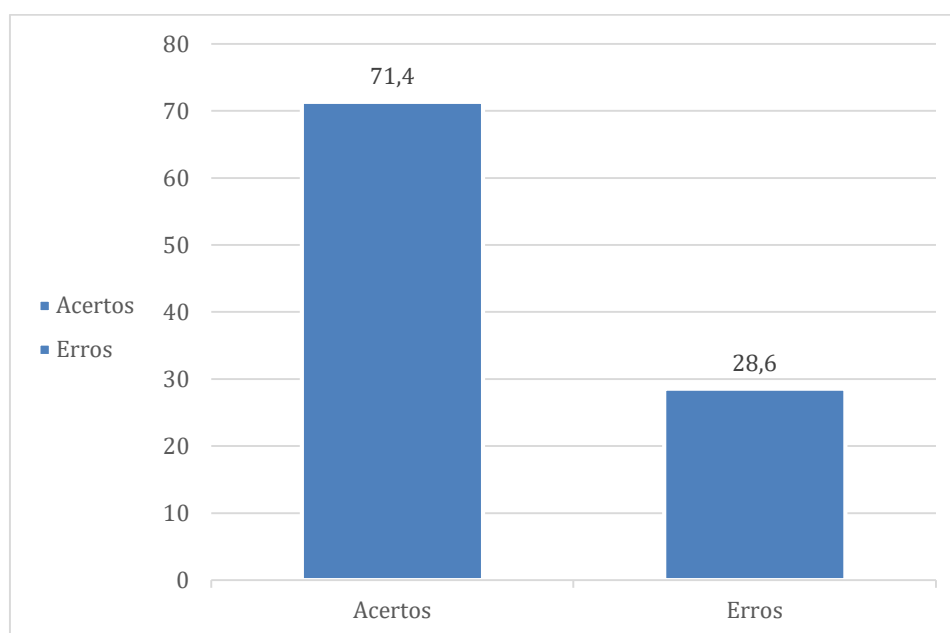
A questão 8 buscou avaliar a capacidade dos estudantes em comparar os métodos de medição da Terra, questionando-os sobre a principal vantagem na utilização do sistema de Guia de Posicionamento Global (GPS – sigla em inglês) em relação ao método empregado por Eratóstenes há mais de 2000 anos. Verificou-se que 100% dos participantes responderam corretamente, reconhecendo que o GPS é muito superior em relação à precisão dos dados a serem encontrados (Figura 83). Esse resultado mostra que todos os estudantes foram capazes de estabelecer uma relação crítica entre métodos científicos de diferentes épocas, compreendendo a evolução das técnicas de medição e sua relevância para o avanço da ciência e da tecnologia.

Figura 83 - Gráfico comparativo – Questão 8

Fonte: Elaboração do autor, 2025

5.4.9 Avaliação final – Questão 9

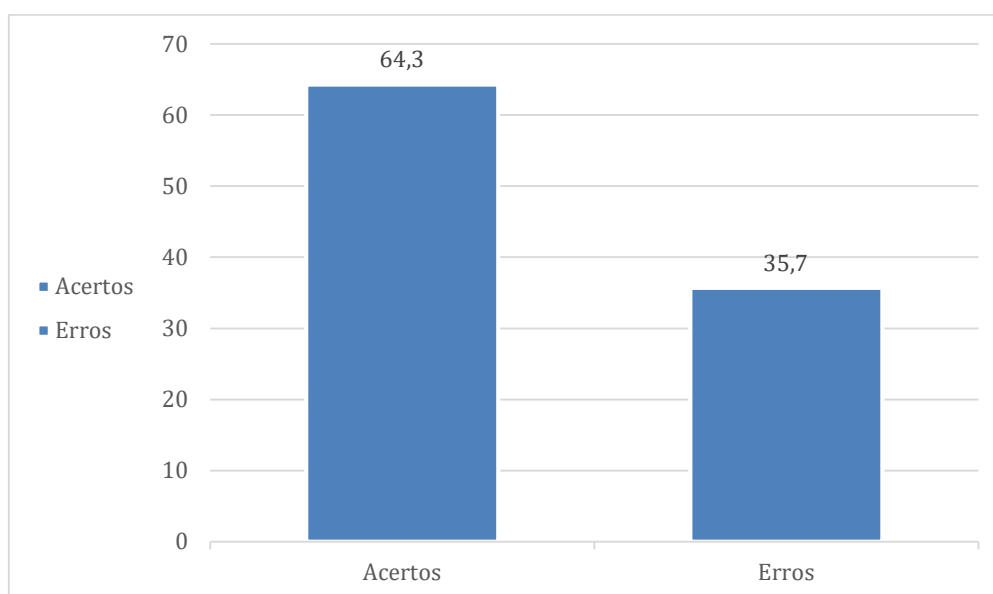
A questão 9 tratou da relevância didática e científica do Experimento de Eratóstenes, questionado sobre a sua importância para a consolidação do método científico. No gráfico da Figura 84 verifica-se que 71,4% dos participantes responderam corretamente, reconhecendo que o experimento representa um marco na história da ciência. O percentual de acertos indica ainda que a maioria dos estudantes assimilou a importância do experimento, compreendendo-o como uma das primeiras aplicações sistemáticas do método científico. Entretanto, é preciso ressaltar que 28,6% dos estudantes não acertaram a questão o que indica que uma parte significativa dos estudantes ainda apresentam dificuldades em estabelecer uma relação entre a prática experimental e os princípios do método científico.

Figura 84 - Gráfico comparativo – Questão 9

Fonte: Elaboração do autor, 2025

5.4.10 Avaliação final – Questão 10

A questão 10, semelhante à questão 3, solicitou que os estudantes calculassem o comprimento de uma circunferência de um planeta fictício a partir da medida do arco de circunferência e do ângulo correspondente. O objetivo foi verificar a capacidade dos estudantes em aplicar corretamente os conceitos matemáticos, sem se deixarem influenciar por valores já conhecidos, como o da circunferência da Terra. Observou-se, no entanto, que 35,4% dos estudantes marcaram a alternativa que apresentavam um valor próximo ao valor da medida da circunferência da Terra, sem realizar o cálculo necessário, sendo, portanto, intencionalmente induzidos ao erro. Em contrapartida, 64,3% deles responderam corretamente à questão, demonstrando domínio conceitual e capacidade de discernimento diante de situações-problema com dados aparentemente enganosos. Esses resultados mostram que 9 dos 14 alunos presentes na avaliação final desenvolveram habilidades de raciocínio lógico e autonomia intelectual, conseguindo aplicar de forma adequada o conhecimento adquirido ao longo das atividades propostas na Sequência de Ensino e Aprendizagem.

Figura 85 - Gráfico comparativo questão 10

Fonte: Elaboração do autor, 2025

5.5 Análise comparativa dos resultados

A comparação entre os resultados obtidos na avaliação diagnóstica e na avaliação final permite observar mudanças no desempenho dos estudantes ao longo da sequência didática fundamentada no Experimento de Eratóstenes. Os dados indicam que, no momento inicial, os alunos apresentavam conhecimentos restritos, predominantemente associados a concepções intuitivas sobre a esfericidade da Terra, com pouca ou nenhuma articulação com procedimentos experimentais, fundamentos geométricos ou interpretações históricas do método científico. O Quadro 5 mostra a comparação entre os conceitos aplicados na AD e na AF.

Quadro 5 - Comparativo entre as questões da AD e AF

Avaliação Diagnóstica – Questão	Conteúdos / Conceitos Investigados	Avaliação Final – Questão	Conteúdos / Conceitos Avaliados
Q1 – Formato da Terra	Concepções prévias sobre a esfericidade da Terra; ideias intuitivas e senso comum	Q1	Relação entre variação de sombras e curvatura da Terra; interpretação conceitual de evidências experimentais
Q2 – Medir o tamanho da Terra	Noções iniciais de mensuração indireta; pensamento exploratório	Q2	Princípios geométricos do método de Eratóstenes; semelhança de triângulos e ângulo central
Q3 – Conhecimento sobre Eratóstenes	Conhecimento histórico prévio; reconhecimento do experimento	Q9	Valor histórico e didático do experimento; método científico e inferência global a partir de dados locais
Q4 – Ângulos solares	Conceito inicial de ângulo solar; aplicação qualitativa	Q3	Cálculo da circunferência terrestre a partir de ângulo e distância; proporcionalidade angular
Q5 – Incidência solar em cidades	Relação entre latitude e incidência solar; raciocínio espacial	Q5	Trigonometria no triângulo retângulo; cálculo de ângulo a partir da sombra do gnômon

Q6 – Sombras e formato da Terra	Uso qualitativo de sombras como evidência física	Q4	Análise de erros experimentais; limitações do método e fontes de incerteza
Q7 – Explicações históricas	História da ciência; cosmologias antigas	Q6	Forma oblata da Terra; efeitos da rotação terrestre e força centrífuga
Q8 – Precisão na ciência antiga	Confiabilidade das medições antigas; percepção histórica	Q7	Geometria da circunferência; arco, ângulo central, comprimento e raio
Q9 – Projeto Eratóstenes Brasil	Conhecimento prévio sobre divulgação científica e projetos educacionais	Q8	Comparação entre métodos clássicos e modernos (Eratóstenes × GNSS/GPS)
Q10 – Fusos horários	Movimento de rotação da Terra; organização do tempo	Q10	Estimativa da circunferência terrestre a partir de dados experimentais completos

Na avaliação diagnóstica, a maioria dos estudantes limitou-se ao reconhecimento do formato aproximadamente esférico da Terra, correspondente à primeira questão, enquanto demonstrava desconhecimento em relação às possibilidades de medição do tamanho do planeta, ao significado dos ângulos solares, ao uso das sombras como recurso investigativo e ao próprio experimento de Eratóstenes. Mesmo entre os alunos que acertaram mais de uma questão nesse momento inicial, observou-se um reconhecimento fragmentado, sustentado principalmente por intuições, sem uma sistematização conceitual mais ampla.

Na avaliação final, os resultados mostram que os estudantes passaram a mobilizar um conjunto mais diversificado de conceitos e procedimentos, como podemos ver no Quadro 6. Parte dos alunos demonstrou compreensão de princípios geométricos

associados à semelhança de triângulos, à relação entre ângulo central e arco de circunferência e à aplicação de relações trigonométricas na análise das sombras projetadas por gnômons. Esse desempenho manifesta na resolução de situações-problema que envolve a estimativa de circunferência terrestre, a interpretação de variações angulares em função da latitude e a identificação de possíveis fontes de erro experimental.

Também se observa, na avaliação final, uma ampliação da abordagem conceitual e histórica dos conteúdos. Os estudantes passaram a reconhecer o experimento de Eratóstenes com um episódio relevante para a compreensão de procedimentos científicos baseados em observações e inferências, bem como a estabelecer comparações entre método clássico de medições e tecnologias contemporâneas, como os sistemas GPS, considerando seus diferentes princípios de funcionamento.

Embora persistam dificuldades pontuais em conteúdos que exigem maior nível de formalização matemática, especialmente aqueles relacionados à geometria da circunferência, os dados indicam que os estudantes ampliaram o repertório de conceitos e estratégias mobilizadas em relação à situação inicial. As diferenças observadas entre as duas avaliações sugerem que a sequência didática contribuiu para a organização e articulação dos conhecimentos trabalhos ao longo do processo.

Quadro 6 - Comparativo de respostas AD e AF

Aluno	Acertos na AD	Acertos na AF	Evidência de ganho
1	Q1	Q1, Q2, Q6, Q8, Q9	Ampliação conceitual abaixo das expectativas.
4	Q1	Q1, Q2, Q4, Q6, Q8	Ampliação conceitual abaixo das expectativas.
8	Q1	Q1, Q2, Q3, Q4, Q5, Q6, Q8, Q9 e Q10	Ganho conceitual e matemático
11	Q1	Todas	Ganho integral
18	Q1, Q5	Todas	Consolidação completa
19	Q1, Q5	Todas	Consolidação completa
21	Q1, Q5	Todas	Consolidação completa
24	Q1	Q1, Q2, Q3, Q4, Q5, Q6, Q8 e Q10	Evolução significativa
27	Q1	Todas	Ganho integral
28	Q1	Todas	Ganho integral

30	Q1	Q1, Q2, Q5, Q6, Q8	Ampliação conceitual abaixo das expectativas.
----	----	--------------------	---

Fonte: Elaboração do autor, 2026.

Além disso, alguns equívocos de natureza metodológica contribuíram para essa limitação, como a aplicação de mais de uma aula em um único dia, a exemplo das aulas 2 e 3, das aulas 5 e 6 e das aulas 7, 8 e 9. No caso específico das aulas 5 e 5, tal organização não acarretou prejuízos significativos, contudo, para as aulas 2 e 3, realizadas em 2 de maio, e para as aulas 7, 8 e 9, desenvolvidas em 23 de maio, o tempo disponível mostrou-se insuficiente, o que impediu a execução integral de algumas etapas previstas no planejamento didático.

Embora o Quadro 6 permita uma visualização geral do desempenho dos estudantes, optou-se, para fins analíticos, por aprofundar a investigação a partir das trajetórias individuais dos alunos que participaram tanto da Avaliação Diagnóstica quanto da Avaliação Final.

5.6 Análise das trajetórias de aprendizagem dos estudantes (Estudo de caso múltiplo)

A partir dos dados apresentados no Quadro 6, análise foi conduzida sob a perspectiva de estudo de caso múltiplo, considerando cada estudantes como uma unidade analítica. Foram analisadas as trajetórias dos 11 alunos que participara tanto da Avaliação Diagnóstica (AD) quanto da Avaliação Final (AF), com o objetivo de compreender, de forma qualitativa, os processos de construção e reconstrução conceitual ao longo da Sequências de Ensino e Aprendizagem (SEA).

Essa abordagem permite descolar o foco da quantidade de acertos para interpretação dos ganhos cognitivos, evidenciando não apenas os resultados finais, mas os caminhos percorridos pelos estudantes na apropriação dos conceitos científicos.

5.6.1 Trajetória com ampliação conceitual limitada

Os estudantes 1, 4 e 30 apresentaram uma evolução conceitual, porém abaixo das expectativas estabelecidas para SEA. Em comum, esses alunos acertaram apenas a questão 1 da avaliação diagnóstica, o que já indicava um conhecimento prévio bastante restrito, centrado em noções intuitivas sobre o formato da Terra.

Na avaliação final, observa-se que:

- o aluno 1 acertou as questões 1, 2, 6, 8 e 9;
- o aluno 4 acertou as questões 1, 2, 4, 6 e 8;
- o aluno 30 acertou as questões 1, 2, 5 e 8.

Esses resultados indicam que houve incorporação de alguns conceitos trabalhados ao longo da SEA, especialmente daqueles relacionados a noções mais gerais e menos dependentes de articulações matemáticas mais complexas, como relação entre medidas angulares e cálculo da circunferência da Terra.

Cabe destacar que esses três estudantes não estiveram presentes em todas as aulas da sequência didática, o que pode ter impactado suas oportunidades de participação nas atividades investigativas e experimentais. Contudo, essa condição não é tratada aqui como limitação do estudo, mas como elemento constitutivo das trajetórias analisadas, evidenciando como a participação nas atividades influencia diretamente os processos de aprendizagem.

5.6.2 Trajetória com considerável evolução

O aluno 24 apresentou uma trajetória com considerável evolução de aprendizagem. Inicialmente, acertou apenas a questão 1 na AD, evidenciando um conhecimento prévio limitado.

Já na avaliação final, esse aluno acertou as questões 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 10, demonstrando uma ampliação consistente de sua compreensão conceitual. Observa-se que esse estudante conseguiu avançar na articulação de diferentes conceitos, incluindo

aspectos geométricos e observacionais, ainda que não tenha atingido a totalidade dos objetivos propostos.

Essa trajetória indica um processo de aprendizagem efetivo, no qual o estudante conseguiu reorganizar suas concepções iniciais e incorporar novos elementos conceituais de forma progressiva.

5.6.3 Trajetória com ganho conceitual e matemático

O aluno 8 destacou-se por apresentar um ganho conceitual e matemático expressivo. Partindo de um desempenho inicial restrito à questão 1 da AD, esse estudante passou a acertar quase a totalidade das questões da AF, errando apenas a questão 7.

Esse resultado evidencia não apenas a compreensão dos conceitos envolvidos, mas também a capacidade de mobilizar procedimentos matemáticos relacionados ao experimento de Eratóstenes, como a interpretação de ângulos e relações proporcionais.

Tal trajetória sugere uma integração bem-sucedida entre os diferentes modos de representação (ativo, icônico e simbólico) conforme proposto por Bruner, indicando que o estudante conseguiu transitar entre experiências concretas, representações visuais e formalizações matemáticas.

5.6.4 Trajetórias com ganho integral e consolidação da aprendizagem

Os estudantes 11, 18, 19, 21, 27 e 28 apresentaram trajetórias que podem ser caracterizadas como ganho integral e consolidação da aprendizagem.

No caso do aluno 11, partindo de um único acerto na AD, observa-se que passou a acertar todas as questões da AF, indicando uma compreensão satisfatória dos conteúdos trabalhados.

De forma semelhante, os alunos 27 e 28, que também apresentavam desempenho inicial restrito, alcançaram acerto total na avaliação final, evidenciando uma transformação conceitual ampla.

Já os alunos 18, 19 e 21, que inicialmente acertaram as questões 1 e 5 na AD, demonstraram, na avaliação final, domínio completo dos conteúdos, o que sugere não apenas ampliação, mas consolidação das estruturas conceituais.

Essas trajetórias indicam que os alunos foram capazes de reconstruir significativamente suas concepções iniciais, apropriando-se de conceitos científicos de forma consistente e articulada. Esse movimento é característico de processos de aprendizagem significativa, nos quais o novo conhecimento é integrado às estruturas cognitivas pré-existentes, promovendo reorganização mais estáveis.

5.6.5 Considerações sobre as trajetórias de aprendizagem

A análise das trajetórias individuais evidencia que os processos de aprendizagem ocorreram de forma heterogênea, com diferentes níveis de apropriação conceitual entre os estudantes. Essa diversidade não constitui uma limitação, mas sim um elemento central para a compreensão do fenômeno investigado.

Ao adotar a perspectiva de estudo de caso múltiplo, foi possível identificar padrões distintos de evolução, que vão desde ampliações conceituais mais pontuais até processos de consolidação completa da aprendizagem.

Além disso, os dados sugerem que a participação contínua nas atividades propostas desempenha um papel relevante na construção do conhecimento, especialmente em abordagens que valorizam a experimentação, a investigação e a articulação entre diferentes formas de representação.

Por fim, destaca-se que a análise realizada não busca generalizações estatísticas, mas sim a compreensão aprofundada dos processos de aprendizagem em contexto real de sala de aula, reforçando o caráter qualitativo e fenomenológico desta investigação.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo a implementação de uma Sequência de Ensino e Aprendizagem, que visava investigar as potencialidades do experimento de Eratóstenes, como ferramenta de ensino e aprendizagem para o estudo da astronomia no contexto da Educação básica, ancorado nos princípios teóricos de Jerome Bruner. A partir dessa perspectiva, buscou-se compreender de que maneira a SEA, fundamentada na Teoria de Aprendizagem por Descoberta, poderia contribuir para um ensino de Física significativo, investigativo e integrado às demandas contemporâneas da educação em ciências.

Observou-se, ao longo desse estudo que a prática docente ainda enfrenta grandes desafios decorrentes dos métodos tradicionais de ensino, centrados na transmissão de conteúdos e na memorização. Esse aspecto também decorre da falta de domínio, por parte de muitos docentes, sobre metodologias de ensino alternativas, o que leva à sua aplicação inadequada em contextos de sala de aula. Realidade essa, que somada às limitações de recursos didáticos e à pressão por resultados imediatos em avaliações padronizadas, contribui para a desmotivação dos estudantes e para o distanciamento entre o conhecimento científico e o cotidiano escolar. Diante disso, a proposta apresentada nesse trabalho defende que a reconstrução do ensino de Física priorize a autonomia intelectual dos alunos, promovendo e estimulando a curiosidade, a reflexão e a capacidade em relacionar teoria e prática.

A participação do aluno na construção do conhecimento ancorada nas representações ativa, icônica e simbólica propostas por Jerome Bruner, mostra que a aprendizagem ocorre de forma mais efetiva representando um movimento contínuo de evolução cognitiva. O experimento de Eratóstenes, nesse contexto, revelou-se um recurso pedagógico exemplar, pois possibilita a vivências concretas, representações visuais e abstrações matemáticas em torno de um mesmo fenômeno natural. Essa abordagem dá ao estudante a compreensão progressiva de conceitos físicos e astronômicos, articulando-os com saberes matemáticos e históricos de maneira interdisciplinar e contextualizada.

A realização e participação no Projeto Eratóstenes Brasil evidenciou sua relevância educacional ao promover a integração entre escolas de diferentes regiões do país por meio das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), fortalecendo o trabalho colaborativo entre professores e estudantes. Além de permitir a reprodução de

um experimento épico de gigantesco valor científico, o projeto estimula o protagonismo discente, o pensamento crítico e a valorização da ciência como instrumento de compreensão e transformação da realidade. Dessa forma, ultrapassa o caráter meramente técnico do ensino de Física, tornando-se uma proposta de educação científica voltada para a cidadania, alinhando-se com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Diante disso, conclui-se que o ensino de Astronomia, quando orientado por referenciais construtivistas e por práticas investigativas, constitui um poderoso meio de desenvolver competências cognitivas, comunicativas e socioemocionais nos estudantes. Ao se alinhar o Projeto Eratóstenes Brasil com as perspectivas de Bruner podemos traçar uma estratégia concreta para aproximar o ensino de Física da realidade dos estudantes, promovendo o diálogo entre a ciência, a cultura e a tecnologia. Assim, acredita-se que experiências dessa natureza contribuem não apenas para a alfabetização científica, mas também para a formação de sujeitos críticos, reflexivos e conscientes de seu papel na sociedade.

Por fim, este trabalho reafirma a necessidade de que o ensino de Física seja constantemente repensado em novas práticas pedagógicas e teorias de aprendizagem que valorizem a descoberta, a interação social e o significado. Somente por meio de uma educação comprometida com o desenvolvimento integral do ser humano será possível construir uma escola verdadeiramente transformadora, capaz de despertar nos jovens o fascínio pelo saber científico e o desejo de compreender o mundo em que vivem.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/documento/>
- BRUNER, Jerome S. **O Processo da Educação**. 7. Ed. São Paulo: Nacional, 1978. (Atualidades Pedagógicas, v. 126).
- BRUNER, Jerome S. **Uma nova teoria de aprendizagem**. 4. Ed. Rio de Janeiro Bloch Editores. 1976.
- CARABETTA JÚNIOR, V. A utilização de mapas conceituais como recurso didático para a construção e inter-relação de conceitos. *Revista Brasileira de Educação Médica*, Brasília, v. 37, n. 3, p. 441-447, 2013.
- FERREIRA, Alex de Carvalho. Experimentação no ensino de Física: enfoque no processo de ensino e aprendizagem. **Revista de Iniciação à Docência**, v. 8, n. 1, e11959, 2023. ISSN 2525-4332. DOI: 10.22481/riduesb.v8i1.11959. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/rid/article/view/11959>. Acesso em: 18 nov. 2025.
- FERREIRA, Marcello; SILVA FILHO, Olavo Leopoldino. Ensino de física: fundamentos, pesquisas e novas tendências. **Plurais - Revista Multidisciplinar**, Salvador, v. 6, n. 2, p. 9-18, 2021. Disponível em: <https://periodicos.unb.br>. Acesso em: 28 nov. 2024.
- FREGOLENTE, A. Eratóstenes nos dias de hoje e a crença na Terra plana. *Abakós*, Belo Horizonte, v. 7, n. 2, p. 71-91, 2019.
- GAUTÉRIO, Vanda Leci Bueno; RODRIGUES, Sheyla Costa. Os ambientes de aprendizagem possibilitando transformações no ensinar e no aprender. *Revista*

Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasília, v. 94, n. 237, p. 603-618, maio/ago. 2013.

Disponível em: <http://rbep.inep.gov.br>. Acesso em: 18 nov. 2025.

GOMES, A. A.; MARQUES, M. O. Reinventando o método de Eratóstenes. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, Florianópolis, v. 40, n. 2, p. 371-396, 2023.

GOMES, A. A.; ARAÚJO, A. G.; MARQUES, M. O. O experimento de Eratóstenes ao luar: uma proposta de modelagem física noturna. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 46, e20240112, 2024.

GOMES, F. R. A.; BASTOS, F. G. G.; LIMA, J. C. Mapas mentais para o processo de aprendizagem: uma proposta de intervenção. *Revista do Instituto de Políticas Públicas de Marília*, Marília, v. 7, n. 2, p. 23-40, jul./dez. 2021.

HALLIDAY, D., RESNICK, R., KRANE, K. S. (2017). **Física. V.2**, 5.ed. [[VitalSource Bookshelf version]].

HARRY, José Osvaldo. Contribuição bruneriana para o ensino de ciências. **Saberes Docentes em Ação**, v. 2, n. 1, p. 284-293, 2016. Disponível em: <https://seer.ufal.br/index.php/saberesdocentesemacao/article/view/8616>. Acesso em: 18 nov. 2025.

HORVATH, J. E. **O ABCD da Astronomia e Astrofísica**. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2008.

LIBÂNEO, José Carlos. Didática. 2. ed. VitalSource Bookshelf Version, 2017.

MOREIRA, Marco Antônio. **Uma análise crítica do ensino de Física**. *Estudos Avançados*, São Paulo, v. 32, n. 94, p. 73-80, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0103-40142018.3294.00007>. Acesso em: 18 nov. 2025.

LANGHI, R. Projeto Eratóstenes Brasil: autonomia docente em atividades experimentais de Astronomia. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 34, n. 1, p. 6-46, 2017.

MOREIRA, Marco A. **Teorias de Aprendizagem**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. E-book. p. 72. ISBN 9788521637707. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788521637707/>. Acesso em: 27 out. 2024.

NEVES, M. C.; SILVA, J. A.; MOURA, F. A.; LUZ, M. R. Eratóstenes nos dias de hoje e a crença na Terra plana. *Abakós*, Belo Horizonte, v. 7, n. 2, p. 71-91, 2019.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza; SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **Astronomia e Astrofísica**. 4. ed. Porto Alegre: Livraria da Física, 2017.

SARTORI, A. S.; GONZATTO, M.; RIGHETTI, A. Eratóstenes nos dias de hoje e a crença na Terra plana. *Abakós*, Belo Horizonte, v. 7, n. 2, p. 71-91, 2019.

SOARES, Tatianne Feitosa; FREITAS, Renan Ferreira de; ALBUQUERQUE, Márcia Cristina Palheta; MALHEIRO, João Manoel da Silva. Interseções entre a teoria da descoberta de Bruner e o ensino por investigação. **Revista PPC - Políticas Públicas e Cidades**, Curitiba, v. 14, n. 5, p. 1-19, 2025. DOI: <https://doi.org/10.23900/2359-1552v14n5-54-2025>.

APÊNDICE A



AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA
PRODUTO EDUCACIONAL - PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE
FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Mestrando: Kléber Gonçalves Cavalcante

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – UFGD

- 1) Qual você acha que é o formato da Terra? Justifique sua resposta.

- 2) Como podemos medir o tamanho da Terra sem sair do nosso Planeta?

- 3) Você já ouviu falar sobre o experimento de Eratóstenes? Se sim, o que sabe sobre ele?

- 4) O que são ângulos solares e como podem ser utilizados em medições astronômicas?

- 5) Se duas cidades estiverem em lugares diferentes da Terra, mas na mesma longitude, os raios solares incidirão da mesma maneira sobre ambas? Por quê?

- 6) Como você acha que a sombra de um objeto pode nos ajudar a determinar o formato da Terra?

- 7) Como diferentes culturas ao longo da história explicavam o formato da Terra antes da ciência moderna?
- 8) Você acha que a ciência antiga já conseguia medir grandes distâncias com precisão?
- 9) O que é o projeto Eratóstenes Brasil? Você já ouviu falar sobre ele?
- 10) Para que servem os fusos horários e como eles estão relacionados ao movimento da Terra?

APÊNDICE B

			
---	---	--	---

**PRODUTO EDUCACIONAL - PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE
FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Mestrando: Kléber Gonçalves Cavalcante

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – UFGD

TEXTO 1:

**DO BIG BANG ATÉ VOCÊ EM UM MINUTO: UMA BREVÍSSIMA HISTÓRIA
DO UNIVERSO**

Dá para imaginar que, antes de nosso Universo surgir e se expandir, toda a matéria e a energia que vemos por aí estavam contidas em um pontinho, uma singularidade, trilhões de vezes menor do que a cabeça de um alfinete? Pois é. Foi esse evento dramático e misterioso que chamamos de Big Bang o responsável pela origem do espaço, do tempo e de uma sucessão aleatória de eventos que se arrasta há 13,8 bilhões de anos.

No final das contas, essa novela cósmica criou... Você.

Mas vamos voltar aos fatídicos primeiros dez segundos de existência do Universo. Naqueles instantes imemoriais, de difícil acesso para a ciência, as coisas se desenrolaram muito rapidamente. As quatro forças fundamentais da natureza (gravidade, eletromagnetismo, nuclear forte e nuclear fraca) se separaram. Desde então, trilham rumos distintos e regem, cada uma à sua maneira, a majestosa sinfonia cósmica.

Enquanto isso acontecia, partículas de matéria e de antimatéria criadas pelo próprio Big Bang se aniquilavam ao encostar umas nas outras. Ninguém conseguiu desvendar até agora o porquê de haver um pouquinho mais de matéria do que antimatéria em meio ao festival de partículas. Mas sabemos que só estamos aqui hoje graças a isso.

Passado o frenesi inflacionário dos primeiros instantes de vida do Universo, as coisas se acalmaram um pouco. Tudo o que havia por centenas de milhares de anos era uma sopa opaca de núcleos de hidrogênio e hélio, os elementos mais simples da natureza, também forjados diretamente pelo Big Bang.

Quando a temperatura já havia esfriado um pouco, há 380 mil anos, foi a deixa para que os elétrons andarilhos que vagavam livres pelo espaço-tempo pudessem se juntar aos núcleos. Formavam-se, então, os primeiros átomos. Esse processo emitiu a chamada radiação cósmica de fundo, ondas que permeiam toda a imensidão sideral e ajudam os cosmólogos a entenderem como a estrutura cósmica evoluiu, daqueles tempos até hoje.

Pelos próximos 150 milhões de anos, as coisas ficaram monótonas. Durante a chamada Idade das Trevas, uma escuridão de átomos e partículas errantes era tudo o que

havia. A primeira centelha de luz despontou algumas centenas de milhões de anos mais tarde: nuvens de gás formaram a primeira geração de estrelas e os esboços das primeiras galáxias.

Elementos mais pesados que hidrogênio, hélio e lítio foram sendo cozinhados dentro desses núcleos estelares, verdadeiras fornalhas que enriqueceram a composição química do Universo. A morte daquelas primeiras estrelas abriu caminho para que novas gerações surgissem e, com elas, planetas rochosos como a Terra.

Mas estruturas complexas como a Via Láctea, nossa galáxia natal, com centenas de bilhões de sóis ardendo espalhados em seus braços espirais, levaram um bom tempo para tomar forma. Coisa de uns cinco bilhões de anos. Podemos comparar o Universo ao Réveillon de Copacabana: estrelas nascem e explodem a todo instante, como fogos de artifício.

Há 4,6 bilhões de anos, em meio ao pisca-pisca frenético, em um dos braços comuns de uma galáxia espiral comum, surgiu uma certa estrela anã amarela — também comum. Demorou poucos milhões de anos até que ela formasse uma legião de corpos também comuns girando eternamente ao seu redor.

Mas em um dos quatro planetas rochosos absolutamente comuns que orbitam mais perto dessa estrela, algo especial aconteceu, menos de um bilhão de anos depois da formação do Sistema Solar. Em um processo ainda não totalmente compreendido pela ciência, bactérias surgiram a partir da matéria inerte.

Foi o início de um processo que transformaria esse cantinho absolutamente comum da Via Láctea no lugar mais extraordinário do Universo conhecido.

A vida evoluiu a passos lentos, e só nos últimos 570 milhões de anos foi que as espécies com as quais estamos acostumados começaram a aparecer. Antes disso, nosso planeta azul era o paraíso dos micróbios. Por mais de 100 milhões de anos, os dinossauros andaram sobre a Terra e dominaram os ecossistemas terrestres.

Mas um asteroide ou cometa quilométrico trombou com nosso planeta e dizimou quase todos eles, há 65 milhões de anos. Foi aí que os mamíferos começaram a ganhar espaço e a saga da evolução continuou. Até que, há meros 315 mil anos, menos de 0,001% da longuíssima história da Terra, nossa espécie surgiu nas savanas da África.

Bem, o resto da história você já deve conhecer. Mas e quanto ao futuro do Sistema Solar e do Universo? Daqui a 4 bilhões de anos, a Via Láctea vai colidir com a vizinha Andrômeda, mas as estrelas vão ficar bem. Elas ficam longe demais uma da outra para se chocarem.

Nosso Sol vai se metamorfosear em uma inchada gigante vermelha quando esgotar seu combustível, o hidrogênio. Isso deve ocorrer daqui a 7 bilhões de anos e, a essa altura, Mercúrio, Vênus e a Terra provavelmente terão sido vaporizados.

Três bilhões de anos mais tarde, a expansão acelerada do Universo causada pela energia escura nos deixará ilhados em nossa própria galáxia: as demais já estarão tão afastadas do híbrido da Via Láctea e de Andrômeda que, se ainda houver alguém por essas bandas, será impossível enxergá-las.

E essa história tem fim? Alguns acreditam que, daqui a algumas dezenas de bilhões de anos, o Universo vai retornar à singularidade de onde veio. É a teoria do Big Crunch, ou Grande Colapso. Já outros dizem que o afastamento acelerado das coisas fará com que nem mesmo os átomos consigam se manter unidos — o Universo voltaria à Idade das Trevas. É o chamado Big Rip, a Grande Ruptura.

Há muito mais perguntas em aberto do que respostas nessa história toda. Mas não é simplesmente incrível pensar que o cérebro humano foi capaz de bolar uma narrativa científica, baseada em evidências, abrangendo dezenas de bilhões de anos?

APÊNDICE C



**PRODUTO EDUCACIONAL - PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE
FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Mestrando: Kléber Gonçalves Cavalcante

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – UFGD

Texto 2:

Astronomia Antiga (disponível em: [Astronomia na Antiguidade](#))

As especulações sobre a natureza do Universo devem remontar aos tempos pré-históricos, por isso a astronomia é frequentemente considerada a mais antiga das ciências. Desde a antiguidade, o céu vem sendo usado como mapa, calendário e relógio. Os registros astronômicos mais antigos datam de aproximadamente 3000 a.C. e se devem aos chineses, babilônios, assírios e egípcios. Naquela época, os astros eram estudados com objetivos práticos, como medir a passagem do tempo (fazer calendários) para prever a melhor época para o plantio e a colheita, ou com objetivos mais relacionados à astrologia, como fazer previsões do futuro, já que, não tendo qualquer conhecimento das leis da natureza (física), acreditavam que os deuses do céu tinham o poder da colheita, da chuva e mesmo da vida.

Vários séculos antes de Cristo, os chineses sabiam a duração do ano e usavam um calendário de 365 dias. Deixaram anotações precisas de cometas, meteoros e meteoritos desde 700 a.C. Mais tarde, também observaram as estrelas que agora chamamos de novas.

Os babilônios (região da Mesopotâmia, entre os rios Eufrates e Tigres, atual Iraque, de Hamurabi, Nabucodonossor e da Torre de Babel da Bíblia), assírios e egípcios também sabiam a duração do ano desde épocas pré-cristãs. Em outras partes do mundo, evidências de conhecimentos astronômicos muito antigos foram deixadas na forma de monumentos,

como o de **Newgrange** (veja figura abaixo), construído em 3200 a.C. (no solstício de inverno o sol ilumina o corredor e a câmara central) e **Stonehenge** (figura abaixo, direita), na Inglaterra, que data de 3000 a 1500 a.C.

Figura 1 Imagens de Newgrange (esquerda) e Stonehenge (direita).



Fonte: <http://www.knowth.com/newgrange.htm> (esquerda) e [Cromlech-di-Stonehenge-2500-1300-a.C.-Wiltshire-arte-svelata.jpg \(1488×1256\)](#) (direita)

Em Stonehenge, cada pedra pesa em média 26 toneladas. A avenida principal que parte do centro do monumento aponta para o local no horizonte em que o Sol nasce no dia mais longo do verão (solstício). Nessa estrutura, algumas pedras estão alinhadas com o nascer e o pôr do Sol no início do verão e do inverno.

Os maias, na América Central, também tinham conhecimentos de calendário e de fenômenos celestes, e os polinésios aprenderam a navegar por meio de observações celestes. Nas Américas, o observatório mais antigo descoberto é o de **Chankillo** (veja imagem), no Peru, construído entre 200 e 300 a.C. (Iván Ghezzi e Clive Ruggles, Science, 2007, 315, 1239).

Figura 2 – Observatório de Chankillo



Fonte: <https://astro.if.ufrgs.br/antiga/Chankillo.gif>

O ápice da ciência antiga se deu na Grécia, de 600 a.C. a 400 d.C., em níveis só ultrapassados no século XVI. Do esforço dos gregos em conhecer a natureza do cosmos, e com o conhecimento herdado dos povos mais antigos, surgiram os primeiros conceitos de Esfera Celeste. Platão (428-347 a.C.) descreveu em seu livro República (Livro VII, 529, 50) uma esfera de material cristalino, incrustada de estrelas, tendo a Terra no centro, com outras esferas mais próximas carregando a Lua, o Sol, Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno. Desconhecedores da rotação da Terra, os gregos imaginaram que a esfera celeste girava em torno de um eixo passando pela Terra. Observaram que todas as estrelas giram em torno de um ponto fixo no céu e consideraram esse ponto como uma das extremidades do eixo de rotação da esfera celeste.

Há milhares de anos, os astrônomos sabem que o Sol muda sua posição no céu ao longo do ano, se movendo aproximadamente um grau para leste por dia, em relação às estrelas. O tempo para o Sol completar uma volta na esfera celeste define um ano. O caminho aparente do Sol no céu durante o ano define a eclíptica, assim chamada porque os eclipses ocorrem somente quando a Lua está próxima da eclíptica.

Como a Lua e os planetas percorrem o céu em uma região de dezoito graus centrada na eclíptica, essa região é definida como o Zodíaco, dividida em doze constelações, várias com formas de animais. Atualmente as constelações do Zodíaco são treze: Áries, Touro, Gêmeos, Câncer, Leão, Virgem, Escorpião, Ofiúco, Sagitário, Capricórnio, Aquário e Peixes.

As constelações são grupos aparentes de estrelas. Os antigos babilônios, gregos, os chineses e egípcios antes deles, já tinham dividido o céu em constelações, para usá-las como referência.

Os astrônomos da Grécia antiga

Tales de Mileto (624 - 546 a.C.) introduziu na Grécia os fundamentos da geometria e da astronomia, trazidos do Egito. Pensava que a Terra era um disco plano em uma vasta extensão de água.

Pitágoras de Samos (572 - 497 a.C.) acreditava na esfericidade da Terra, da Lua e de outros corpos celestes. Achava que os planetas, o Sol e a Lua eram transportados por esferas separadas da que carregava as estrelas. Foi o primeiro a chamar o céu de cosmos.

Aristóteles de Estagira (384-322 a.C.), aluno de Platão (e este, de Sócrates), explicou que as fases da Lua dependem de quanto da parte da face da Lua iluminada pelo Sol está voltada para a Terra. Explicou, também, os eclipses: um eclipse do Sol ocorre quando a Lua passa entre a Terra e o Sol; um eclipse da Lua ocorre quando a Lua entra na sombra da Terra. Aristóteles argumentou a favor da esfericidade da Terra, já que a sombra da Terra na Lua durante um eclipse lunar é sempre arredondada. Afirmava que o Universo é esférico e finito. Aperfeiçoou a teoria das esferas concêntricas de Eudoxus de Cnidus (408-355 a.C.), propondo em seu livro *De Cælo* que "o Universo é finito e esférico, ou não terá centro e não pode se mover." Após Aristóteles, o desenvolvimento científico passou para Alexandria, capital do Egito, fundada por Alexandre o Grande (356-323 a.C.) em 332 a.C., que fora aluno de Aristóteles.

Euclides de Alexandria (330 a.C.-?) descreve em seu livro *A Doutrina da Esfera* o horizonte, os polos, o zênite, as verticais (grandes círculos passando pelo zênite), os círculos de declinação (passando pelos pólos e cruzando o equador em ângulo reto), o meridiano (passando pelo zênite e pelos pólos).

Heraclides de Pontus (388-315 a.C.) propôs que a Terra gira diariamente sobre seu próprio eixo, que Vênus e Mercúrio orbitam o Sol e a existência de epiciclos.

Aristarco de Samos (310-230 a.C.) foi o primeiro a propor que a Terra se movia em volta do Sol, antecipando Copérnico em quase 2000 anos. Entre outras coisas,

desenvolveu um método para determinar as distâncias relativas do Sol e da Lua à Terra e mediu os tamanhos relativos da Terra, do Sol e da Lua.

Eratóstenes de Cirênia (276-194 a.C.), bibliotecário e diretor da Biblioteca Alexandrina, foi o primeiro a calcular o diâmetro da Terra.

Figura 3 – Mapa do Egito – Alexandria e Aswân



Fonte: Astronomia na Antiguidade

Ele notou que, na cidade egípcia de Siena (atualmente chamada de Aswân), no primeiro dia do verão, ao meio-dia verdadeiro, a luz solar atingia o fundo de um grande poço, ou seja, o Sol estava incidindo perpendicularmente à Terra em Siena. Já em Alexandria, situada ao norte de Siena, isso não ocorria; medindo o tamanho da sombra de um bastão na vertical, Eratóstenes observou que em Alexandria, no mesmo dia e hora, o Sol estava aproximadamente sete graus mais ao sul.

Figura 4 – Ilustração do Experimento de Eratóstenes.



Fonte: Astronomia na Antiguidade

A distância entre Alexandria e Siena era conhecida como de 5000 estádios. Um estádio era uma unidade de distância usada na Grécia antiga. Como 7 graus corresponde a $1/50$ de um círculo (360 graus), Alexandria deveria estar a $1/50$ da circunferência da Terra ao norte de Siena e a circunferência da Terra deveria ser 50×5000 estádios. Se ele utilizou um estádio equivalente a $1/6$ km, como este em Creta, o valor está a 1% do valor correto de 40.000 km. O diâmetro da Terra é obtido dividindo-se a circunferência por π .

Hiparco de Nicéia (c.190-c.120 a.C.), considerado o maior astrônomo da era pré-cristã, construiu um observatório na ilha de Rodes, onde fez observações durante o período de 147 a 127 a.C. Como resultado, compilou um catálogo com a posição no céu e a magnitude de 850 estrelas. A magnitude, que especificava o brilho da estrela, era dividida em seis categorias, de 1 a 6, sendo 1 a mais brilhante, e 6 a mais fraca visível a olho nu. Hiparco deduziu corretamente a direção dos pólos celestes, e até mesmo a precessão, que é a variação da direção do eixo de rotação da Terra devido à influência gravitacional da Lua e do Sol, que leva 26.000 anos para completar um ciclo. Para deduzir a precessão, comparou as posições de várias estrelas com aquelas catalogadas por Timocharis de Alexandria e Aristyllus de Alexandria cerca de 150 anos antes. Estes eram membros da Escola Alexandrina do século III a.C. e foram os primeiros a medir as distâncias das estrelas de pontos fixos no céu (coordenadas eclípticas).

Hiparco também deduziu o valor correto de $8/3$ para a razão entre o tamanho da sombra da Terra e o tamanho da Lua e também que a Lua estava a 59 vezes o raio da

Terra de distância; o valor correto é 60. Ele determinou a duração do ano com uma margem de erro de 6 minutos.

Ptolomeu (85 d.C. - 165 d.C.) (Klaúdios Ptolemaïos - Claudius Ptolomaeus) foi o último astrônomo importante da antiguidade. Ele era grego-egípcio, com cidadania romana, e vivia em Alexandria. Compilou uma série de treze volumes sobre astronomia, conhecida como o *Almagesto*, que é a maior fonte de conhecimento sobre a astronomia na Grécia.

Figura 5 – Reprodução de parte do Almagesto, de Claudius Ptolomaeus



Fonte: Astronomia na Antiguidade

Sua maior contribuição foi uma representação geométrica do sistema solar, geocêntrica, com círculos e epiciclos, permitindo o cálculo do movimento dos planetas com considerável precisão, modelo usado até o Renascimento, no século XVI.

Embora os sumérios e babilônios usassem um símbolo para indicar a ausência de um valor em uma posição em seu sistema sexagesimal, o número zero foi definido por **Brahmagupta (598-668)** em 628 d.C. na sua obra *Brahmasphutasiddhanta*, estabelecendo as regras para sua soma, subtração e multiplicação.

APÊNDICE D



ATIVIDADE AULA 3 – EXEMPLOS.

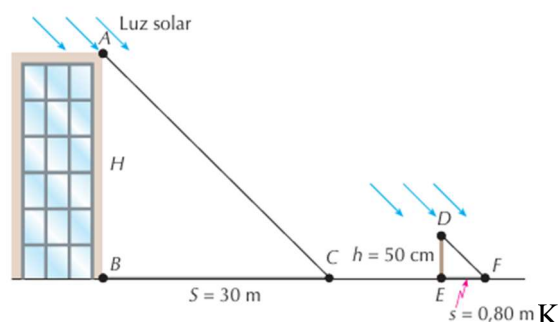
**PRODUTO EDUCACIONAL - PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE
FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Mestrando: Kléber Gonçalves Cavalcante

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – UFGD

Estudante:		Ano/Turma: 3º
Professor(a): Kléber Gonçalves Cavalcante	Componente curricular: Física	Data: __/__/2025

- 1) (Ramalho, Nicolau e Toledo 2009 – Adaptado) Um observador nota que um edifício projeta no solo uma sombra de 30 m de comprimento no instante em que uma haste vertical de 50 cm de altura projeta no solo uma sombra de comprimento 0,80 m. Determine a altura do edifício e o ângulo solar no momento das medições.



- 2) Um poste de 4,5 m de altura projeta, ao meio dia solar, uma sombra de 2 m de comprimento. No mesmo instante, uma haste de 90 cm projetará uma sombra de que altura? Calcule também, o ângulo solar.

3) Duas pontos M e N, formam entre si um arco de 300 mm com um ângulo de 20° . Determine o comprimento da circunferência.

4) Considerando um círculo de 8 cm de diâmetro e traçando um ângulo central de 120° , qual será a medida do comprimento da circunferência?

APÊNDICE E

 MNPEF Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física	 UF GD Universidade Federal da Grande Dourados	 SBF SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA	 CAPES
--	---	---	---

ATIVIDADE AVALIATIVA - AULA 3.

**PRODUTO EDUCACIONAL - PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE
FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Mestrando: Kléber Gonçalves Cavalcante

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – UFGD

- 1) Um muro de 2 metros de altura produz uma sombra de 0,60 metro. No mesmo instante, um prédio produz uma sombra de 15 metros. Calcule a altura do prédio e o ângulo solar.

- 2) (ENEM-MEC-Adaptada) A sombra de uma pessoa que tem 1,50 m de altura mede 50 cm. No mesmo instante, ao seu lado, uma árvore de 7,5 m de altura projetará uma sombra de:
 - a) 7,5 m
 - b) 5,5 m
 - c) 4,5 m
 - d) 3,5 m
 - e) 2,5 m

- 3) Se um arco de circunferência tem π cm de comprimento e um ângulo de 30° , qual será o comprimento da circunferência?

- 4) Qual é o comprimento da circunferência cuja medida do comprimento de um arco com ângulo central igual a 30° é igual a 3π cm?

APÊNDICE F



AVALIAÇÃO FINAL
PRODUTO EDUCACIONAL - PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE
FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Mestrando: Kléber Gonçalves Cavalcante

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – UFGD

1. Durante as aulas do Projeto Eratóstenes, os alunos observaram que, ao meio-dia local, a sombra projetada por uma haste vertical varia com a latitude. A partir dessa observação, qual das seguintes conclusões é a mais plausível?

- a) A intensidade da luz solar é maior nas latitudes mais baixas.
- b) A forma da Terra é plana, porque as sombras mudam de comprimento.
- c) A variação no comprimento da sombra evidencia que a superfície terrestre é curva.
- d) A atmosfera terrestre altera as direções das sombras a ponto de torná-las inúteis para medidas geométricas.

2. Eratóstenes mediu diferenças de sombra em dois locais (Siena e Alexandria) ao mesmo instante de medição solar. Qual é o princípio geométrico usado para transformar a diferença angular observada em uma estimativa da circunferência da Terra?

- a) Semelhança de triângulos que relaciona o ângulo subtendido no centro da Terra com a fração da circunferência entre os dois pontos.
- b) Teorema de Pitágoras aplicado a triângulos retângulos formados pelas sombras.
- c) Relação entre a velocidade de rotação e o período sideral da Terra.
- d) Lei das áreas de Kepler para órbitas elípticas.

3. Num experimento replicando Eratóstenes, alunos mediram que, ao meio-dia solar, o ângulo formado pela haste vertical e o raio solar em Alexandria foi de $7,2^\circ$. Eles

sabem que a distância ao local de referência (no mesmo meridiano) é 800 km. Supondo que os raios solares sejam paralelos, qual valor aproximado da circunferência terrestre obtido por esses alunos?

- a) 28 800 km
- b) 40 000 km
- c) 72 000 km
- d) 5 760 km

4. Em uma réplica escolar do experimento de Eratóstenes, os estudantes obtiveram um valor da circunferência da Terra 6% maior que o valor aceito atualmente. Entre as opções abaixo, qual combinação de fatores explica melhor esse desvio?

- a) Erro de leitura do gnômon + rotação da Terra.
- b) Distância incorreta entre os locais + inclinação do terreno + refração atmosférica.
- c) Variação sazonal da distância Sol-Terra + movimento de precessão.
- d) Erro do calendário juliano e diferenças no meridiano de referência.

5. Duas cidades fictícias, Aurora (A) e Borealis (B), situam-se aproximadamente sobre o mesmo meridiano. Em Aurora, ao meio dia de um dia de verão, o Sol incide perpendicularmente sobre a superfície, de modo que um poço vertical não apresenta sombra visível. No mesmo instante, em Borealis, localizada a 860 km ao norte, um gnômon (haste vertical) de 1,20 m de altura projeta uma sombra de 19,0 cm.

Sabendo que a tangente do ângulo θ formado pelos raios solares e o gnômon é dado por

$$\tan\theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

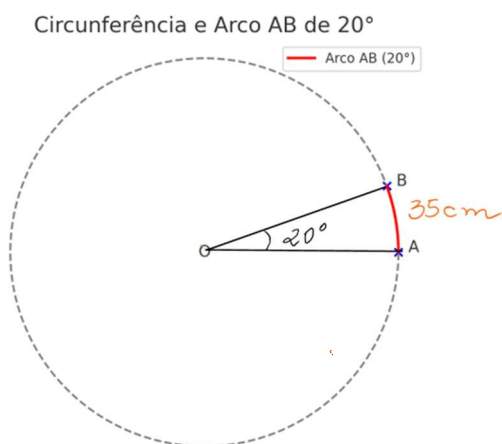
Determine o ângulo formado entre as duas cidades (ângulo central da Terra correspondente à distância angular entre Aurora e Borealis)

- a) 5,4°
- b) 6,7°
- c) 7,8°
- d) 8,3°
- e) 9,0°

6. A forma ligeiramente achatada da Terra (oblata) é consequência direta de:

- a) Forças de maré entre Terra e Lua.
- b) Efeitos da rotação terrestre que geram força centrífuga máxima no equador.
- c) Distribuição desigual de massa causada por continentes.
- d) Variação da gravidade com a altitude.

7. Um arco AB de uma circunferência tem 20° e comprimento igual a 35 cm. Com base nessas informações, calcule o comprimento total e o raio da circunferência. (use $\pi = 3,14$)



- a) Comprimento: 630 cm | Raio: 100,31 cm
- b) Comprimento: 630 cm | Raio: 50,00 cm
- c) Comprimento: 315 cm | Raio: 100,31 cm
- d) Comprimento: 315 cm | Raio: 50,00 cm
- e) Comprimento: 360 cm | Raio: 55,00 cm

8. Comparando o método de Eratóstenes com o uso de satélites GNSS/GPS para medir a circunferência terrestre, qual é a principal vantagem do método satelital?

- a) É conceitualmente mais simples e didático.
- b) Mede diretamente o ângulo solar sem necessidade de triangulação.
- c) Fornece posições geodésicas com alta precisão e cobertura global independente da condição meteorológica.
- d) Evita qualquer necessidade de referência a meridianos.

9. A repercussão histórica do experimento de Eratóstenes é frequentemente citada em aulas como exemplo de método científico antigo. Qual das afirmações abaixo melhor explica por que esse experimento é didaticamente valioso?

- a) Porque demonstra que a ciência antiga já possuía tecnologia moderna equivalente.
- b) Porque ilustra como observação cuidadosa e raciocínio geométrico permitem inferir propriedades globais a partir de dados locais.
- c) Porque prova que todas as medidas antigas eram mais precisas que as modernas.
- d) Porque utiliza instrumentos complexos que só eram possíveis em grandes centros.

10. Em uma atividade, a turma usou duas estacas verticais em localidades L1 e L2 no mesmo meridiano. Ao meio-dia solar, L1 apresentou sombra tal que o ângulo entre o gnômon e o raio solar foi 5° . Em L2, localizado a 4 000 km ao norte de L1, o ângulo foi 0° (Sol no zênite). Admitindo raios solares paralelos, qual estimativa da circunferência terrestre os alunos obteriam?

- a) 28 800 km
- b) 72 000 km
- c) 288 000 km
- d) 40 000 km

APÊNDICE G

			
---	---	--	---

História em quadrinhos – Eratóstenes/Ombro de Gigantes
PRODUTO EDUCACIONAL - PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE
FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Mestrando: Kléber Gonçalves Cavalcante

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – UF GD

História em quadrinho – Eratóstenes/Ombro de Gigantes, disponível em: [Projeto Eratóstenes BR - Livros e artigos.](#)





APÊNDICE H

			
---	---	--	---

ATIVIDADE AULA 1 – Questões norteadoras.

**PRODUTO EDUCACIONAL - PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE
FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Mestrando: Kléber Gonçalves Cavalcante

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – UFGD

- 1) Você já observou o céu à noite, e o que notou?
- 2) Quais tipos de perguntas vocês acham que nossos antepassados faziam ao observar as estrelas?
- 3) O universo sempre existiu? Se não, como ele surgiu?
- 4) Existem outros universos além do nosso? Se sim, como eles se relacionam com nosso universo?

APÊNDICE I

 MNPEF Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física	 Universidade Federal da Grande Dourados	 SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA	 CAPES
--	--	--	--

ATIVIDADE ANTES DAS MEDIÇÕES

Disponível em: [Projeto Eratóstenes BR - Roteiros e atividades](#)

**PRODUTO EDUCACIONAL - PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE
FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Mestrando: Kléber Gonçalves Cavalcante**Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – UFGD**

PROJETO ERATÓSTENES BRASIL
Educação em Astronomia

ATIVIDADE PREPARATÓRIA - ANTES DAS MEDIÇÕES

Atividade preparada pelo Observatório Didático de Astronomia da Unesp (coordenação nacional do Projeto Eratóstenes Brasil)

1) Veja a circunferência abaixo e os dois pontos B e M, cujas retas a partir deles até o centro da circunferência formam entre si um ângulo de 10° . Digamos que o comprimento do arco que liga os pontos B e M é de 20 mm. Descubra quanto mede o comprimento da circunferência completa.

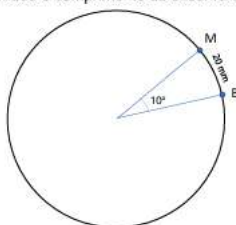


Figura 1

2) Podemos usar o procedimento da questão anterior para calcularmos o tamanho do nosso planeta Terra. Como? Imagine que a circunferência da figura é a própria Terra. Os pontos M e B são duas cidades distantes entre si. Se soubermos a distância e o ângulo entre estas cidades, seremos capazes de fazer a mesma conta da questão anterior para descobrirmos o comprimento da circunferência da Terra.

Por exemplo, digamos que um homem chamado Eratóstenes sabe que a distância entre duas cidades chamadas Siene e Alexandria é de 778 km. Ele mediu o ângulo formado entre estas cidades e encontrou o valor de 7° . Qual é o comprimento da circunferência da Terra que ele encontrou?

3) Usando o comprimento da circunferência da Terra encontrado na questão anterior, calcule o raio e o diâmetro da Terra.

4) Sabia que você pode fazer algo semelhante ao que Eratóstenes fez? Em primeiro lugar, precisamos de 2 cidades. Uma delas é a sua. Agora, você precisa escolher outra cidade com mais de 400 km de distância da sua (quanto mais longe, melhor). Esta cidade também precisa estar na mesma linha de longitude da sua cidade (ou mais próxima possível desta linha). Depois, você precisa descobrir a distância entre as duas cidades em linha reta na direção Norte-Sul (use o Google Maps¹, por exemplo). Escolha 3 cidades nestas condições e preencha a tabela abaixo.

Nome da sua cidade:	Estado: ()	
Longitude da sua cidade:	(em graus)	
Cidade escolhida (nome e estado)	Longitude (graus)	Distância até sua cidade (em km)

5) Qual é o próximo passo? É medirmos o ângulo formado entre a sua cidade e a outra que você escolheu. Para entender como fazer isso, voltemos ao exemplo inicial. Para descobrirmos o ângulo entre duas cidades, precisamos usar uma linha de referência, que pode ser uma reta que passe pelo centro da circunferência da Terra e a cruze completamente, conforme a figura abaixo. Note o ângulo que cada cidade B e M forma com a reta de referência. Usando estas informações, calcule o ângulo compreendido entre as duas cidades B e M.

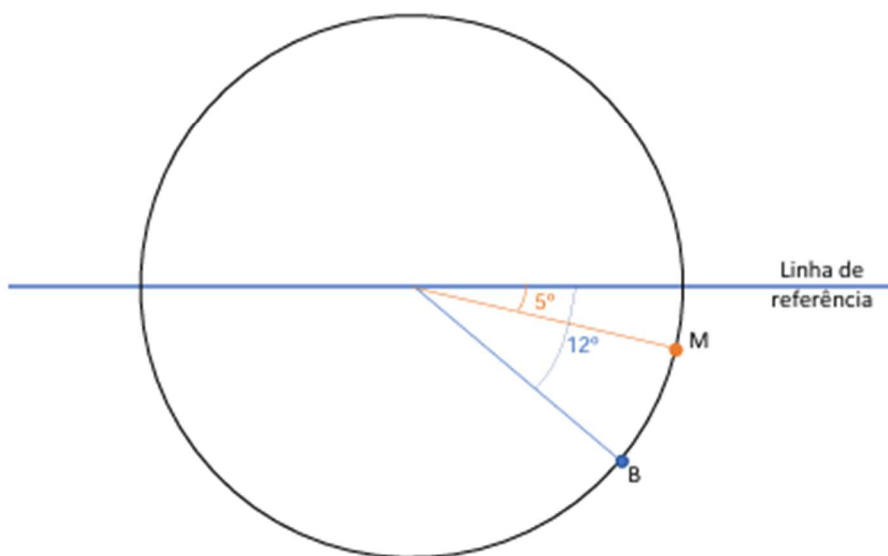
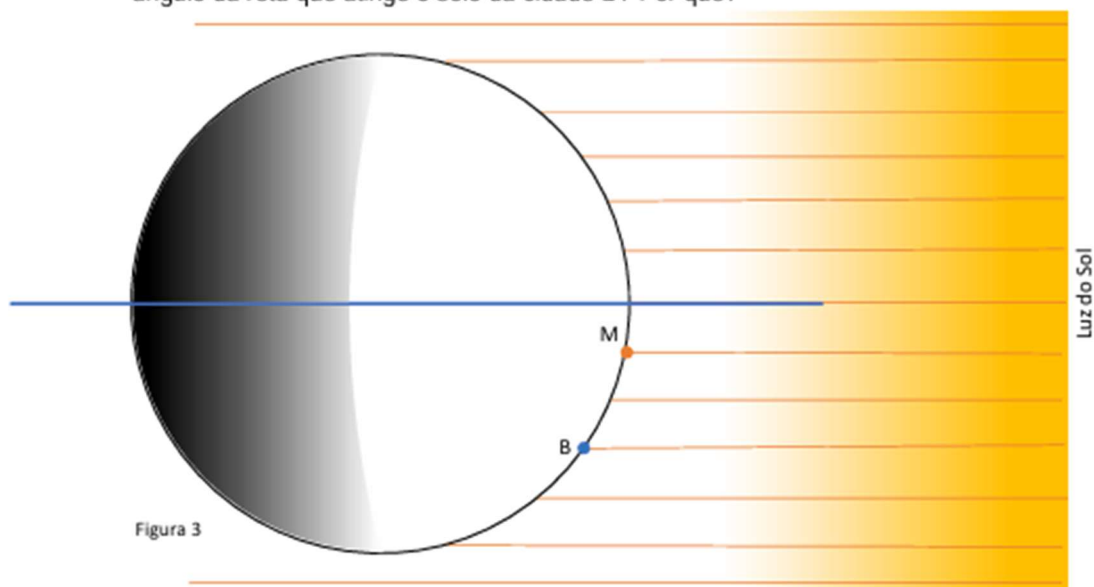


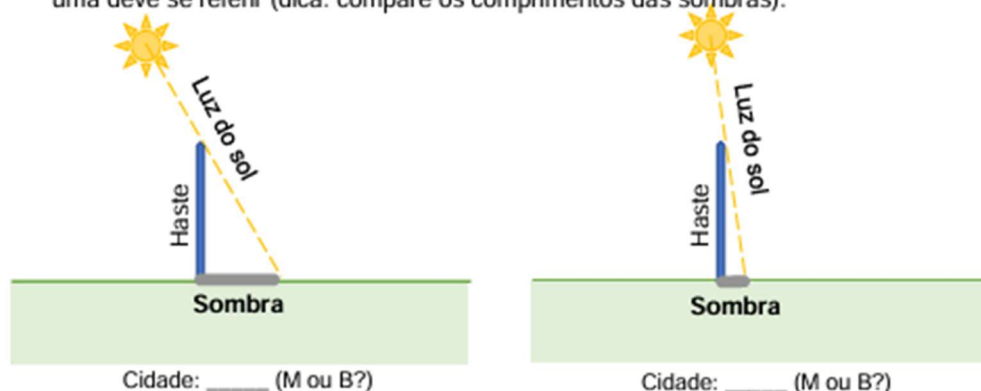
Figura 2

¹ No Google Maps, clique com o botão direito do mouse em cima da cidade; uma janela branca mostrará na primeira linha as coordenadas geográficas daquele local: antes da vírgula é a latitude, depois da vírgula é a longitude. Na última linha desta janela, você encontra a opção "Medir distância".

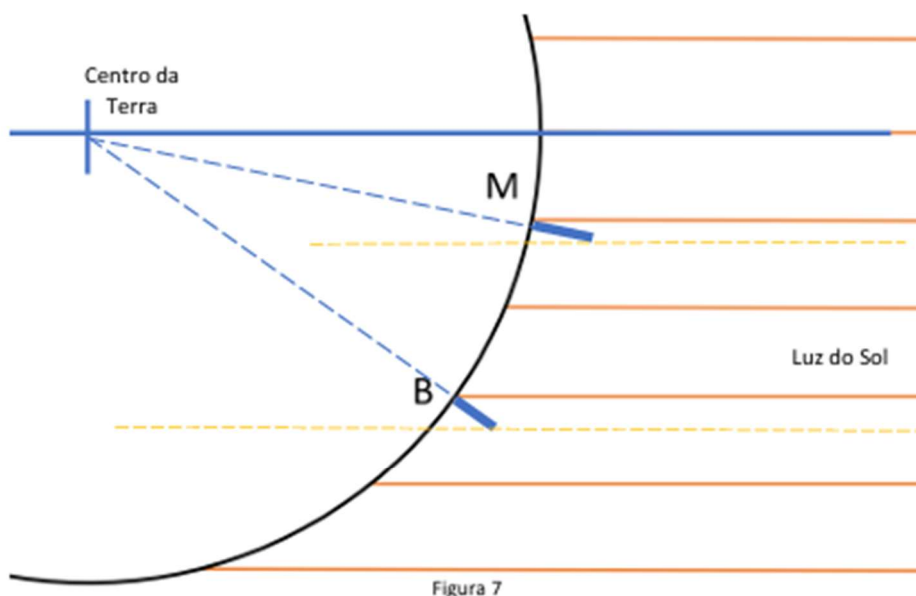
6) Pense agora na cidade que você escolheu e a distância em linha reta entre ela e a sua cidade. Só falta descobrirmos uma maneira de medir o ângulo de cada cidade até uma reta de referência na Terra. Mas, qual "reta de referência" poderíamos usar? Usaremos a luz do Sol que atinge nosso planeta. Imagine a luz do Sol como diversas retas paralelas entre si chegando na Terra e iluminando as duas cidades ao mesmo tempo, conforme mostra a figura abaixo. Responda: o ângulo formado entre a reta de luz que atinge o solo da cidade M é igual ao ângulo da reta que atinge o solo da cidade B? Por que?



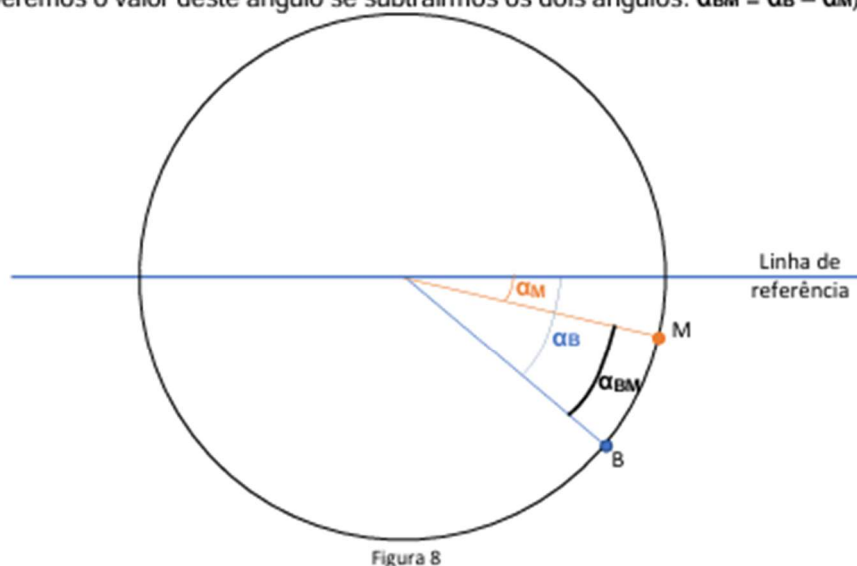
7) Como podemos medir estes ângulos das retas da luz do Sol em relação às cidades? Para isso, usaremos a sombra projetada por uma haste de pé (um lápis, por exemplo), posicionada na vertical, ou seja, perpendicular ao solo de cada cidade, conforme a figura abaixo. Na astronomia, esta haste vertical chama-se "gnômon". Veja as duas figuras a seguir e escreva a qual cidade cada uma deve se referir (dica: compare os comprimentos das sombras).



10) Voltemos à figura na qual você prolongou as retas dos gnômons até o centro da Terra e prolonguemos também as retas paralelas da luz do Sol que atingem os gnômons. Marque na figura onde se encontram os ângulos α de cada cidade B e M, escrevendo α_B e α_M , respectivamente.



11) O objetivo agora é repetirmos o que já fizemos na Figura 2. Mas, diferente do que mostra a Figura 2, desta vez não sabemos qual é o ângulo de cada cidade até a linha de referência. Ou seja, precisamos descobrir os ângulos α_M e α_B , conforme a figura abaixo. Por que? Porque só assim conseguiremos descobrir o valor do ângulo entre as duas cidades B e M, o qual chamaremos de α_{BM} (saberemos o valor deste ângulo se subtrairmos os dois ângulos: $\alpha_{BM} = \alpha_B - \alpha_M$).



12) Para encontrarmos estes valores, precisamos nos lembrar das propriedades geométricas de duas retas paralelas cruzadas por uma transversal. Veja as duas figuras abaixo com os valores dos ângulos fornecidos (α_1 e α_2) e preencha nos quadradinhos os valores dos ângulos que faltam.

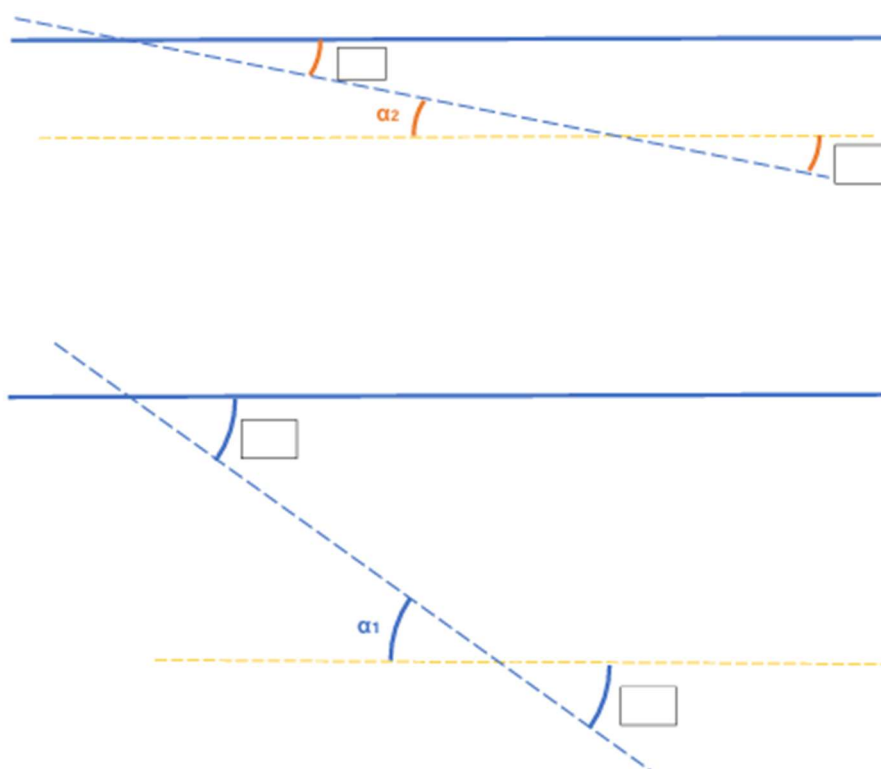
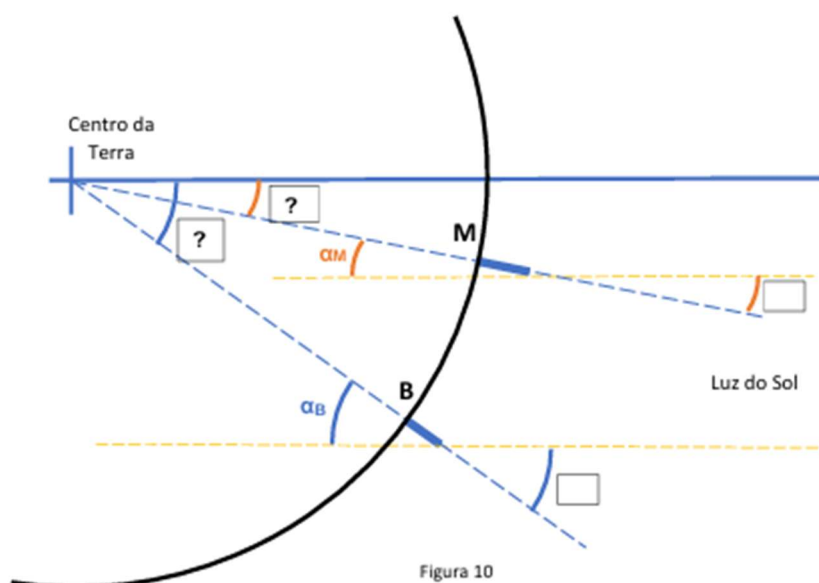


Figura 9

13) Veja a figura a seguir. Note que α_M e α_B são os ângulos que podem ser calculados usando a relação trigonométrica que você respondeu na questão 9. Usando as propriedades geométricas da questão anterior, encontre os ângulos indicados por um ponto de interrogação "?".

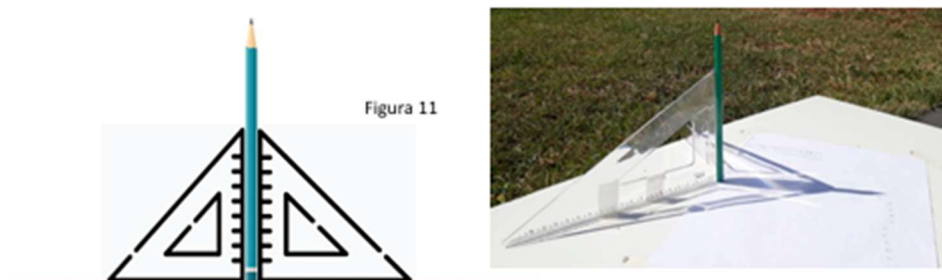


14) Portanto, a partir das sombras dos gnômons em duas cidades distantes e um pouco de geometria, somos capazes de descobrir os valores dos ângulos da Figura 8. Conhecendo estes ângulos, basta subtraí-los para encontrar o ângulo formado entre as duas cidades: $\alpha_{BM} = \alpha_B - \alpha_M$.

Sendo assim, chegou o momento de cada pessoa em sua respectiva cidade construir um gnômon e medir o comprimento dele e também o comprimento da sombra dele na mesma data e no mesmo horário. Para construir o gnômon, você precisará de: a) Um lápis novo recém-apontado; b) Dois esquadros escolares comuns; c) Fita adesiva (fita crepe).

Use a fita adesiva para colar os esquadros no lápis. Cole os esquadros de modo que a base do lápis e os esquadros encostem no chão juntos. Por isso, a base do lápis deve ficar alinhada com um dos lados de cada esquadro.

O lápis será nosso gnômon. Os esquadros servem para garantir que o lápis (gnômon) fique perpendicular ao solo. Na data e horário certo, você deverá posicionar o gnômon na luz do Sol para fazer as medições. O local a ser escolhido deve ser bem nivelado (não pode ser inclinado nem uma rampa) e deve bater sol no período das medições.



APÊNDICE J



ATIVIDADE DURANTE AS MEDIÇÕES

Disponível em: [Projeto Eratóstenes BR - Roteiros e atividades](#)

**PRODUTO EDUCACIONAL - PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE
FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Mestrando: Kléber Gonçalves Cavalcante

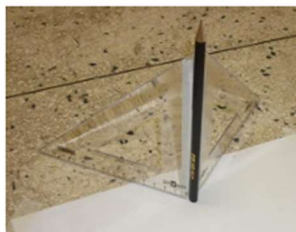
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – UFGD



ATIVIDADE PARA A DATA DAS MEDIÇÕES

Atividade preparada pelo Observatório Didático de Astronomia da Unesp (coordenação nacional do Projeto Eratóstenes Brasil)

Seguindo as instruções do seu professor, você já deve ter construído seu instrumento de medida, chamado “gnômon”, usando um lápis novo apontado, 2 esquadros escolares e fita adesiva para colar os esquadros no lápis. Cole os esquadros de modo que a base do lápis encoste no chão junto com eles.



Na data combinada com seu (sua) professor(a), pouco antes das 11:30, leve ao sol o seu gnômon e a última página deste material. Leve também um lápis, borracha e a fita adesiva.



Escolha um local que tenha o chão bem nivelado, ou seja, não pode ser uma rampa nem um chão levemente inclinado.

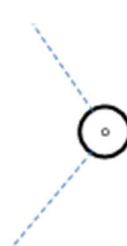


Você pode constatar se o chão está nivelado usando um aplicativo de nível de bolha no seu celular, por exemplo.

Verifique se o local escolhido não vai bater sombra das 11:30 às 12:30.

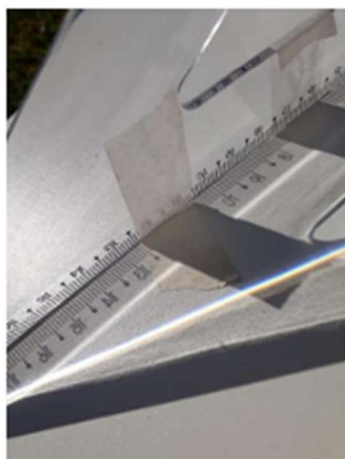


Fixe o papel no chão com a fita adesiva para não voar nem sair do lugar. Um dos lados maiores da folha deve ficar virado mais ou menos para o horizonte sul. Deixe a folha bem esticada sem formar "barrigas".



Note que a folha possui o desenho de uma bolinha com um ponto central. Coloque seu gnômon de modo que o lápis fique bem em cima desta bolinha.

Fixe os esquadros no chão também com fita adesiva para o conjunto não voar, nem sair do lugar durante as marcações.

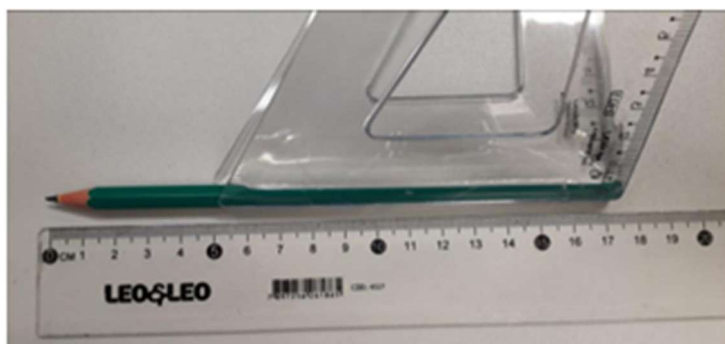


Às 11:30 inicie a primeira marcação da posição da sombra do gnômon. Faça um "x" ou um pequeno ponto na folha de papel exatamente onde está a ponta da sombra do lápis. Escreva bem pequenininho o número "1" para identificar seu primeiro ponto registrado.

Às 11:35 repita a marcação e escreva "2". E assim por diante, até às 12:30, de 5 min em 5 min. Anote em outro lugar o n. de cada ponto e o horário correspondente que você o marcou. Por exemplo: n. 1 = 11:30; n. 2 = 11:35; ... etc

Dicas: a) quanto menores forem os pontinhos (ou "x") da sua marcação, mais precisão terá as medidas; b) tenha cuidado para o papel e o gnômon não se mexerem nem saírem do lugar durante as marcações, senão pode prejudicar os registros; c) se desejar mais precisão, faça marcações em intervalos menores do que 5 minutos.

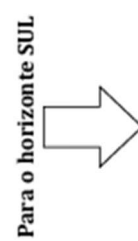
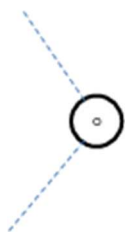
Após 12:30, com todos os pontos já registrados na folha de papel, desmonte o conjunto e solte a folha do chão. Volte para a sala e meça precisamente o tamanho do gnômon (lápiz). Tente ser o mais preciso possível ao medir.



O próximo passo é descobrir a menor sombra daquele dia. Meça com a régua os comprimentos de cada sombra para saber qual foi a menor delas. Para medi-las, posicione o zero da régua no ponto central daquela bolinha desenhada na folha, onde você posicionou o lápis-gnômon. Faça a leitura na régua dos comprimentos das sombras, medindo até o ponto que você marcou para cada uma delas.

Compare todas as medidas dos comprimentos das sombras e descubra qual foi a menor. Anote esta medida e o horário em que ela ocorreu. Registre todos os seus dados preenchendo a tabela abaixo.

PROJETO ERATÓSTENES BRASIL	
Cidade e Estado	
Nome da sua escola	
Nome do seu professor(a) ou responsável pela atividade	
Seu nome ou nome do seu grupo	
Quantidade de participantes do seu grupo	
Data desta medição	
Comprimento da menor sombra do dia (medir as distâncias do ponto central da bolinha até cada marcação e escolher a menor)	mm
Horário da menor sombra do dia	
Comprimento do gnômon (medir o lápis desde a base até sua ponta)	mm
Observações	



APÊNDICE K



ATIVIDADE DEPOIS DAS MEDIÇÕES

Disponível em: [Projeto Eratóstenes BR - Roteiros e atividades](#)

**PRODUTO EDUCACIONAL - PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
BASEADA NO EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES PARA O ENSINO DE
FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Mestrando: Kléber Gonçalves Cavalcante**Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – UFGD****PROJETO ERATÓSTENES BRASIL**

Educação em Astronomia

ATIVIDADE DEPOIS DAS MEDIÇÕES

Atividade preparada pelo Observatório Didático de Astronomia da Unesp (coordenação nacional do Projeto Eratóstenes Brasil)

- 1) Preencha os dados na tabela usando as duas atividades anteriores.

Data da medição:	
Nome da sua cidade:	
Longitude da sua cidade:	(em graus)
Nome da cidade escolhida:	
Longitude da cidade escolhida:	(em graus)
Distância entre as cidades:	(em km)
Comprimento do gnômon:	(em mm)
Comprimento da menor sombra:	(em mm)
Horário da menor sombra:	

- 2) Usando as suas medidas, conforme a tabela acima, encontre o valor do ângulo
- α
- (dica: reveja a questão 9 da Atividade Preparatória ANTES das medições).

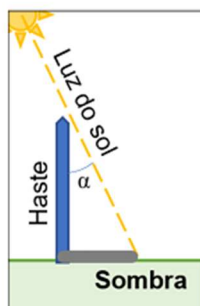


Figura 1

- 3) A equipe da cidade que você escolheu como parceira obteve também o seu próprio valor para o ângulo α . Escreva abaixo o valor que eles encontraram.

$\alpha =$ _____ graus

- 4) Temos, portanto, os dois ângulos necessários para encontrarmos quantos graus há entre as duas cidades. Na figura abaixo, preencha os nomes das duas cidades e os valores dos ângulos.

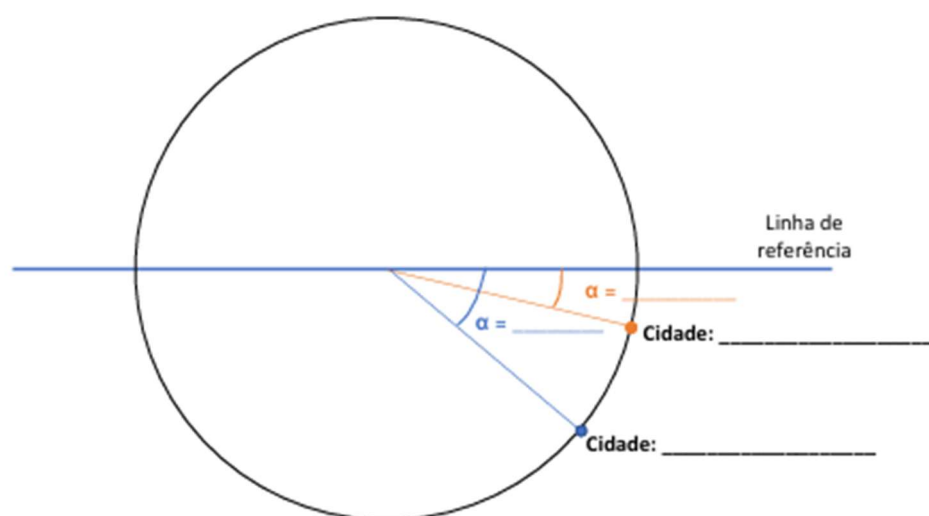


Figura 2

- 5) Na figura abaixo, preencha a distância entre as duas cidades (em km) e o ângulo entre as duas cidades (em graus). Finalmente, com estes dados, encontre o comprimento da circunferência da Terra e o seu raio (em km).

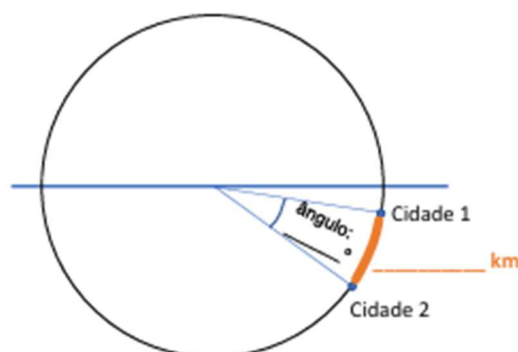


Figura 3

Raio da Terra encontrado = _____ km